

Зарочинцева Анастасия Юрьевна

студентка

Ливенский филиал

ФГБОУ ВО «Орловский государственный

университет им. И.С. Тургенева»

г. Ливны, Орловская область

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ

Аннотация: в данной статье рассмотрены математические модели простых объектов и математические модели систем.

Ключевые слова: моделирование, системный подход, математические модели простых объектов, математические модели систем, система, структурная схема, графы.

В зависимости от сложности объекта моделирования различают математические модели простых объектов и математические модели систем. В первом случае при моделировании не рассматривается внутреннее строение объекта, не выделяются составляющие его элементы или подпроцессы. Примером простого объекта может служить материальная точка в классической механике.

Системой называют совокупность взаимосвязанных элементов, в определенном смысле обособленную от окружающей среды и взаимодействующую с ней как целое для достижения поставленной цели. Под средой здесь понимается совокупность всех объектов, изменение свойств которых влияет на систему, а также тех объектов, чьи свойства изменяются в результате воздействия системы.

Пространством состояний системы называют множество возможных значений вектора переменных, характеризующих ее поведение.

Фазовой траекторией системы называют представление процесса, происходящего в системе на графике в виде последовательности точек в пространстве состояний.

Для формального представления систем используют четыре основные модели.

1. *Модель «черного ящика»*. Сведения о внутреннем содержании объекта отсутствуют (или не интересуют исследователя), задаются лишь входные и выходные параметры модели (связи со средой).

2. *Модель состава* описывает, из каких элементов и подсистем состоит данная система. При этом *элементами* называют части системы, которые полагаются неделимыми. *Подсистемами* называют части, содержащие более одного элемента.

3. *Модель структуры* – совокупность необходимых и достаточных для достижения цели отношений (связей) между элементами.

4. *Структурная схема* (модель «белого ящика») – формальная модель, включающая все наиболее существенные элементы, связи между элементами внутри системы и связи системы с окружающей средой.

Структурная схема является наиболее полной формальной моделью системы и обычно представляется в виде графа.

Графами называют структурные схемы, служащие универсальным средством наглядного представления самых разнообразных технических, организационных и информационных систем [7]. В математическом моделировании под графиком G понимают множество точек (вершин) V и связывающих их линий (ребер) E :

$$G = G(V, E).$$

Ребро графа – это упорядоченная или неупорядоченная пара вершин, соответственно $E = [i, j]$, $i, j \in V$ (рисунок 2, а) или $E = \{i, j\}$, $i, j \in V$ (рисунок 1, б).



Рис. 1. Упорядоченная (а) и неупорядоченная (б) пары вершин графа

Если вершины i и j соединены ребром, то говорят, что они *инцидентны* этому ребру. Вершина графа, не инцидентная никакому ребру, называется *изолированной*. Граф, состоящий только из изолированных вершин, называется *пустым* или *нуль-графом*. Вершины, соединенные несколькими ребрами, называются *кратными*. Степень P или *валентность* вершины – это число ребер, инцидентных ей. Для изолированной вершины i степень равна нулю $p(i) = 0$. Ребро, у которого обе концевые точки совпадают, называют *петлей*. Полный граф – это такой граф, ребрами которого являются все возможные пары вершин из V . Граф называют *планарным*, если он может быть изображен на плоскости так, что все пересечения ребер являются вершинами. На рисунке 2 изображен полный планарный граф с петлей в вершине a со следующими значениями степени вершин: $p(a) = 3$, $p(b) = p(c) = 2$.

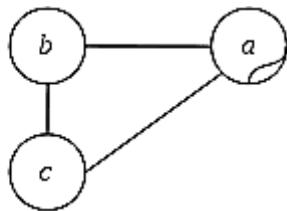


Рис. 2. Полный планарный граф с петлей в вершине a

Если ребро графа имеет направление (упорядоченная пара вершин), то его называют *дугой*, а граф, в котором вершины соединены с помощью дуг, называют *сетью* или *ориентированным графом* (орграфом). Дугу можно обозначать двойной индексацией, например, $i - j$, где i – номер вершины, из которой выходит дуга, j – номер вершины, в которую она входит (см. рисунок 1, а).

Сеть характеризуется структурой и параметрами (весами) дуг. Структура сети (*топология*) показывает, какие вершины связаны между собой и каково направление связывающих дуг. Параметрами, характеризующими дугу, могут быть, например, продолжительность движения по дуге t , стоимость перемещения c , пропускная способность дуги d и т. д. Граф с указанными параметрами дуг иногда называют *взвешенным*.

Маршрутом в графе называют последовательность смежных ребер. Маршрут, в котором все ребра различны, называют *цепью*. Замкнутая цепь называется *циклом*. Граф называется *связным*, если можно указать маршрут, охватывающий все вершины. Цикл – это связный регулярный граф степени 2. *Лесом* называют граф без циклов. *Деревом* называют граф, в котором существует только одна цепь, соединяющая каждую пару вершин. *Листьями* называют вершины степени 1. На рисунке 3 изображены примеры ориентированного цикла и дерева.

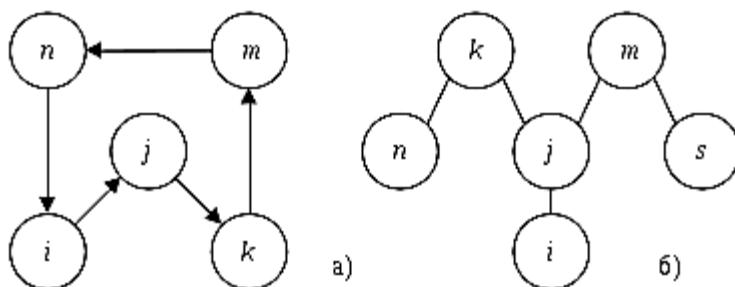


Рис. 3. Ориентированный цикл (а) и дерево (б)

Для обработки ориентированного графа на ЭВМ его представляют с помощью таблиц (матриц).

Для построения моделей объектов используют системный подход, который представляет собой методологию решения сложных задач. В основе этой методологии лежит рассмотрение объекта как системы, которая функционирует в некоторой среде. Системный подход позволяет раскрыть целостность объекта, выявить и изучить его внутреннюю структуру, а также связи с внешней средой. При этом объект является частью реального мира, которую выделяют и исследуют в связи с решаемой задачей построения модели. Кроме того, при использовании системного подхода предполагается последовательный переход от общего к частному, в основе которого лежит рассмотрение цели проектирования, а объект рассматривается во взаимосвязи с окружающей средой. Сложный объект может разделяться на подсистемы, которые представляют собой части объекта и удовлетворяют таким требованиям: подсистема – функционально независимая часть объекта, которая связана с другими подсистемами и обменивается с ними информацией и энергией; каждая подсистема может иметь функции или свойства,

которые не совпадают со свойствами всей системы; каждая из подсистем может делиться до уровня элементов.

В физике примером статических информационных моделей являются модели, описывающие простые механизмы, в биологии – модели строения растений и животных, в химии – модели строения молекул и кристаллических решеток и так далее.

Состояние систем изменяется во времени, то есть происходят *процессы изменения и развития систем*. Так, планеты движутся, изменяется их положение относительно Солнца и друг друга; Солнце, как и любая другая звезда, развивается, меняются ее химический состав, излучение и так далее.

Модели, описывающие процессы изменения и развития систем, называются *динамическими информационными моделями*.

В физике динамические информационные модели описывают движение тел, в биологии – развитие организмов или популяций животных, в химии – процессы прохождения химических реакций и так далее.