ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Левченков Александр Николаевич

канд. техн. наук, доцент

Звездина Марина Юрьевна

д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующая кафедрой

ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

УСКОРЕННЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАЩЕНИЯ МАТРИЦЫ ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

Аннотация*: в данной статье рассматривается алгоритм обращения матрицы порядка 2N × 2N. Алгоритм основан на использовании формулы Фробениуса блочного обращения матрицы. Достоинством предлагаемого алгоритма является простота реализации с использованием цифровых устройств.*

Ключевые слова*: адаптивная антенная решетка, блочное обращение, матрица четного порядка, метод Фробениуса.*

Дальнейшее развитие радиоэлектронных систем (РЭС) комплексов связи, радиолокации и радионавигации характеризуется, с одной стороны, значительным усложнением электромагнитной обстановки, связанным с высокой пространственной плотностью размещения РЭС, а, с другой стороны, существующими ограничениями используемых частотных диапазонов. Подавление помеховых сигналов может осуществляться путем формирования «нулей» диаграммы направленности (ДН) в требуемых направлениях – направлениях прихода помеховых сигналов. Однако во многих случаях параметры мешающих сигналов, в первую очередь, направление прихода сигналов, не могут быть определены с требуемой для исключения их приема точностью. Расширение «нулей» ДН приемной антенны, необходимое для подавления помеховых сигналов при условии неточного определения направлений их приходов приводит к снижению энергетического потенциала радиолинии и снижению качества приема информационного (полезного) сигнала.

Прием сигналов в указанных условиях наиболее эффективно реализуется с использованием методов адаптивного формирования «нулей» ДН в многоканальной антенной системе – адаптивной антенной решетке (ААР) [1–3]. Основой построения данных методов является формирование обратной матрицы помеховых сигналов [1–3]. При этом реализация данных методов обработки проводится наиболее просто, если число излучающих элементов ААР равно 2^N [4]. Выбор такого числа элементов определяется возможностью использования быстрого преобразования Фурье, на основе которого алгоритмы пространственно-временной обработки реализуются наиболее просто [5]. В то же время, несмотря на высокие технические характеристики современных цифровых систем, реализация операции обращения матрицы помеховых сигналов в реальном масштабе времени представляет собой сложную техническую задачу. С учетом выше сказанного можно отметить актуальность рассматриваемых в статье вопросов.

Известен ряд работ, например [5], в которых рассматриваются алгоритмы и реализующие их устройства для обращения матриц. Построение указанных алгоритмов основывается на использовании метода Гаусса-Жордана, представленного рекуррентными соотношениями. В [6] предложен алгоритм обращения, основанный на использовании метода окаймления [7]. Однако в случае матриц размерности $2N$ предложенный в [6] алгоритм может быть упрощен, что позволит повысить быстродействие алгоритма обращения матрицы без повышения быстродействия цифровых средств обработки сигналов.

Целью статьи является разработка алгоритма для обращения матрицы размерности $2N \times 2N$.

Пусть квадратная матрица M размерности $2N \times 2N$. задана в следующем виде:

$$M = \begin{pmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & \cdots & s_{1,2N} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & \cdots & s_{2,2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{2N,1} & s_{2N,2} & \cdots & s_{2N,2N} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Данная матрица может быть представлена в виде блочной матрицы размерности N × N, каждый блок $P_{i,\,j}$ $i = 1,\ldots,N$, $j = 1\ldots,N$ которой имеет размерность 2×2.

Вторым этапом построения матрицы M^{-1} является нахождение $P_{1,1}^{-1}$с использованием соотношения

$$P_{1,1}^{-1} = \frac{1}{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}} \begin{pmatrix} s_{22} & -s_{21} \\ -s_{12} & s_{11} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

На третьем этапе выполняется $N - 1$ итерация, в каждой из которых с использованием формулы Фробениуса [7] последовательно формируются обратные матрицы размерности 4×4, 6×6, $2N \times 2N$. При этом переход от обратной матрицы T_{2n}^{-1} размерности 2n × 2n (n=1,…,N – 1) к обратной матрице $T_{2(n+1)}^{-1}$размерности $2(n=1) \times 2(n+1)$ выполняется путем окаймления обратной матрицы T_{2n}^{-1} блочной матрицей-строкой B_{2n}, включающей блоки $P_{n+1,t}$ $(t=1,\ldots,n)$, блочной матрицей-столбцом C_{2n}, состоящей из блоков $P_{t,n+1}$ $(t=1,\ldots,n)$, и блоком $P_{n+1,n+1}$, как показано на рисунке 1.

$$\begin{pmatrix} T_{2n}^{-1} & B_{2n} \\ C_{2n} & P_{n+1,n+1} \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Структура матрицы $T_{2(n+1)}^{-1}$

Матрицы C_{2n}, B_{2n} и блок $P_{n+1,n+1}$ определяются соответственно соотношениями

$$C_{2n} = \begin{pmatrix} s_{n+1,1} & s_{n+1,2} & \cdots & s_{n+1,n} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$C_{2n} = \begin{pmatrix} s_{n+1,1} \\ s_{n+1,2} \\ \dots \\ s_{n+1,n} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$$P_{n+1,n+1} = s_{n+1,2}. \tag{5}$$

Рассмотрим более подробно операции, выполняемые на каждой итерации третьего этапа. Элементы обратной матрицы порядка *2(n+1) × 2(n+1)* при выполнении каждой итерации с использованием формулы Фробениуса, определяются формулой

$$T_{2(n+1)}^{-1} = \begin{pmatrix} T_{2n}^{-1} + T_{2n}^{-1} \cdot B_{2n} \cdot H_{2n}^{-1} \cdot C_{2n} \cdot T_{2n}^{-1} & -T_{2n}^{-1} \cdot B_{2n} \cdot H_{2n}^{-1} \\ -H_{2n}^{-1} \cdot C_{2n} \cdot T_{2n}^{-1} & H_{2n}^{-1} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $H_{2n} = P_{n+1,n+1} - C_{2n} \cdot T_{2n}^{-1} \cdot B_{2n}$.

Достоинством предложенного алгоритма является использование только операций умножения и сложения при обращении матрицы. Это определяется тем, что на каждой следующей итерации третьего этапа выполняются одни и те же операции. При этом каждый раз число элементов матрицы в каждой строке и каждом столбце увеличивается на единицу. Это позволяет очень просто совокупность последовательно выполняемых операций с использованием таких цифровых устройств как программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС) и даже микроконтроллеров.

Список литературы

1. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. – М.: Радио и связь, 2003.

2. Григорьев В.А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – М.: Эко-Трендз, 2002.

3. Jhonson D.H., Miner G.E. Comparison of superresolution algorithm for radio direction finding // IEEE / TransAerospace and Electron.Syst, 1986. – V. 22. – №4. – P. 432–441.

4. Григорьев В.А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – М.: Эко-Трендз, 2002. – 264 с.

5. Патент RU 1819020. Устройство для обращения матриц / П.И Соболевский, Н.А. Лиходед, В.В. Косьянчук, В.П. Якуш. Класс G06F17/16. Опубл. 09.06.1995 г.

6. Патент RU 2466482. Адаптивная антенная решетка / Д.Д. Габриэльян, А.Н. Новиков, В.В. Шацкий, Н.В. Шацкий. Класс H 01 Q 3 / 26, H 01 Q 21 / 00. – Опубл. 10.11.2012 г.

7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 4-е изд. – М.: Наука, Гл. раед. физ.-мат. лит., 1988. – 552 с.