ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Лютцева Екатерина Валерьевна
магистрант
Максимов Вячеслав Иванович
канд. техн. наук, доцент

Энергетический институт ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»
г. Томск, Томская область

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Аннотация*: в статье анализируются результаты проведенного математического моделирования смешанной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и отвода массы. Получены пространственные распределения гидродинамических параметров, характеризующие основные закономерности исследуемого процесса.*

Ключевые слова*: моделирование, конвекция, теплообмен, вихрь скорости, функция тока.*

Введение

При решении многих задач теплоэнергетики строительства, химических технологий возникает необходимость анализа тепловых режимов объектов, представляющих собой полость, заполненную несжимаемой жидкостью при наличии источников ввода и отвода массы, значимых градиентов температур и теплообмена по внешнему контуру полости [4]. В таких условиях реализуется режим смешанной конвекции, осложненный теплоотводом с внешних границ области анализа. До настоящего времени моделирование таких течений, учитывающей влияние внешней среды на характер течения и температурное поле объекта, не проводилось [1; 3]. Целью данной работы является численное моделирование смешанной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и вывода массы в условиях теплообмена с внешней средой.

Физическая модель

Рассматривается течение несжимаемой вязкой жидкости и теплообмен в полости имеющей две вертикальные, одну горизонтальную стенки конечной толщины и одну свободную поверхности, с двумя участками ввода и вывода жидкости. Область решения представлена на рисунке 1.

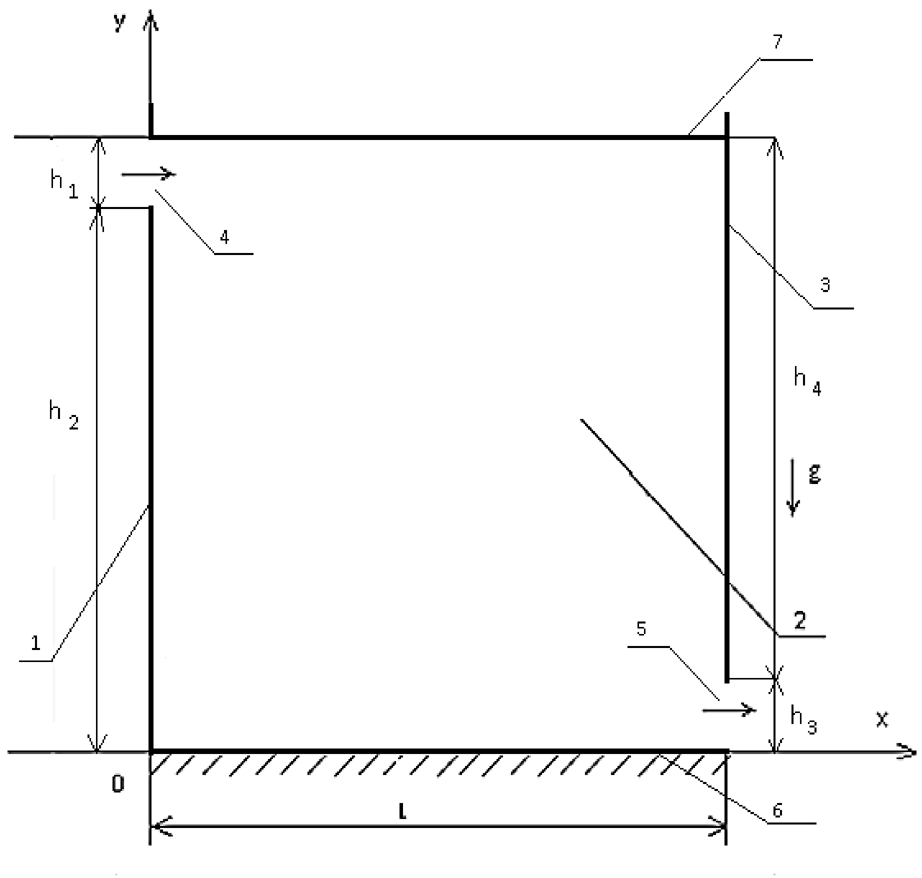

Рис.1. Область решения задачи:

1, 3 – боковые стенки, 2 – жидкость, 4 – область ввода жидкости в полость, 5 – область вывода жидкости из полости, 6 – теплоизолированная стенка, 7 – свободная поверхность жидкости, L – длина исследуемой области, h – высота исследуемой области, g – ускорение свободного падения.

На границах выставлялись соответствующие граничные условия. Принимается, что в начальный момент стенки полости и заполняющая ее жидкость имеют постоянную и одинаковую во всех точках температуру, причем жидкость неподвижна. Принимается, что температура вводимой жидкости существенно превышает начальную температуру среды в полости и считается известной как и массовый приход.

При проведении анализа предполагается, что теплофизические свойства среды не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным.

Математическая модель

Безразмерные уравнения Новье-Стокса в приближении Буссинеска в переменных «вихрь скорости – функция тока – температура» [1,5] для рассматриваемой задачи записываются так:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+U\frac{\partial\Omega}{\partial X}+V\frac{\partial\Omega}{\partial Y}=\frac{1}{Re}\Delta\Omega+\frac{Gr}{Re^2}\frac{\partial\Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\Delta\Psi=\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}+U\frac{\partial\Theta}{\partial X}+V\frac{\partial\Theta}{\partial Y}=\frac{Gr}{Re^2}\Delta\Theta. \quad (3)$$

Здесь $\mathrm{Gr}=\frac{\beta g_y L^3(T_{in}-T_0)}{\nu}$– число Грасгофа; ν – коэффициент кинематической вязкости; $\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}$– число Прандтля; a – коэффициент температуропроводности; $Re=\frac{2VL}{\gamma}$ – число Рейнольдса.

Начальные условия для системы уравнений 1–3:

$$\Psi(X,Y,0)=0;4$$
$$\Omega(X,Y,0)=0;$$
$$\Theta(X,Y,0)=0;$$

Граничные условия:

На верхней границе рассматриваемой области задано граничное условие свободной поверхности для жидкости:

$$\left|\begin{array}{l}\frac{\partial\Psi}{\partial Y}=0,\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}=\tau_z;\\ \frac{\partial\Theta_f(X,Y)}{\partial Y}=Bi\Theta_f(X,Y)+Bi\frac{T_0-T_e}{T_{in}-T_0}+K_i,\end{array}\right. \text{при } Y=1{,}0\le X\le 1 \quad (4)$$

На нижней границе:

$$\left|\begin{array}{l}\Psi = 0, \dfrac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \\ \dfrac{\partial \Theta}{\partial X} = \mathrm{Ki};\end{array}\right. \text{при } Y = 0, 0 \le X \le \frac{l}{L} \quad (5)$$

На левой и правой границе кроме участков ввода и вывода:

$$\left|\begin{array}{l}\Psi = 0, \dfrac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \\ \dfrac{\partial \Theta}{\partial X} = \mathrm{Ki};\end{array}\right. \text{при } X = 0 \text{ и } X = \frac{l}{L}, 0 \le Y \le \frac{h}{L} \quad (6)$$

Участок ввода жидкости:

$$\left|\begin{array}{l}\dfrac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1, \\ \Theta = 1;\end{array}\right. \text{при } X = 0, \frac{h_2}{L} \le Y \le \frac{h}{L} \quad (7)$$

Участок вывода жидкости:

$$\left|\begin{array}{l}\dfrac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1, \\ \dfrac{\partial \Theta(X,Y)}{\partial Y} = 0\end{array}\right. \text{при } X = 1, 0 \le Y \le \frac{h_3}{L} \quad (8)$$

Здесь $\mathrm{Ki} = \frac{qL}{\lambda_w(T_{in}-T_0)}$ – число Кирпичева, $Bi = \frac{\alpha_k L}{\lambda_f}$ – число Био, $\tau_z = \frac{\tau_z' L}{V_{in}\mu}$ – безразмерное касательное напряжение, $K_i = \frac{WQ_iL}{\lambda(T_{in}-T_0)}$ – безразмерное число испарения, τ_z' – касательное напряжения на свободной поверхности, μ – динамическая вязкость жидкости, α_k – коэффициент теплообмена между внешней средой и областью решения, T_e – температура окружающей среды, λ – коэффициент теплопроводности, q – тепловой поток на границе области, $W = \frac{A(P_n - P'')}{\sqrt{\frac{2\pi R_g}{M}T_{pb}}}$ – массовая скорость испарения, Q_i – теплота фазового перехода, P_n – давление насыщения, P'' – парциальное давление испараяющихся компонентов, R_g – газовая постоянная, M – молекулярный вес, A – коэффициент аккомодации, T_{pb} – температура испарения.

Задача (1–4) с соответствующими граничными и начальными условиями решена методом конечных разностей [1; 2].

Уравнения (1)–(3) вместе с начальными и граничными условиями представляют замкнутую систему, позволяющую определить поля скорости, температуры однородной несжимаемой вязкой жидкости и их изменения во времени.

Уравнения (1)–(3) решаются последовательно. Каждый временной шаг начинается с вычисления поля температуры в жидкости (2), затем решается уравнение Пуасона для функций тока (3). Далее определяются граничные условия для вектора вихря, и решается уравнение движения (1).

Анализ результатов

Численные исследования были проведены при следующих значениях:

– безразмерных величин: $Pr = 7,1$, $Re \leq 1000$, $Gr \leq 10^5$;

– температур $T_0 = 299$ K, $T_{in} = 298$ K, $T_e = 297$ K.

На рис. 2 приведены типичные результаты решения системы (1, 4) с соответствующими граничными и начальными условиями.

На рис. 2 приведены линии тока для случая, когда ввод массы находится в верхней части, а отток в нижней части полости. Видно вихрь, образованный за счет смешанной конвекции. Можно полагать, что основным механизмом образования этих вихрей является естественная конвекция. За счет этого формируется неравномерное распределение температуры, что приводит к большому перепаду температур между верхним и нижним слоем жидкости.

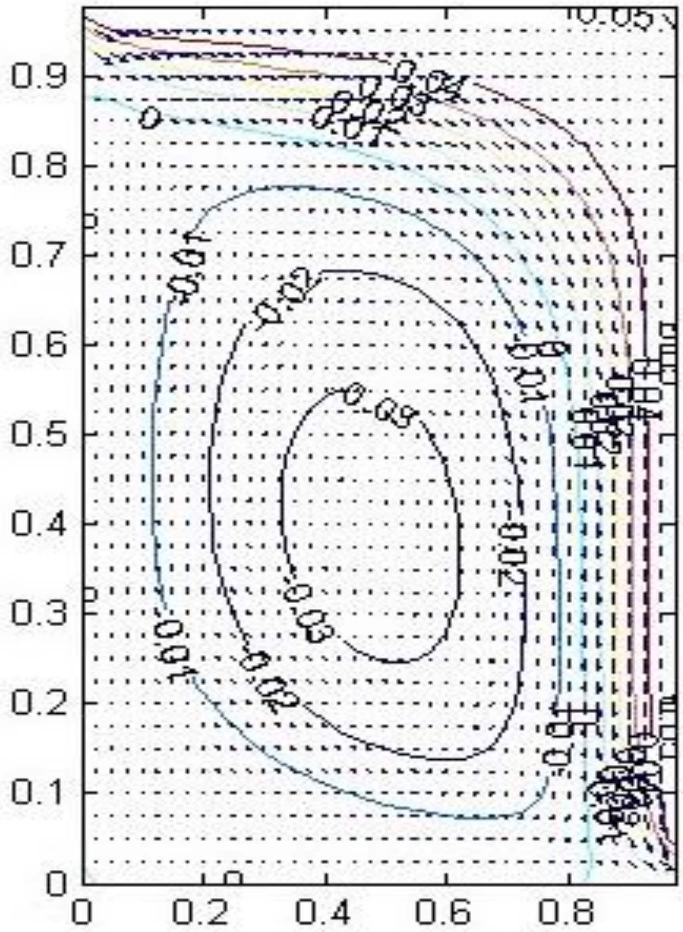

Рис. 2. Структура течения жидкости в полости для случая, когда ввод массы находится в верхней части, а отток в нижней части полости

Выводы

1. Теоретически исследована смешанная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и отвода массы в сопряженной постановке. Полученные теоретические следствия дают новую информацию, которая не только характеризует конвективный режим течения, но и является дополнительной для построения и апробации моделей смешанной конвекции в сопряженной постановке.

2. Результаты работы показывают возможности использования уравнений Навье-Стокса в переменных «вихрь скорости – функция тока» для моделирования достаточно сложных по своему характеру течений при умеренных значениях чисел Рейнольдса в режиме смешанной конвекции и при неоднородном теплообмене на внешних границах области решения.

Список литературы

1. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло – и массообмена. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 288 с.

2. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

3. Ким Д.М., Вискантa Р. Влияние теплопроводности стенки на теплообмен при свободной конвекции в полости квадратного течения // Теплопередача. – 1985. – №1. – С. 141; 150.

4. Полежаев В.И. Свободная конвекция: обзор моделей, методов и приложений. – М., 1994.

5. Шеремет М.А. Сопряженный конвективно-кондуктивный теплоперенос в замкнутом объеме с локально сосредоточенными источниками тепловыделения: Диссертация канд. физ.-матем. наук – Томск, 2006. – 188 с.