АКТУАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

Юнева Лариса Сергеевна

учитель математики

ГБОУ №1797 «Богородская»

Г. Москва

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Аннотация*: в работе рассмотрена проблема слабых знаний учащихся, которая повторяется из года в год: совершенствуются учебники, всевозможные пособия, рабочие тетради, но «воз «слабых знаний» поныне там». Автором предпринята попытка обозначить одну из причин этого явления в школе, проанализировать её и предложить собственный вариант решения проблемы. Рассмотрены примеры алгоритмов, которые для ученика выглядят как «Карточки по теме» (это непосредственно алгоритмы, это опорные конспекты, краткие конспекты по теме), выделены методические приёмы для освоения темы, для её проработки и закрепления.*

Ключевые слова*: алгоритм, методические приемы, проблема слабых знаний, учащиеся, мотивация к учению, выполнение действий, алгоритм, опорный конспект, освоение темы.*

Закончился ещё один учебный год. Наступило время подведения очередных итогов.

Кто-то радуется своим 90-100 баллам по ЕГЭ, а кто-то – просто тому, что сдал экзамен. Ученик вскоре об этом забудет, а преподавательское сообщество будет – в который раз – искать пути улучшения преподавания, искать виновных, думать и реформировать. Совершенствуются учебники, всевозможные пособия, рабочие тетради, но «воз «слабых знаний» поныне там». Принимаются достаточно серьёзные попытки минимизировать потери в процессе прохождения экзамена. В этом учебном году, в частности, министерство образования снизило проходной балл по математике ОГЭ с 8 до 5 (в прошлом учебном году по ЕГЭ – до 3-х).

Проблема повторяется из года в год. У меня в руках книга для учителя автора Совайленко В.К. «Система обучения математике в 5–6 классах» (из опыта работы), изданная в 1991 году. Серьёзный, обстоятельный труд. Вот выдержка из его «Слова для учителя»:

«Практика преподавания в школе по различным учебникам математики, последовательно сменяющим друг друга за последние 30 лет, убедила меня в том, что, несмотря на напряженные поиски и безусловные достижения методики преподавания, степень усвоения учащимися учебного материала невысока. Я далек от мысли предъявлять современным учебникам (а также и тем, которым они пришли на смену) какие-либо принципиальные упрёки. Всё же можно предположить, что следующие причины имеют определённое значение при оценке сравнительно небольшой эффективности реализуемых в учебниках методических положений.

Заметный разрыв с традиционным способом организации учебного материала. При этом, как правило, страдают в первую очередь навыки выполнения простейших действий (сокращение дробей и т.п.), что сильно тормозит усвоение более важных в теоретическом отношении понятий и целых разделов курса.

Малая занимательность как теоретической части учебников, так и сюжетов задач. Это обстоятельство делает возможным успешное обучение только тех детей, которые уже приобрели устойчивый интерес к самому процессу учения».

И так далее.

Я не берусь анализировать, как далеко мы продвинулись вперёд по решению старых и новых проблем, это не моя компетенция. Но могу озвучить то, что «лежит на поверхности». Низкий уровень мотивации к учению наблюдается у детей уже с младших классов. «Научить – нельзя, научиться – можно». Эта простая истина содержит ответ (пусть и не полный) на простой вопрос «Почему уровень знаний многих наших учащихся такой низкий?» И тут же ещё одна истина: «Учёба – это труд». А трудиться намного тяжелее, чем отдыхать. Ребёнок идёт по пути наименьшего сопротивления. Мало того, что родители не учили такого ребёнка трудиться по дому (вероятнее, ещё до школы), они не настаивают на том, чтобы именно он прилагал усилия для усвоения того или иного материала (предмет не имеет здесь значения). Администрации идут на поводу у родителей: проще уволить учителя, чем разбираться с учеником, а тем более с родителем. Тоже «наименьшее сопротивление».

Тем не менее, ни один учитель не теряет надежды, что, применив немножко фантазии и терпения, можно создать такой учебный продукт, который будет полезен именно данному ученику, данному классу, который заинтересует ребёнка, поможет разобраться в чём-то, научит делать нужные шаги в решении той или иной задачи. Для меня этот продукт – алгоритм, как бы и чем бы мы его ни «украшали», объясняли, расписывали, расшифровывали и т.п., как бы его ни представляли или называли. Математика – наука точная, и тем отличается от физики и химии, например, что раскладывает материал «по полочкам»:

Первое. Второе. Третье… Выполнил один шаг, одно действие – остановись; второй шаг, второе действие… Контролируй шаги. И так по шажкам – к результату.

Отсюда и желание дать слабым деткам возможность выполнять действия по алгоритму, который облекается в разные формы. При подготовке к экзамену часто обнаруживаются пробелы в знаниях, которые требуется восстановить за относительно короткое время. Материалы-алгоритмы очень удобны в решении таких проблем. И, конечно же, они уместны, когда только тема изучается, чтобы хотя бы попытаться не дать пробелу образоваться.

Ещё раз повторюсь. Всё это хорошо работает, если ребёнок готов слушать и слышать, тогда он благодарен за такую простую помощь.

Я предприняла попытку создать свои материалы по ключевым темам математики, часть из которых представляю в нижеследующем разделе. Некоторые из них являются алгоритмами, другие можно назвать опорными конспектами, третьи – краткими конспектами темы. В любом случае, в них содержатся методические приёмы для освоения темы, для её проработки и закрепления. В части из них предполагается, что ученик вместе с учителем разберёт данный материал «с карандашом в руках», то есть требуется выделить разными цветами те или иные места в бланке, прорисовать линии, записать или выделить слова, цифры.

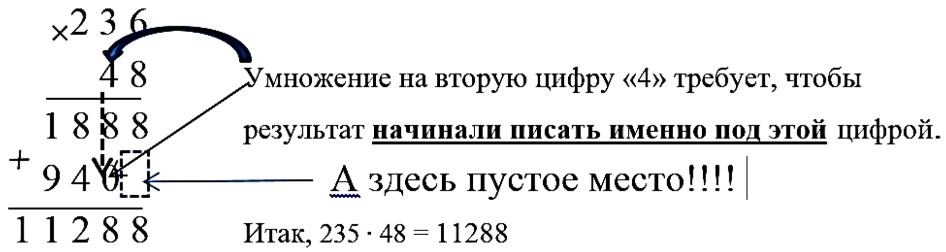
Методические материалы по математике (5–6 кл.) и алгебре (7–9 кл.)

Содержание

1.Умножение натуральных чисел. Умножение десятичных дробей.

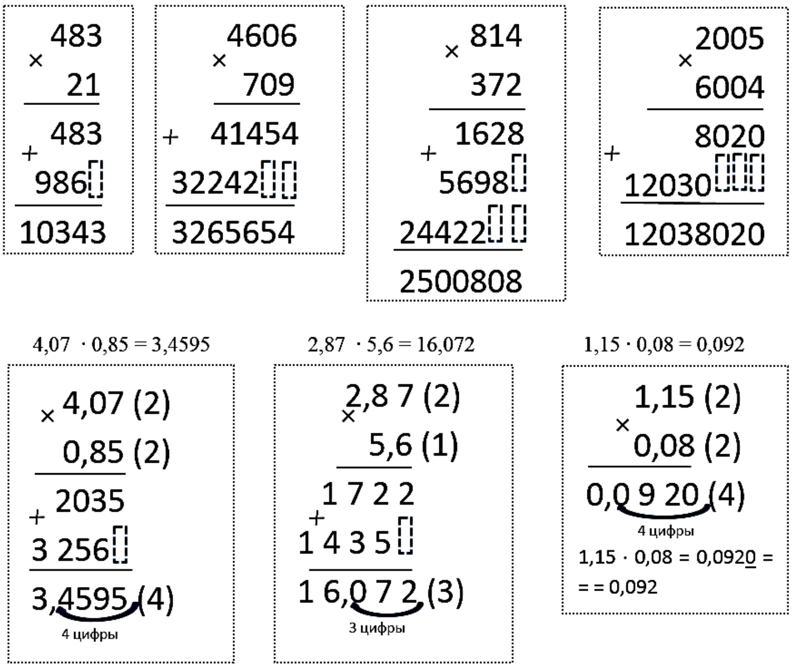
Рассмотри внимательно, как надо записывать строчки в столбике умножения натуральных чисел.

1. 235 · 48 = …



2. 5748 · 9093= …

3. Изучите примеры столбиков умножения, используйте их как образцы при выполнении домашних заданий.



2. Нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного.

Правило 1. **Порядок моих действий при разложении числа на простые множители**

1.Вспоминаю, какие числа являются простыми:
2,3,5,7,**11**,13,17,19,…
2.Начинаю по очереди перебирать эти числа и проверять, делится ли на них заданное число.

для «2»: если <u>последняя</u> цифра числа <u>чётная</u> (2,4,6,8,0), то число делится на 2. (Делю, если так).
для «3»: <u>складываю цифры</u> числа. Если сумма делится на 3, то и само число делится на 3. (Делю, если так).
для «5»: если <u>последняя</u> цифра числа 0 или 5, то число делится на 5. (Делю, если так).
для «7»: просто делю число в столбик на 7, чтобы проверить, делится ли оно на 7.
для «11,13,17,19,…(и т.п.)»: всё, как и для 7.

НО: если число заканчивается на 0, то сразу записываю ДВА множителя «2» и «5», то есть делю число на 10.

Пример.
Разложить на простые множители число 78750.
Сначала столбик:

78750	2 · 5	
7875	5	
1575	5	
315	5	
63	3	6+3=9; 9 ⋮ 3
21	3	
7	7	
1		

Затем строка: $78750 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

Правило 2. **Порядок моих действий при нахождении НОД (наибольшего общего делителя) чисел.**

Задача. Найти НОД чисел 12 и 18.

1.Раскладываю заданные числа на простые множители (см. правило 1)

12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

2.Выписываю отдельными строками разложения этих чисел и выделяю в них попарно общие множители (лучше, если каждую пару я раскрашу своим цветом).

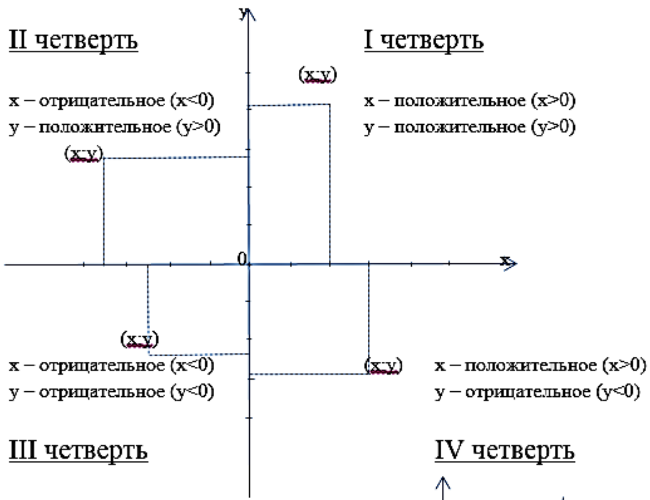
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

3. Перемножу выделенные числа (сколько цветов, столько и множителей).
Итог: полученное число – НОД(12;18).

НОД(12;18) = $2 \cdot 3 = 6$

<table>
<tr><td>Правило 3. Порядок моих действий при нахождении НОК (наименьшего общего кратного) чисел.
Задача. Найти НОД чисел 12 и 18.</td><td></td></tr>
<tr><td>1.Раскладываю заданные числа на простые множители (см. правило 1).</td><td>$\begin{array}{r|l}12&2\\6&2\\3&3\\1&\end{array}\qquad\begin{array}{r|l}18&2\\9&3\\3&3\\1&\end{array}$</td></tr>
<tr><td>2.Выписываю отдельными строками разложения этих чисел.</td><td>$12 = 2\cdot 2\cdot 3$
$18 = \cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\underbrace{3}_{\text{его нет в первом разложении}}$</td></tr>
<tr><td>3.Переписываю одно разложение полностью.</td><td></td></tr>
<tr><td>4.Начинаю проверять второе: изучаю каждый множитель. Если множитель есть в первом, его не учитываю (лучше – зачёркиваю). Если множителя нет в первом, его туда дописываю.</td><td>$НОК(12;18) = \underbrace{2\cdot 2\cdot 3}_{\text{первое полностью}}\cdot 3$
добавлено из второго</td></tr>
<tr><td>5.Перемножаю полученный ряд множителей.
Итог: полученное число – НОК(12;18).</td><td>НОК(12;18) = 36.</td></tr>
</table>

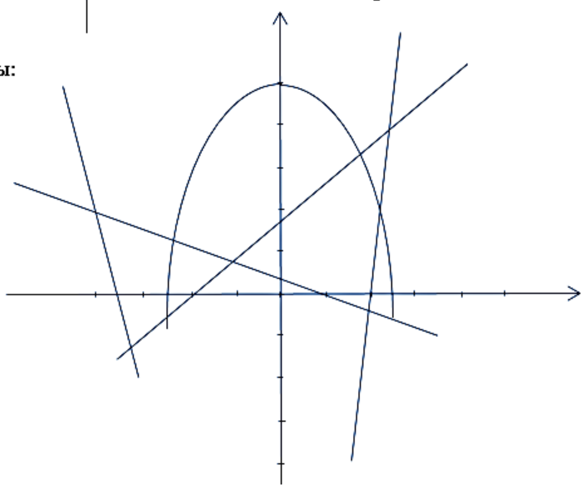
3. Координатная плоскость. Четверти, координаты точек по четвертям.



Тренировочные задания.

1.Каковы по знакам координаты:

1) точки A;
2) точки B;
3) точки C;
4) точки M;
5) точки P;
6) точки T;
7) точки E;
8) точки H;
9) точки K;
10) точки X?



2. Вычисли координаты:
   1) точки А;
   2) точки В;
   3) точки С;
   4) точки М;
   5) точки Р;
   6) точки Т;
   7) точки Е;
   8) точки Н;
   9) точки К;
   10) точки Х.

Правило для нахождения координат точек пересечения.
Если на графике есть точка пересечения двух линий, то эта точка – общая для этих двух линий. Это означает, что равны выражения двух формул, которые задали эти линии.
Например. Найти точку пересечения прямых y=-2x-8 и $y=\frac{1}{2}x-3$.
Решение. Итак, в формула слева стоят «у», которые для общей точки одинаковые. Следовательно, правые части также равны.
Приравняем, получим уравнение: $-2x-8=\frac{1}{2}x-3$. Решение уравнения – при рассмотрении темы «Уравнения».

Другими словами, решается система уравнений
$$\begin{cases} y=-2x-8 \\ y=\frac{1}{2}x-3 \end{cases}$$
(О решении систем – отдельно).

4. Действия с положительными и отрицательными числами.

Сложение: с помощью модели «весов».
«Весы»: какой знак «перевешивает»?
Правило. Из бòльшего веса вычесть меньший.

Возьмём две чаши, назовём их «положительная» и «отрицательная».
а) (-7)+(-3); б) (-7)+3.

7 3 Оба числа в отрицательной чаше, следовательно, семь плюс три – это десять, да ещё учтём знак «–», итого получим –10! Итак, (–7)+(–3)= –10	7 3 Числа в разных чашах, одно в отрицательной, другое в положительной. Какая чаша перевешивает?? Там, где больше, то есть где 7. «Минус» перевешивает!! На сколько?? На 7–3=4. Тогда получаем ответ: –4 Итак, (–7)+3 = –4

Умножение. Правило знаков:

(+)·(+)=(+)	(–)·(+)=(–)
(+)·(–)=(–)	(–)·(–)=(+)

1. Чтобы перемножить две обыкновенные дроби, нужно «числитель умножить на числитель», а «знаменатель на знаменатель».

$$\frac{\text{числ.1}}{\text{знам1}}\cdot\frac{\text{числ.2}}{\text{знам2}}=\frac{\text{числ.1}\cdot\text{числ.2}}{\text{знам1}\cdot\text{знам2}}$$

2. Чтобы перемножить десятичные дроби, нужно:
1)записать их в столбик, не обращая внимания на запятую;
2)выполнить умножение как обыкновенных натуральных чисел;
3)в полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их в обоих множителях вместе.

Вычитание.
Очень легко! – заменим на сложение! Но с противоположным числом.
Формулы:
$$a-b=a+(-b)$$
$$a-(-b)=a+b$$
Примеры.
$3-8=3+(-8)=-5$ (минус перевешивает!)
$$10-(-20)=10+2=12$$

Отдельная подсказка. Если из меньшего числа вычитаешь бòльшее, то получаешь число с «минусом».
$$5-7=-2$$
$$15-25=-10$$
$$8-10=-2$$

Деление. Правило знаков:

(+)·(+)=(+)	(–)·(+)=(–)
(+)·(–)=(–)	(–)·(–)=(+)

1.Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно первую дробь переписать и умножить её на дробь, обратную второй (вторую дробь «перевернуть») $\frac{\text{числ.1}}{\text{знам.1}}:\frac{\text{числ.2}}{\text{знам.2}}=\frac{\text{числ.1}\cdot\text{знам.2}}{\text{знам.1}\cdot\text{числ.2}}$

2.Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:
1)во втором числе (в делителе) перенести запятую *вправо* полностью, чтобы получить натуральное число;
2)в первом числе (в делимом) перенести запятую *вправо* на такое же количество цифр;
3)выполнить деление на натуральное число, при этом в частном поставить запятую **там и тогда**, где и когда **заканчивается целая часть** в первом числе.

5. Пропорции. Решение задач с помощью пропорции.

1.Отношением называется частное двух величин.
2.Пропорцией называется равенство двух отношений.
3. <u>Вид 1</u>: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. <u>Вид 2</u>: a : b = c : d.
4.Числа a и d называются крайними членами пропорции, а числа b и c – средними. Эти две пары называются накрест лежащими членами пропорции.
5.Основное свойство пропорции. Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних. $\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$ a : b = c : d. Получаем формулу a · d = b · c.

6. Если в пропорции из четырёх чисел три известны, то легко найти четвёртое (в Одно действие!). Для этого пишем:

$$x = \frac{\text{сюда}-\text{произведение чисел,стоящих друг с другом с паре}}{\text{сюда}-\text{одно число,стоявшее в паре с "x"}}.$$

Вот пример. Решить уравнение вида $\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$. Тогда:

$\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$; (по основному свойству: 2 · x = 3 · 10); $x = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$. Ответ: 15.

Арифметические задачи.

1. Один килограмм огурцов стоит 15 рублей. Мама купила 2 кг 400 г огурцов. Сколько рублей сдачи она должна получить со 100 рублей? **Решение.** **Универсальный способ решения – с помощью составления пропорции.** Переводим вес в килограммы: 2 кг 400 г = 2,4 кг 1) 1 кг — стоит 15 руб. 2,4 кг — x руб. Зависимость прямая, поэтому получаем пропорцию: $\frac{1}{2,4} = \frac{15}{x}$; $x = \frac{2,4 \cdot 15}{1} = \frac{36}{1} = 36$. Итак, 36 рублей должны заплатить за покупку. 2) 100 – 36 = 64 (руб.) – сдача. Ответ: 64.	**2.** Андрей Петрович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 42 мили в час? Ответ округлите до целого числа. **Решение.** **Универсальный способ решения – с помощью составления пропорции.** Переводим расстояние в километры: 1609 м = 1,609 км 1) 1 миля — составляет 1,609 км 42 мили — x км Зависимость прямая, поэтому получаем пропорцию: $\frac{1}{42} = \frac{1,609}{x}$; $x = \frac{42 \cdot 1,609}{1} = \frac{67,578}{1} = 67,578$ 2) Округлим полученное число до целого по обычным правилам округления: 67,578 = 67 | , 578 = 68,000 = 68 (км/ч.) Ответ: 68.
3. 1 киловатт электроэнергии стоит 1 рубль 60 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 32544 киловатт-часов, а 1 декабря 32726 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь? **Решение.** **Универсальный способ решения – с помощью составления пропорции.** Переводим стоимость в рубли: 1руб.60коп. = 1,60 р. = 1,6 р. 1) Найдем количество киловатт-часов за ноябрь: 32726 – 32544 = 182 2) 1 киловатт — стоит 1,6 руб. 182 киловатт-час. — x руб. Зависимость прямая, поэтому получаем пропорцию: $\frac{1}{182} = \frac{1,6}{x}$; $x = \frac{182 \cdot 1,6}{1} = \frac{291,2}{1} = 291,2$ Ответ: 291,2 .	**4.** Пакет сока стоит 32 рубля. Какое наибольшее количество пакетов сока можно купить на 200 рублей? **Решение.** **Универсальный способ решения – с помощью составления пропорции.** 1) 1 пакет — стоит 32 руб. x пакетов — 200 руб. Зависимость прямая, поэтому получаем пропорцию: $\frac{1}{x} = \frac{32}{200}$; $x = \frac{1 \cdot 200}{32} = \frac{200}{32} = 6,25$ 2) Получили: на 200 рублей можно купить 6 целых пакетов и ещё часть седьмого. Но так как дробное количество пакетов не продают, то число 6,25 нужно округлить, исходя из практических соображений: пачек потребуется меньше, чем 6,25, поэтому ближайшее целое число – 6. Ответ: 6.

6. Нахождение области допустимых значений рациональных выражений (нахождение ОДЗ).

1. Значения переменных, при которых выражение имеет смысл, называют допустимыми значениями переменных.

Например, выражение $\frac{1}{x}$. Так как на «0» делить нельзя, то допустимыми значениями переменных являются все значения х, кроме 0.

2. Область допустимых значений (ОДЗ) – это то же самое.

Например, найти область допустимых значений выражения $\frac{x}{x-y}$.

Так как на «0» делить нельзя, то, приравняв-таки как раз к нулю знаменатель, получим значения букв, которые надо отбросить, а именно:

х – у = 0, откуда х = у.

Следовательно, ОДЗ: $x \neq y$.

3. Проще говоря, областью допустимых значений являются те значения переменной, при которых можно выполнять действия, указанные в конкретном выражении. Мы говорим: «есть ли ограничения для вычисления?»

4. Итак, значение выражения вида дроби $\frac{a}{b}$ можно подсчитывать, когда $b \neq 0$. Ограничение: $b \neq 0$.

5. Ещё один вид выражения, которое имеет ограничения для вычислений. Это $\sqrt{a}$. Как вы знаете, выражение имеет смысл, если $a \geq 0$. Поэтому, ограничение: $a \geq 0$.

6. Сложный пример. Найти ОДЗ выражения $\frac{m+4}{m^2+16}$

Решение. Приравняем к нулю знаменатель, чтобы найти числа, которые надо будет отбросить.

$m^2 + 16 = 0$,

$m^2 = -16$. Это неверное равенство, следовательно, уравнение корней не имеет. *Отбрасывать нечего.*

Итак, ОДЗ: х – любое число.

7. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

1.	Сложение обыкновенных дробей: $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$ (Складывать дроби с одинаковыми знаменателями совсем просто. Допустим, пирог разрезан на 8 частей. Если тебе дали сначала 3 куска пирога $\left(\frac{3}{8}\right)$, потом еще 2 куска $\left(\frac{2}{8}\right)$, то всего ты получил 5 кусков, то есть $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3+2}{8}=\frac{5}{8}$. Складываются только сами доли 3+2=5. Число «8» показывает «размер» доли пирога, поэтому просто переписывается).
2.	Сложение алгебраических дробей: аналогично, складываем только числители, а знаменатели переписываем. $\frac{3a}{x}+\frac{2a}{x}=\frac{5a}{x}$.
3.	Сложение алгебраических дробей, пример посложнее (только видом знаменателя ☺): $\frac{3a}{a-в}+\frac{2a}{a-в}=\frac{5a}{a-в}$, но его конструкция прежняя.
4.	Сложение алгебраических дробей, пример ещё более сложный :-($\frac{3x}{a^2-в^2}+\frac{2x}{a^2-в^2}=\frac{5x}{a^2-в^2}$
5.	Сложение алгебраических дробей. Наконец, пример совсем сложный и страшный!!!!!!! $\frac{x^2-3}{x^2+2x}+\frac{2}{x^2+2x}-\frac{2x-1}{x^2+2x}$ =??? Ну хоть что-нибудь есть здесь знакомое? Вроде бы есть? Знаменатели одинаковые? Дааа, одинаковыеееее! Ну тогда сложим числители, а знаменатель перепишем: $=\frac{(x^2-3)+2-(2x-1)}{x^2+2x}$ (единственное требование – **<u>числители пишем в скобках</u>**). Дальше: раскрываем скобки и приводим подобные слагаемые $\frac{x^2-3+2-2x+1}{x^2+2x}=\frac{x^2-2x}{x^2+2x}$.
6.	Фокус в том, что пример ещё не закончен!! Вынесем x за скобку в числителе и в знаменателе: $=\frac{x^2-2x}{x^2+2x}=\frac{x(x-2)}{x(x+2)}$ А дальше сократим числитель и знаменатель на x: $=\frac{{}^{1}x(x\cancel{-2})}{{}_{1}x(x\cancel{+2})}=\frac{x-2}{x+2}$.
	Теперь всё.

Итак, вывод:

Чтобы сложить или вычесть дроби

с одинаковыми знаменателями,

нужно сложить или вычесть их числители,

а знаменатель переписать.

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Пусть дано:

Упростить выражение

$$\frac{A}{a(a-в)}+\frac{Б}{в(a-в)}.$$

Мои действия:

1	пишу: знак =	=
2	пишу: черту дроби подлиннее.	$= \underline{\qquad\qquad}$
3	*отдельно*: подбираю наименьший общий знаменатель (это «всё общее» в этих двух знаменателях). По-другому: общий знаменатель должен делиться на каждый частный.	$ав(а-в)$
4	пишу: под чертой выбранный знаменатель	$= \dfrac{\quad}{ав(а-в)}$
5	*отдельно*: делю общий знаменатель на каждый частный. (иногда говорят: выделяем *недостающее* в каждом частном знаменателе по отношению к общему, то есть *то*, чего не хватает в каждом частном знаменателе по отношению к общему, здесь это *в* и *а*)	$\dfrac{ав(а-в)}{а(а-в)} = в$; $\dfrac{ав(а-в)}{в(а-в)} = а$.
6	*в* и *а* – дополнительные множители пишу: дополнительные множители *в* и *а* справа сверху возле своей дроби	$\dfrac{А}{а(а-в)}^{\,в} + \dfrac{Б}{в(а-в)}^{\,а}$ (возвращаюсь назад в условие)
7	пишу: над чертой, а именно: умножаю каждый дополнительный множитель на свой числитель, между произведениями ставлю тот знак, который задан по условию (+ или –), здесь у нас «+».	$= \dfrac{вА + аБ}{ав(а-в)}$
8	преобразовываю числитель: раскрываю скобки, привожу подобные слагаемые.	
9	другие дальнейшие действия	

Примеры.

1) $\frac{a}{в} + \frac{в^2}{a} = ?$

1		=
2		=
3		$ав$
4		$=\frac{}{ав}$
5		$\frac{ав}{в}=a$; $\frac{ав}{a}=в$.
6		$\overset{a}{\frac{a}{в}}+\overset{в}{\frac{в^2}{a}}$ (возвращаюсь назад в условие)
7		$=\frac{a^2+вв^2}{ав}=$
8	Здесь не нужно в числителе раскрывать скобки, так как их тут нет.	

Запись короче: $\overset{a}{\frac{a}{в}}+\overset{в}{\frac{в^2}{a}}=\frac{a^2+вв^2}{ав}=\frac{a^2+в^3}{ав}$.

2) $\frac{15a-в}{12a}-\frac{a-4в}{9a}$

1		=
2		=
3	Общий знаменатель – то, что делится на каждый частный. Подбираем для чисел: 12=2·2·3, 9=3·3. Тогда общее: 2·2·3·3=4·9=36.	$36a$.

	Подбираем для букв: это только a. Итак, общий знаменатель $36a$.	
4		$=\dfrac{}{36a}$
5		$\dfrac{36a}{12a}=3$; $\dfrac{36a}{9a}=4$.
6		$\dfrac{15a-в}{12a}^{\smile 3}-\dfrac{a-4в}{9a}^{\smile 4}$ (возвращаюсь назад в условие)
7		$\dfrac{3(15a-в)-4(a-4в)}{36a}$
8		$\dfrac{45a-3в-4a+16в}{36a}=$ $=\dfrac{41a+13в}{36a}$

Запись короче: $\dfrac{15a-в}{12a}^{\smile 3}-\dfrac{a-4в}{9a}^{\smile 4}=\dfrac{3(15a-в)-4(a-4в)}{36a}=\dfrac{45a-3в-4a+16в}{36a}=\dfrac{41a+13в}{36a}$.

9. Преобразование рациональных выражений.

Выражения $x–y$ и $y–x$ противоположные.

$x–y=–(y–x)$

Но: $(x–y)^2=(y–x)^2$

Пример. Представить в виде дроби $\dfrac{a}{c-3}-\dfrac{6}{3-c}$.

Планирование замены знака

Знак поменялся

$$\dfrac{a}{c-3}-\dfrac{6}{3-c}=\dfrac{a}{c-3}+\dfrac{6}{c-3}=\dfrac{a+6}{c-3}$$

Противоположные

одинаковые

Чтобы сложить или вычесть дроби

с одинаковыми знаменателями,

нужно сложить или вычесть их числители, а знаменатель переписать

Ещё пример. Выполнить сложение дробей $\dfrac{a}{a^2-9}+\dfrac{3}{9-a^2}$

Планирование замены знака

Знак поменялся

$$\dfrac{a}{a^2-9}+\dfrac{3}{9-a^2}=\dfrac{a}{a^2-9}-\dfrac{3}{a^2-9}=\dfrac{a-3}{a^2-9}.$$

Дальше нужно разложить на множители в знаменателе и

сократить: $\dfrac{a-3}{a^2-9}=\dfrac{\overset{1}{\cancel{a-3}}}{\cancel{(a-3)}(a+3)}=\dfrac{1}{a-3}$.

Примеры.

$$1)\ \frac{3}{7}:\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot5}{7\cdot2}=\frac{15}{14};\ 2)\ \frac{12}{35}:\frac{4}{5}=\frac{12}{35}\cdot\frac{5}{4}=\frac{{}^{3}\cancel{12}\cdot\cancel{5}^{1}}{{}_{7}\cancel{35}\cdot\cancel{4}_{1}}=\frac{3}{7}.$$

Для алгебраических дробей:

$$3)\ \frac{2\tilde{o}}{3}:\frac{\tilde{o}^3}{9}=\frac{2x}{3}\cdot\frac{9}{x^3}=\frac{2\cancel{x}^{1}\cdot\cancel{9}^{3}}{{}_{1}\cancel{3}\cdot\cancel{x^3}^{2}}=\frac{2\cdot3}{x^2}=\frac{6}{x^2}.$$

Ещё раз правило 1: Чтобы перемножить две дроби, нужно «числитель умножить на числитель», а «знаменатель на знаменатель».

$$\boxed{\frac{числ.1}{знам.1}\cdot\frac{числ.2}{знам.2}=\frac{числ.1\cdot числ.2}{знам.1\cdot знам.2}}$$

Ещё раз правило 2: Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь переписать и умножить её на дробь, обратную второй (вторую дробь «перевернуть»)

$$\boxed{\frac{числ.1}{знам.1}:\frac{числ.2}{знам2}=\frac{числ.1}{знам.1}\cdot\frac{знам.2}{числ.2}=\frac{числ.1\cdot знам.2}{знам.1\cdot числ.2}}$$

10. Умножение и деление дробей

1. Правило умножения дробей. При умножении двух дробей получается дробь, числитель которой равен произведению числителей сомножителей, а знаменатель – произведению их знаменателей, т.е. $\frac{\grave{a}}{\hat{a}}\cdot\frac{\tilde{n}}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Примеры.

$$1)\ \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot5}{3\cdot7}=\frac{10}{21};\ 2)\ \frac{4}{13}\cdot\frac{26}{16}=\frac{{}^{1}\cancel{4}\cdot\cancel{26}^{2}}{{}_{1}\cancel{13}\cdot\cancel{16}_{4}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$$

Для алгебраических дробей:

$$3)\ \frac{6mx}{3a^2b}\cdot\frac{ab}{2mx^3}=\frac{6\cancel{m}^{1}\cancel{x}^{1}\cdot\cancel{a}^{1}\cancel{b}^{1}}{3\cancel{a^2}^{1}\cancel{b}_{1}\cdot2\cancel{m}_{1}\cancel{x^3}^{2}}=\frac{6}{6ax^2}=\frac{1}{ax^2}.$$

2. Правило деления дробей. При делении двух дробей получается дробь, равная произведению делимой дроби на дробь, обратную делителю, т.е. $\frac{\grave{a}}{\hat{a}}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$.

Примеры.

$$1)\ \frac{3}{7}:\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 5}{7\cdot 2}=\frac{15}{14};\ 2)\ \frac{12}{35}:\frac{4}{5}=\frac{12}{35}\cdot\frac{5}{4}=\frac{{}^{3}\cancel{12}\cdot\cancel{5}^{1}}{{}_{7}\cancel{35}\cdot\cancel{4}_{1}}=\frac{3}{7}.$$

Для алгебраических дробей:

$$3)\ \frac{2б}{3}:\frac{б^3}{9}=\frac{2x}{3}\cdot\frac{9}{x^3}=\frac{2\cancel{x}^{1}\cdot\cancel{9}^{3}}{{}_{1}\cancel{3}\cdot\cancel{x^3}^{2}}=\frac{2\cdot 3}{x^2}=\frac{6}{x^2}.$$

Ещё раз правило 1: Чтобы перемножить две дроби, нужно «числитель умножить на числитель», а «знаменатель на знаменатель».

$$\boxed{\frac{числ.1}{знам.1}\cdot\frac{числ.2}{знам.2}=\frac{числ.1\cdot числ.2}{знам.1\cdot знам.2}}$$

Ещё раз правило 2: Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь переписать и умножить её на дробь, обратную второй (вторую дробь «перевернуть»).

$$\boxed{\frac{числ.1}{знам.1}:\frac{числ.2}{знам.2}=\frac{числ.1}{знам.1}\cdot\frac{знам.2}{числ.2}=\frac{числ.1\cdot знам.2}{знам.1\cdot числ.2}}$$