

## ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ

*Романцов Сергей Николаевич*

студент

*Аносов Юрий Валентинович*

канд. техн. наук, доцент

ГОУ ВПО «Московский государственный областной

гуманитарный институт»

г. Орехово-Зуево, Московская область

### **РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПА НАГЛЯДНОСТИ В ПРЕПОДАВАНИИ РАЗДЕЛА «ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА» КУРСА АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «3D-SURFACES»**

*Аннотация:* в статье рассматриваются вопросы, связанные с использованием компьютерных средств визуализации в рамках преподавания математических дисциплин, а также проблемы оснащения специализированным программным обеспечением учебных заведений. Авторами обосновывается необходимость разработки и презентуется разработанный программный комплекс «3D-Surfaces», предназначенный для наглядного представления 3D-графиков поверхностей, заданных в аналитической форме.

*Ключевые слова:* аналитическая геометрия, OpenGL, 3D-графика, 3D-моделирование, поверхности второго порядка, принцип наглядности, преподавание, функции от двух аргументов.

Одним из наиболее сложных для понимания учащимися разделов математики, по мнению большинства преподавателей, является раздел: «Поверхности второго порядка», входящий в курс аналитической геометрии. Это в равной мере относится как к школьному курсу математики, так и курсу математики, изучаемому в ВУЗах.

Перечисленные особенности данного раздела курса аналитической геометрии обусловлены тем, что любое уравнение поверхности, при изменении коэффициентов при аргументах, порождает целое семейство поверхностей. В более сложных случаях, когда уравнение поверхности содержит множество различных математических функций, предсказать заранее характер поведения поверхности в зависимости от значений аргументов уравнения и тем более представить её характерный вид – представляет для студентов и школьников практически неразрешимую задачу.

В то же время, и, несмотря на всю свою сложность, данный раздел математики достаточно интересен, и способствует развитию у студентов и школьников логического и пространственного мышления (вид и поведение графиков поверхностей, задаваемых в аналитической форме) и навыков математического анализа, в рамках поставленных перед ними задач.

Кроме того, данный раздел математики является чрезвычайно важным, так как имеет высокую практическую значимость в современной науке и технике в области математического описания различных физических явлений и процессов.

Одним из способов значительного облегчения восприятия студентами и школьникам данного раздела математики является *наглядное графическое представление* графиков функций от двух аргументов, определяющих уравнения той или иной поверхности.

К сожалению, на данный момент времени не существует простых (для понимания школьников и студентов младших курсов), доступных и удобных в использовании программных средств требуемой спецификации.

Использование же в учебном процессе, в рамках курса аналитической геометрии, профессиональных математических пакетов, например таких, как MatLab или Maple, невозможно, по причине высокой сложности указанных программных средств и их высокой стоимости. Кроме того, в связи с тем, что функции 3D-визуализации являются в подобных пакетах дополнительными, возможности визуализации данных в них несколько ограничены.

Между тем, было бы очень удобно иметь в своем распоряжении небольшое, легкое в использовании, не требующее для своей работы высокопроизводительных компьютеров приложение, позволяющее легко и просто осуществлять расчет, модификацию и конечную визуализацию 3D-поверхностей, заданных в аналитической форме.

Исходя из вышеперечисленных причин, было принято решение о разработке собственного программного комплекса 3D-визуализации, позволяющего выполнять перечисленные выше действия.

В перечень основных требований к разрабатываемому пакету были включены следующие пункты:

- ориентация функционала пакета исключительно на работу с уравнениями поверхностей второго порядка;
  - возможность изменения диапазонов построения;
  - возможность изменения шага дискретизации;
  - обеспечение необходимого быстродействия, позволяющего отображать графические данные;
  - возможность изменения режимов отображения;
  - компактность и невысокие требования к производительности компьютеров;
  - простой и интуитивно понятный пользовательский интерфейс;
  - возможность дальнейшего развития и расширения функционала.
- Результатом работы нашей группы является первая версия специализированного программного комплекса «*3D-Surfaces*», позволяющего проводить реальные графические исследования поверхностей второго порядка, заданных в аналитической форме.

Данная версия состоит из 3-х основных компонентов:

- модуля, отвечающего за пользовательский интерфейс;
- модуля, реализующего функции анализатора-интерпретатора произвольных алгебраических выражений любой сложности, с поддержкой всех основных элементарных функций;

– модуля непосредственного расчета и визуализации 3D-данных, основанного на библиотеке OpenGL (Open Graphics Library).

Разработанный программный комплекс отвечает всем перечисленным выше требованиям и полностью реализует минимально необходимую функциональность в рамках поставленной задачи.

Приложение позволяет рассчитать и построить произвольную поверхность, заданную в аналитической форме математическими функциями вида  $y=F(x, z)$  любой сложности.

Встроенный в приложение интерпретатор достаточно универсален и поддерживает:

- скобочную запись любой вложенности;
- все арифметические операции (включая возведение в степень);
- элементарные степенные, показательные и логарифмические функции;
- все, как прямые, так и обратные, тригонометрические функции;
- а также комплект прямых и обратных гиперболических функций.

Полный перечень поддерживаемых операций и функций представлен в таблице 1.

Таблица 1

#### Поддерживаемые операции и функции

№	Операция или функция	Правило записи
1	Сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень	$+, -, *, /, ^$
2	Скобочная запись	$(...)$
3	Константы $\pi$ , $e$	$\pi, e$
4	Абсолютное значение	$Abs$
5	Степенные, показательные и логарифмические функции	$\ln, \lg, \text{sqr}, \text{sqrt}, \text{cub}, \text{cubrt}$ экспонента реализована при помощи операции возведения в степень
6	Прямые тригонометрические функции	$\sin, \cos, \text{tg}, \text{ctg}, \text{sec}, \text{cosec}$
7	Обратные тригонометрические функции	$\text{asin}, \text{acos}, \text{atg}, \text{actg}, \text{asec}, \text{acosec}$
8	Гиперболические функции	$\text{hsin}, \text{hcos}, \text{htg}, \text{hctg}, \text{hsec}, \text{h cosec}$
9	Обратные гиперболические функции	$\text{hasin}, \text{hacos}, \text{hatg}, \text{hactg}, \text{hasec}, \text{hacosec}$

Дополнительно в интерпретаторе имеется модуль контроля ошибок, позволяющий отследить несколько десятков синтаксических ошибок, например, различные нарушения в записи выражений; непарные скобки; ошибки в записи чисел; ошибки в записи имен функций; и т.д.

В случае возникновения ошибок периода выполнения при расчёте узлов сетки поверхностей (например, выход за границы области определения или ситуация деления на ноль), модуль контроля ошибок нейтрализует их, что позволяет полностью завершить процесс построения и отображения поверхностей. В случае возникновения подобных ситуаций поверхности отображаются только в реально существующих узлах сетки.

Модуль графической визуализации, в целях обеспечения дополнительной наглядности отображаемых данных, поддерживает несколько режимов отображения:

- поточечное, каркасное и сплошное отображение для лицевой и обратной сторон поверхности по отдельности;
- сглаженный и фасеточный режимы заливки сплошных поверхностей;
- монохромный режим и режим раскраски в зависимости от значения по координате «Y»;
- режим с включенным или выключенным боковым освещением для дополнительного повышения наглядности и выявления деталей рельефа.

Также имеется возможность масштабирования, вращения и перемещения построенных поверхностей при помощи манипулятора «Мышь».

Единственным недостатком данной версии комплекса является отсутствие авто-определения точек разрыва. Отсутствие данной возможности обусловлено тем, что для ее реализации необходима разработка дополнительного универсального модуля, осуществляющего автоматическое дифференцирование произвольных функций, что является чрезвычайно сложной задачей.

На рисунках 1–4 продемонстрированы возможности представляемого программного комплекса в различных режимах отображения на примере функции:  $y = z \cdot \ln(\text{abs}(z))^2 \cdot (\cos(x+z) + \text{abs}(\sin(x-z))) / 10$ .

$$y = \frac{z * (\ln |z|)^2 * (\cos(x+z) + |\sin(x-z)|)}{10}$$

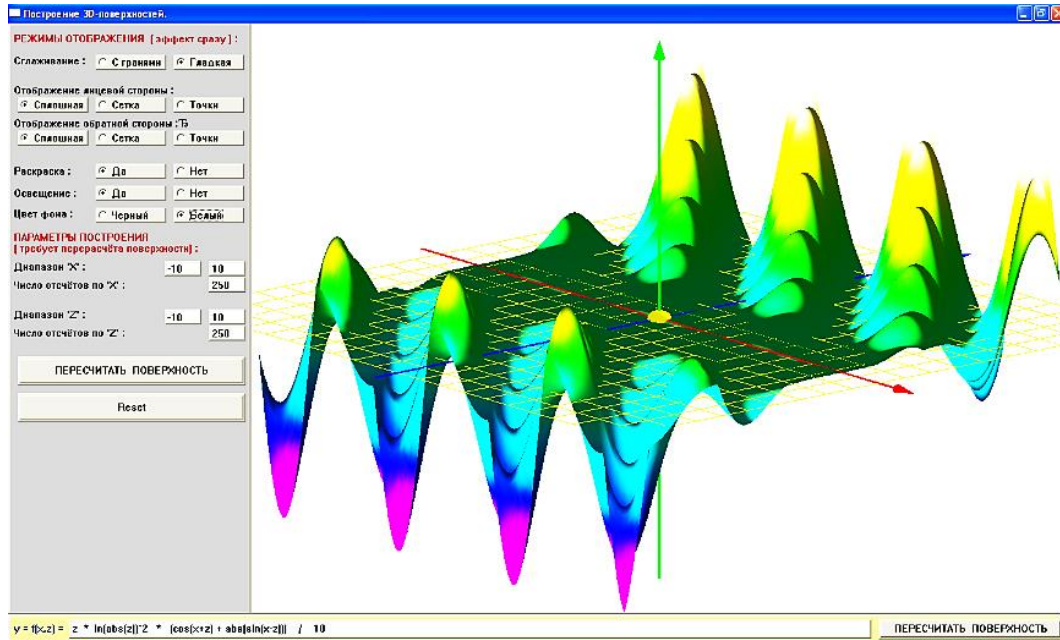


Рис. 1. Отображение в режиме сплошных сглаженных поверхностей с освещением

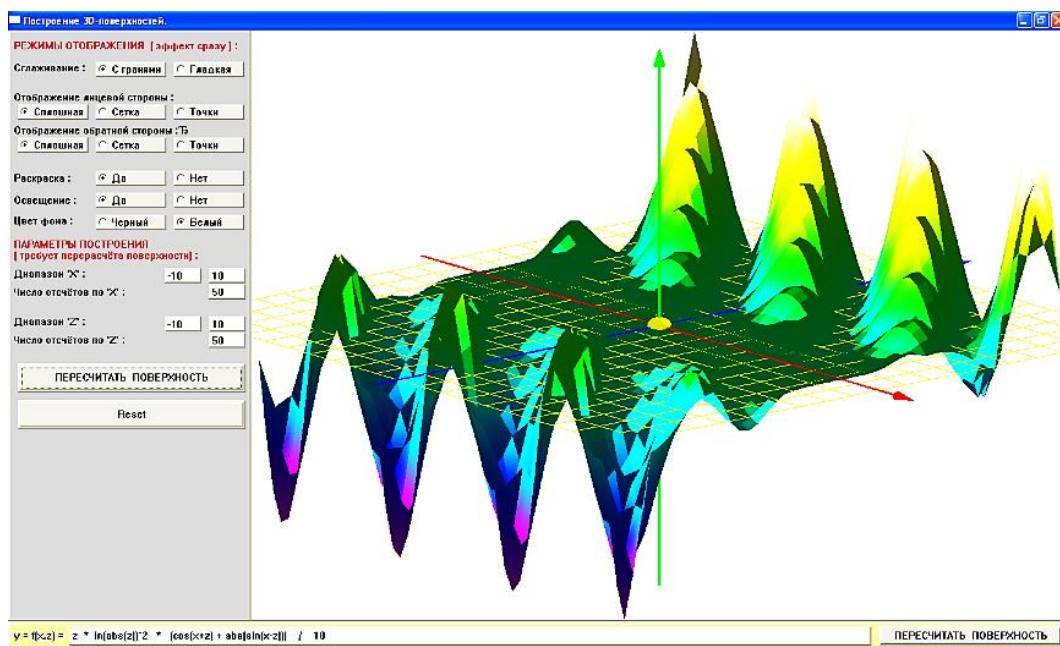


Рис. 2. Отображение в фасеточном режиме с освещением

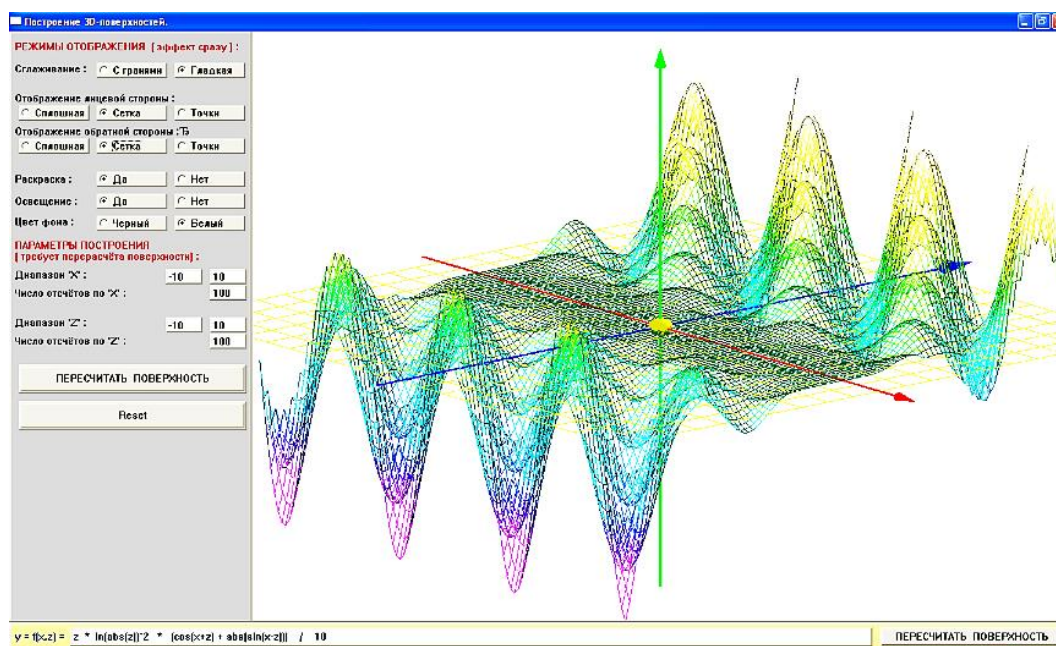


Рис. 3. Отображение в каркасном режиме

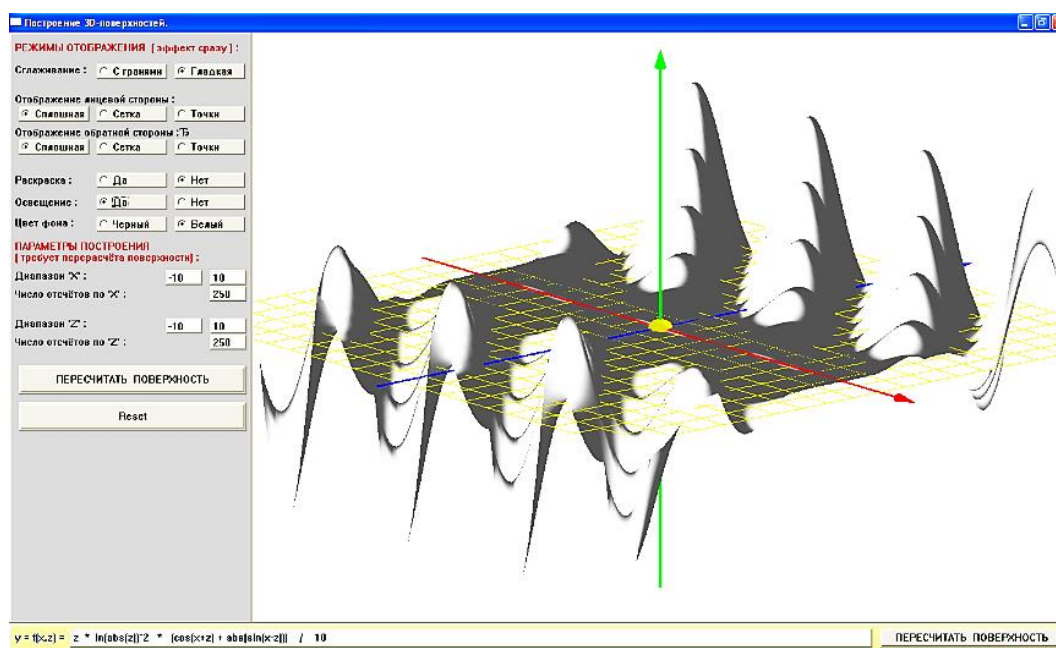


Рис. 4. Отображение в монохромном режиме с освещением

В целом, разработанный программный комплекс «3D-Surfaces» соответствует всем заявленным характеристикам и может быть реально использован при решении тех или иных задач в рамках учебного процесса при изучении раздела «поверхности второго порядка» курса аналитической геометрии.

### ***Список литературы***

1. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям / Справочник. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
2. Брайан Керниган, Денис Ритчи. Язык программирования Си: Пер. с англ. Бродовой В. – Вильямс, 2009. – 304 с.: ил.
3. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике / Справочник. – М.: Наука, 1978. – С. 312.
4. Румянцев П.В. Азбука программирования в WIN 32 API. – М.: Радио и Связь, 1998. – 272 с.: ил.
5. Тихомиров Ю. OpenGL Программирование трехмерной графики. Для профессионалов. СПб.: Питер BHV – Санкт-Петербург, 1998. – 256 с.
6. Тарасов И.А. Основы программирования OpenGL. – М.: Горячая линия-телеком, 2000. – 188 с.