

ПЕДАГОГИКА ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Юнева Лариса Сергеевна

учитель

ГБОУ гимназия №1797 «Богородская»

г. Москва

К ВОПРОСУ ОБ ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ ПРИМЕНЕНИЮ ГРАФИКА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Аннотация: в статье предпринята попытка показать применение графика линейной функции к решению задач на основе систематизации сведений о линейной функции и её графике. Предлагаются методические подходы к обучению учащихся приёмам решения задач с помощью графика линейной функции, представлено подробное описание этапов, способствующих становлению у учащихся знаний и умений по теме. Проанализированы возможные причины недостаточных знаний, предложены варианты решения этой проблемы.

Ключевые слова: качество знаний, подготовка к экзамену, график линейной функции, методические подходы, систематизация методических подходов.

Проблема качества знаний всегда актуальна. Работая с учащимися над той или иной темой с целью добиться стойких положительных результатов, одновременно решаем и другие образовательные задачи: никакая тема не изолирована полностью от других. Приобретаются навыки в подходе к учению непосредственно, а также опыт такой работы. Чем старше становится ученик, тем легче впоследствии ему даются вопросы проработки учебного материала.

В школьном курсе интерес представляет тема «Функций и графиков». Действительно, о функциях говорят не только в теоретических дисциплинах. Без них не обойтись ни финансисту, ни социологу, ни даже просто читателю газет – в любой газете можно встретить диаграмму или график, и любой человек должен уметь их понимать без излишней траты умственных сил [1, с. 6–7]. Современный

человек живёт в меняющемся мире, мире связей и зависимостей, а лучшего способа их выразить, чем функции и графики, нет [1, с. 7].

При подготовке учащихся к сдаче выпускного экзамена по математике в 9-м классе всякий раз приходится сталкиваться с ситуацией, когда ученики намеренно обходят задания, содержащие графики. И это при том, что, как правило, все знают, что такое «система координат» и как в ней строить точки, и ещё иногда они могут успешно различать графики основных простейших функций. Но с более сложными заданиями, в которых надо подумать, проанализировать данные, учащиеся стараются не работать. В чём причина такого отношения к теме «Графики функций»? При кажущейся простоте этой темы, что видится учащимся в ней сложного? Попытаемся найти ответ.

Исходя из опыта работы, при повторении той или иной темы удобно, когда основные вопросы темы собраны в одном месте, когда их не приходится разыскивать по учебникам. То есть возникает необходимость создания такого учебного продукта, который содержит основную информацию по теме в сконцентрированной форме. Так были созданы различные алгоритмы: в виде конспектов (опорных конспектов), программ, описывающих шаги действия, алгоритмов вида «делай, как я» и т.п.

Среди функций самой распространённой является линейная функция. Говоря о подготовке к экзамену, чтобы эта тема не осталась для учащихся темой «за закрытыми дверями», нужно изучить её с самого начала, причём подробно и разносторонне. Если говорить о текущем изучении темы (в 7-м классе), то акцент должен быть сделан не просто на ознакомление с функцией и её графиком, а ещё и на задачах, в которых описывается процессы, проходящие по линейному закону, и графиках таких процессов; нужно, чтобы дети научились «читать» графики линейных функций. Возможно, в этом случае уже можно говорить о расширении и углублении темы, что скорее нужно более продвинутым учащимся, хотя в базовых учебниках, предназначенных для всех, задачи такого рода содер-

жатся. Но, возможно, внимания на уроках им уделяется очень мало. Как следствие, знания и умения к 9-му классу ослабевают, теряются, и появляется нежелание заниматься графиками.

Таким образом, если при повторении темы пойти с самого начала, то это позволит быстрее получить положительный результат; учащиеся с «высоты» своего возраста легче поймут все необходимые нюансы темы. Что и происходит на практике.

В представленной ниже работе предпринята попытка показать применение графика линейной функции к решению задач на основе систематизации сведений о линейной функции и её графике (на примере задач на движение). Предлагаются методические подходы к обучению учащихся приёмам решения задач с помощью графика линейной функции, представлено подробное описание этапов, способствующих становлению у учащихся знаний и умений по теме. Материал представлен в сконцентрированном виде, выделено самое основное и необходимое.

Такое рассмотрение вопроса будет полезно и интересно, в первую очередь, мотивированным учащимся, как во время изучения темы, так и в процессе повторения при подготовке к экзамену. Более слабым учащимся такой подход также может быть полезным для повторения и закрепления темы (по основным разделам).

При этом нужно подчеркнуть, что весь базовый материал по теме содержится в основных школьных учебниках и, при необходимости, ими нужно пользоваться.

Хотелось бы отметить, что в обычных учебных пособиях часто отсутствуют подробные решения тех или иных задач. Это отталкивает более слабого ученика: он и хотел бы самостоятельно поработать над задачей, да не хватает нужной информации. Вот и «забрасывается» снова очередной учебный материал, а у ученика образовывается очередной пробел.

Не нужно бояться того, что ученик воспользуется готовым решением, а сам «решать не научится». Это не «готовое решение», это – «образец» для решения,

алгоритм. Как правило, получив в руки подобный алгоритм, учащиеся перестают бояться «неудобных» задач и легко справляются с ними впоследствии.

Если решение какой-то задачи более рационально через применение алгоритма, а на практике решается каким-либо другим способом, то не пытаться находить соответствующие алгоритмы и не обучать им во многих случаях нецелесообразно [2, с. 145–146].

Вот вопросы, которые рассмотрены по теме «Применение графика линейной функции при решении задач».

I. Основы темы «График линейной функции»

- 1) понятие функции;
- 2) линейная функция;
- 3) прямая пропорциональность – частный случай линейной функции;
- 4) названия переменных « x » и « y »;
- 5) график линейной функции.
 - а) число k – угловой коэффициент прямой;
 - б) роль числа b .

II. Примеры зависимостей между двумя величинами.

III. Чтение графиков. Графическая интерпретация задач на движение.

1. Движение от точки старта к финишу с остановкой в пути.
2. Встречное движение.

IV. Задача о движении морских судов из Ливерпуля в Рио-де-Жанейро и обратно.

V. Решение задачи на движение с применением графика линейной функции с помощью составления уравнения.

VI. Список задач для самостоятельного решения.

I. Основы темы «График линейной функции»

- 1) понятие функции.

Функцией называется зависимость между двумя величинами из двух множеств, при которой каждому значению одной величины соответствует единственное значение другой величины.

Перефразируем.

Есть два множества величин (пусть они стандартно называются X и Y), в каждом из которых есть некоторое количество элементов. Связь между элементами множеств показана на рисунке 1.

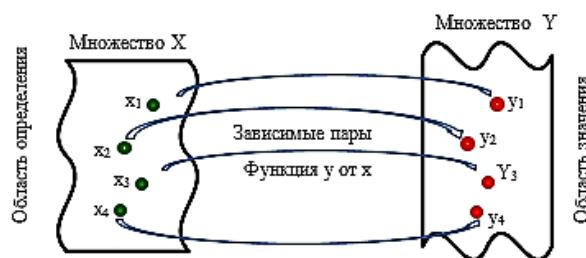


Рис. 1

Говорим: y зависит от x . Переходя на математический язык, такую зависимость называем «функциональной», или просто «функцией».

Итак, y «функционально» зависит от x .

2) линейная функция.

Таким образом, есть две величины, из которых одна зависит от другой по некоторому закону. Если при этом, во-первых, повторение каждой из них – однократное (в первой степени), во-вторых, отсутствуют обратные величины этих переменных, то такую зависимость называют «линейной».

Формула линейной зависимости: $y = kx + b$, где k, b – некоторые числа.

Здесь прослеживается свойство: с увеличением x увеличивается и y , с уменьшением x уменьшается и y . Слагаемое b выражает разницу между y и kx , то есть с увеличением x соответствующее значение y увеличивается, но не пропорционально. Аналогично, с уменьшением x соответствующее значение y уменьшается, но не пропорционально.

3) прямая пропорциональность – частный случай линейной функции. Формула прямой пропорциональности: $y = kx$, где k – некоторое число.

Эта зависимость показывает, что между x и y прямая связь: если x увеличивается в несколько раз, то соответствующее значение y тоже увеличивается в такое же количество раз; аналогично, если x уменьшается в несколько раз, то соответствующее значение y тоже уменьшается в такое же количество раз.

Краткий вывод для линейной функции:

x растёт $\Rightarrow y$ растёт;

x убывает $\Rightarrow y$ убывает.

4) названия переменных « x » и « y ».

У переменных « x » и « y » есть свои «имена». Представим это в табличке:

Таблица 1

x	y
независимая переменная	зависимая переменная
аргумент функции	значение аргумента функции, или просто: функция
абсцисса	ордината

5) график функции.

Так как x и y образуют пару значений, то её можно представить в прямоугольной системе координат; это будет точка. Множество точек в прямоугольной системе координат образуют график функции. Таким образом, графиком функции называется множество точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

График линейной функции – прямая.

Прямую можно построить, зная две точки.

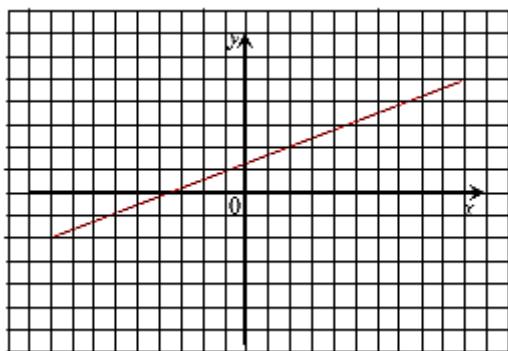
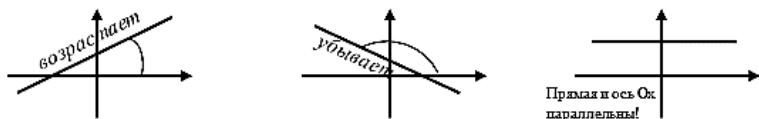


Рис. 2

а) число k называют угловым коэффициентом прямой. От его величины зависит угол наклона прямой по отношению к положительному направлению оси Ох.



Угол – острый,
угловой коэффициент –
положительный ($k > 0$).
Функция возрастает.

Угол – тупой,
угловой коэффициент –
отрицательный ($k < 0$).
Функция убывает.

Прямая и ось Ох
параллельны!
Угол – нулевой,
угловой коэффициент
равен нулю ($k = 0$).
Функция не изменяется.

Рис. 3

б) роль числа b .

Если в формулу линейной функции вместо x подставить 0, то получим, что $y = k(0 + b)$, т.е. $y = b$. Другими словами, мы взяли точку $(0; b)$, а эта точка лежит на оси Оу. Таким образом, прямая $y = kx + b$ пересекает ось Оу в этой указанной точке $(0; b)$.

Несколько примеров расположения графиков (рис. 4).

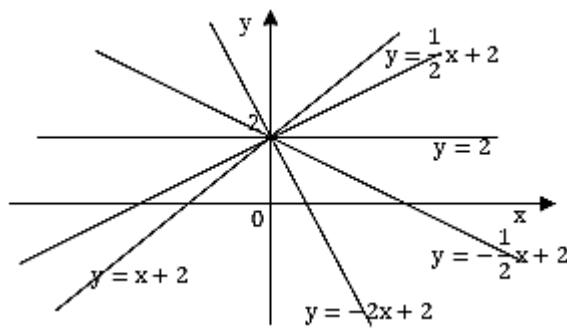


Рис. 4

II. Примеры линейных зависимостей между двумя величинами.

Рассмотрим, где мы встречаем две величины.

Задачи на движение. Формула пути $S=vt$, где S – путь, v – скорость, t – время:

- путь S линейно зависит от скорости v ;
- путь S линейно зависит от времени t .

Задачи на работу. Формула работы $A=vt$, где A – работа, v – производительность (скорость работы), t – время.

- работа A линейно зависит от производительности (скорости работы) v ;
- работа A линейно зависит от времени t .

Задачи о стоимости (стоимость-цена-количество). Формула для решения задач: $S=pk$, где S – стоимость товара (продукции), p – цена товара (продукции), k – количество единиц товара (продукции).

- стоимость товара S линейно зависит от цены товара p ;
- стоимость товара S линейно зависит от количества товара k .

Другие задачи...

Вывод. Зависимости S от v , S от t , A от v , A от t , S от p , S от k – все одного вида « y от x », выражающие прямую пропорциональность. Каждую из них можно представить на соответствующем графике, обозначив оси Ох и Оу соответствующим образом. Возможны следующие сочетания осей и, как следствие, пути решения задач (рис. 5).



Рис. 5

III. Чтение графиков. Графическая интерпретация задач на движение.

1. Движение от точки старта к финишу с остановкой в пути.

Задача 1. График движения представлен на рисунке 6. «Прочитать» его.



Рис. 6

1) Рассмотрим, что происходит на каждом из участков.

Точка «0» на графике – точка отсчёта, точка начала пути: время – «0» и путь – «0».

а) на участке возрастания, от А до В.

Объект отправился в путь (из точки А). Чем больше время, тем больше пройденное расстояние. Объект удаляется от места отправления, от «старта», движется в точку, находящуюся на расстоянии АМ.

б) на участке, где расстояние не изменяется, от В до С.

По-прежнему, время увеличивается, а расстояние не изменяется. Следовательно, объект остановился и находится здесь на отдыхе, на привале, на заправке и т.п.

в) на участке убывания, от С до D.

Время увеличивается по-прежнему, но расстояние уменьшается. Объект продолжил движение, он возвращается «домой», приближается к месту отправления, к точке «старта». Старт и финиш совпадают. Точка А – старт, точка D – финиш, они находятся на одинаковом расстоянии от точки отсчёта – на нулевом.

Задача 2. По данным, приведённым на рисунке 7, найти расстояние, скорость и время на каждом участке пути.

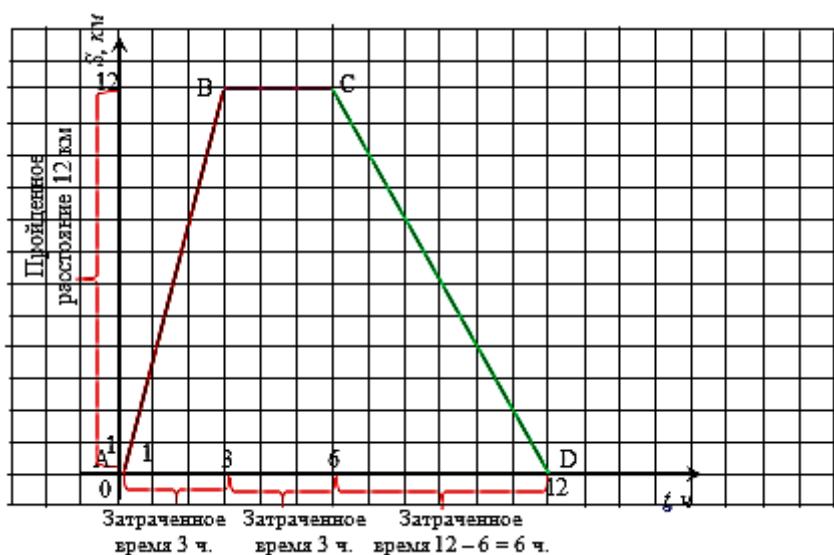


Рис. 7

а) на участке возрастания, от А до В.

Объект отправился в путь. За 3 часа объект удалился от места отправления, от «старта», на 12 км.

Можно вычислить скорость его движения на этом участке.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{12}{3} = 4 \text{ (км/ч)}.$$

б) на участке, где расстояние не изменяется, от В до С.

По-прежнему, время увеличивается, а расстояние не изменяется. В течение трёх часов расстояние сохраняется равным 12 км. Следовательно, объект остановился и находится здесь на отдыхе, на привале, на заправке и т.п.

в) на участке убывания, от С до D.

Объект продолжил движение, он возвращается «домой», приближается к месту отправления, к точке «старта». Время увеличивается по-прежнему, с 6 ч до 15 ч, то есть он двигался в обратном направлении в течение $12 - 6 = 6$ (ч), а расстояние уменьшается с 12 км до 0 км. Точка А – старт, точка D – финиш.

Можно вычислить скорость его движения на этом участке.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{12}{6} = 2 \text{ (км/ч)}.$$

г) итак, задача описывает движение с остановкой, когда один объект вышел из некоторого пункта (А), сделал в пути остановку и вернулся обратно в пункт А. За точку отсчёта принята точка А.

2. Встречное движение.

Задача 3. Изобразим участки возрастания и убывания не как последовательные отрезки пути одного и того же движущего объекта, а как одновременное возрастание и убывание. Значит, движущихся объектов теперь два, и двигаются они навстречу друг другу.

Итак, задача. По данным, приведённым на рисунке 8, найти расстояние, скорость и время на каждом участке пути. Что означает точка пересечения отрезков? Описать её.

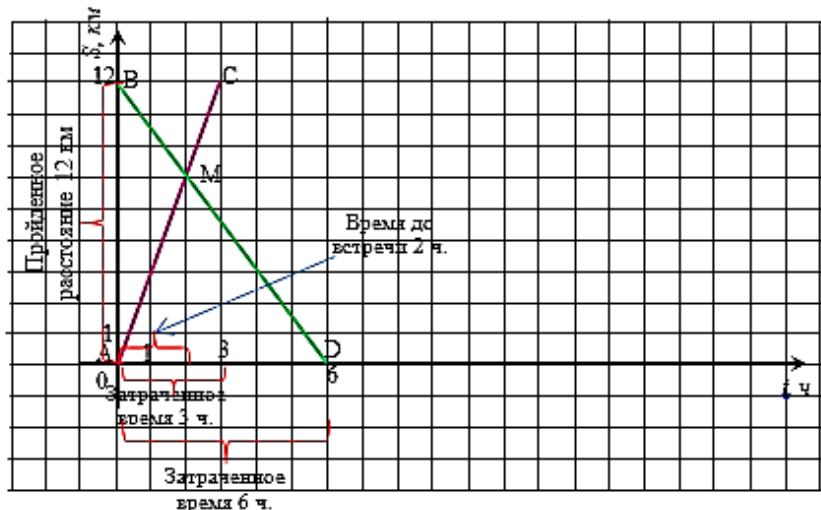


Рис. 8

Из условия следует, что расстояние, преодолеваемое движущимся объектом, равно 12 км, это длина отрезка АВ.

1) на участке возрастания, от А до С.

Объект вышел из А, прошёл 12 км, следовательно, он прибыл в В. Точки В и С выражают одинаковое расстояние от А, а именно, 12 км. Время объекта в пути – 3 ч. Можно вычислить скорость его движения на этом участке: $v = \frac{s}{t} = \frac{12}{3} = 4$ (км/ч).

2) на участке убывания, от В до Д.

Объект вышел из В, прошёл 12 км, следовательно, он прибыл в А. Точки Д и А выражают одинаковое расстояние от А – нулевое. Время объекта в пути – 6 ч. Можно вычислить скорость его движения на этом участке:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{12}{6} = 2 \text{ (км).}$$

3) Итак, задача описывает встречное движение, когда два объекта вышли одновременно из разных пунктов (А и В) навстречу друг другу. За точку отсчёта принята точка А.

График движения состоит из двух отрезков. Один из отрезков, АС, принадлежащий возрастающей прямой, описывает путь из А в В, другой, ВД, принадлежащий убывающей прямой, – путь из В в А. Общая точка на графике как точка

пересечения двух прямых обозначает место встречи движущихся объектов. В нашем случае встреча – это точка М на графике, М(2; 8).

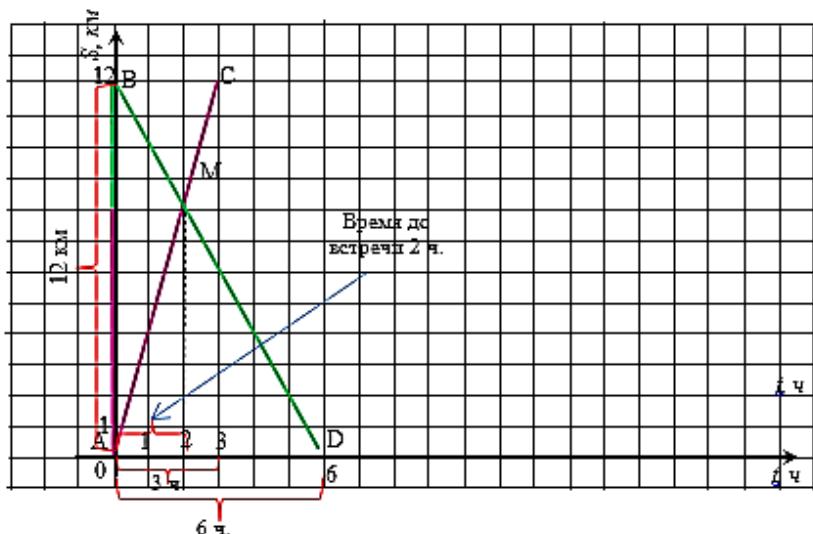


Рис. 9

Таким образом, за 2 ч первый до встречи прошёл $4 \cdot 2 = 8$ (км), второй $2 \cdot 2 = 4$ (км). Весь путь $8 + 4 = 12$ (км), это верно. Задача решена.

IV. Задача о движении морских судов из Ливерпуля в Рио-де-Жанейро и обратно [2, с. 45–47]

«Из Ливерпульской гавани всегда по четвергам суда уходят в плаванье к далёким берегам. Плынут они в Бразилию...», в город Рио-де-Жанейро. Ровно за 14 суток судно покрывает весь путь – 9800 км (по 700 км в сутки) и прибывает в Рио-де-Жанейро в четверг в 12 ч дня. После стоянки (она длится 4 суток, в понедельник, в полдень, оно прибывает в Ливерпуль. Ещё через 3 суток оно снова уходит в Бразилию. Учитывая, что суда отплывают из Ливерпуля каждый четверг, ответьте на следующие вопросы: за время пути судна от Ливерпуля до Рио-де-Жанейро:

- сколько оно встретит в открытом океане судов, идущих обратным рейсом;
- в какие дни недели произойдут встречи?
- на каком расстоянии от Ливерпуля?

Решение.

Решим задачу с использованием графиков движения, то есть графическим способом.

1) за каждый день судно проходит по 700 км. В задаче описывается зависимость пройденного расстояния от дней пути. Это линейная функция, график – прямая.

Изобразим на графике движение судов между двумя портами. Масштаб для каждой оси взят свой. На вертикальной оси Оу от точки О вверх будем откладывать равные отрезки, каждый из которых изображает путь, пройденный судном за сутки и равный 700 км (рис. 10). Нулевая отметка – это Ливерпуль, отметка в 4200 км – это первая часть пути до Рио-де-Жанейро. По оси Ох отложим время (в днях, записывая сокращённые названия дней недели: пн, вт, чт, пт, ...). Движение начинается в четверг, поэтому на графике на оси Ох представлена точка L – точка начала движения.

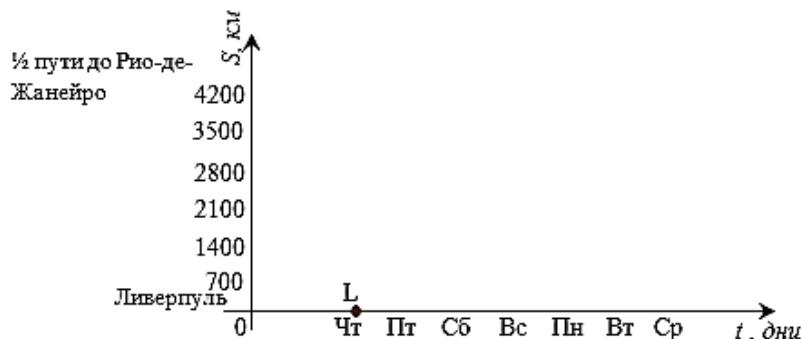


Рис. 10

1) строим график.

В полдень пятницы судно будет находиться в 700 км от Ливерпуля. Ставим точку А на пересечении вертикали, проходящей через «Пт», и горизонтали, идущей она высоте»700». К субботнему полудню судно пройдёт уже 1400 км. Это изображается точкой В, находящейся на вертикали «Сб» и горизонтали «1400». Аналогично строятся точки С, D, и т д. Они показывает положение судна в последующие дни (в полдень). Судно движется равномерно, и все эти точки оказа-

лись на одной прямой LN. Вообще каждая точка этой прямой изображает положение судна в некоторый момент времени. Например, точка R показывает, что на расстоянии 2200 км судно будет в воскресенье после полудня. Полностью график движения из Ливерпуля в Рио-де-Жанейро показан на рисунке 11.

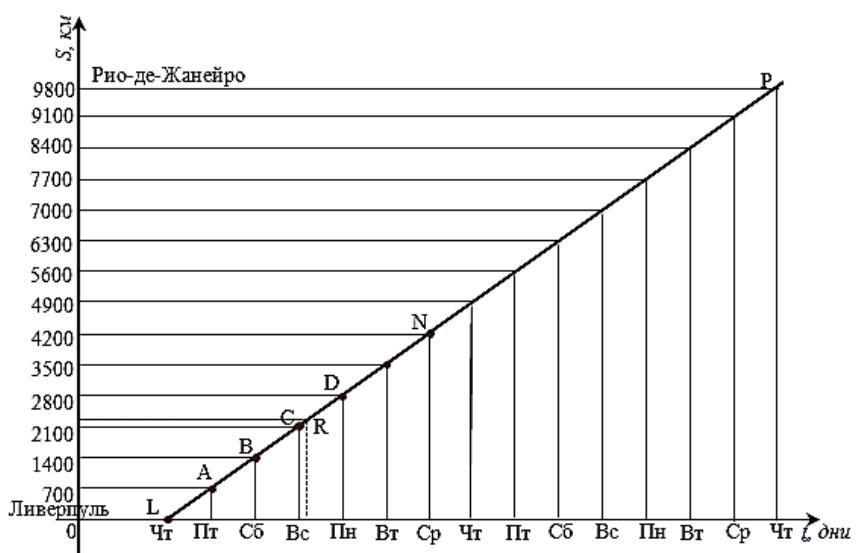


Рис. 11

Точно так же строятся графики движения судов, выходящих по понедельникам из Рио-де-Жанейро в Ливерпуль: рис. 12. Точка Р – начало движения из Рио-де-Жанейро, точка М – прибытие в Ливерпуль, окончание движения.

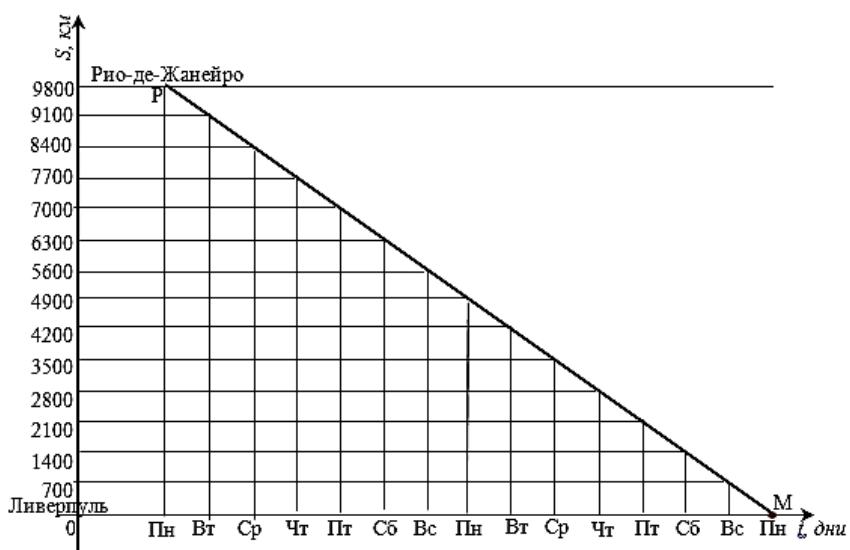


Рис. 12

2) изобразим теперь на одном графике движение всех судов. Графики движения «туда» и «обратно» будут пересекаться. Каждая точка пересечения двух прямых на графике соответствует встрече двух судов (рис. 13).

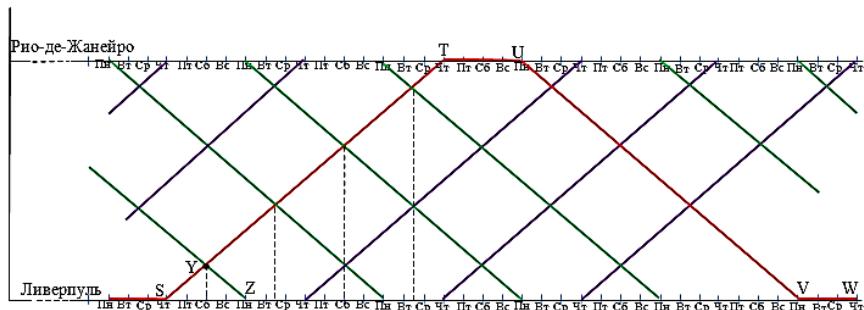


Рис. 13

На общем графике фиолетовым цветом отмечен график движения «туда», то есть из Ливерпуля в Рио-де-Жанейро, зелёным цветом – график движения «обратно», то есть из Рио-де-Жанейро в Ливерпуль. Красным цветом выделено движение одного и того же судна и «туда», и «обратно», с учётом его стоянок в соответствующих портах – линия STUVW.

3) рассмотрим рейс из Ливерпуля в Рио-де-Жанейро, изображённый отрезком ST красного цвета. Этот отрезок 4 раза встречается с отрезками зелёного цвета, изображающими движение встречных судов. Значит, ответ на первый вопрос задачи – 4 судна;

4) рассмотрим на графике точку Y: в ней произойдёт первая встреча судов. Из графика видно, что до первой встречи в точке Y пройдёт столько же времени (отрезок SY), сколько понадобится встречному судну, чтобы проплыть от места встречи до Ливерпуля (отрезок YZ). Отрезки SY и YZ равны. Отсюда следует:

- первая встреча произойдёт в полдень в субботу;
 - вторая – в полночь со вторника на среду;
 - третья – в полдень в последующую субботу;
 - четвёртая – в полночь со вторника на среду последующей недели.

5) определим, на каком расстоянии от Ливерпуля произойдут эти встречи (см. рис. 14). Рассмотрим только красный отрезок ST «туда» и четыре зелёных встречных обратных рейсов.

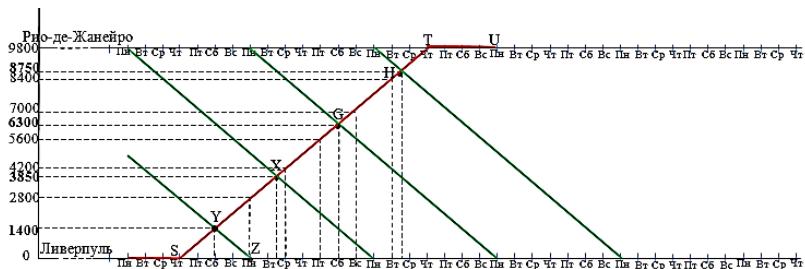


Рис. 14

– первая встреча – в полдень в субботу (точка Y на графике), следовательно, до встречи пройдено полных двое суток пути, то есть $700 \cdot 2 = 1400$ (км);

– вторая встреча – в полночь со вторника на среду (точка X на графике). От полудня до полуночи – 12 часов, то есть половина суточного пути:

– $700 : 2 = 350$ (км). Всего до встречи 5 полных суток и ещё половина суток, следовательно, весь путь равен $700 \cdot 5 + 350 = 8400 + 350 = 8750$ (км).

– третья встреча – в полдень в последующую субботу (точка G на графике).

До встречи пройдёт полных 9 суток, $700 \cdot 9 = 6300$ (км);

– четвёртая встреча – в полночь со вторника на среду последующей недели (точка H на графике). Всего до встречи – 12 полных суток и ещё половина суток, следовательно, весь путь равен $700 \cdot 12 + 350 = 8400 + 350 = 8750$ (км).

Ответ: а) 4 судна; б) первая и третья встречи произойдут в полдень в субботу первой и последующей недели соответственно, вторая и четвёртая встречи – в полночь со вторника на среду первой и последующей недели соответственно; в) на расстоянии 1400 км, 3850 км, 6300 км, 8750 км.

V. Решение задачи на движение с применением графика линейной функции с помощью составления уравнения.

Задача. Один турист вышел в 6 ч из пункта А в пункт D, а второй – навстречу ему из пункта В в пункт А в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь,

продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт В на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт А? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

Решение.

Вопрос задачи в переформулированном виде звучит как «Найти отношение скоростей».

Решим эту задачу с применением графиков движения.

Так как в задаче описывается линейная зависимость, то графиками движения туристов будут прямые.

1) построим прямоугольную систему координат. По оси Ох отложим время (в ч), по оси Оу – расстояние (в км) (см. рис. 15). Масштаб возьмём условный, что не помешает сути задачи.

Начало координат – это точка А. Тогда линия АМ – линия нулевого расстояния (расстояние отсчитывается от пункта А).

Расстояние АВ отложено на оси Оу. Тогда BN||AM – линия расстояния длины АВ.

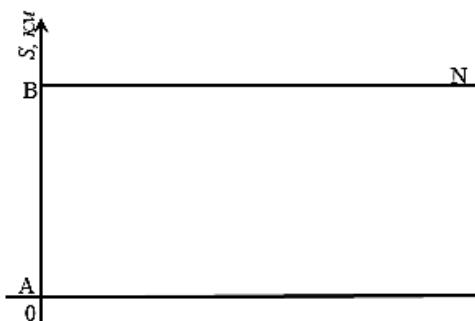


Рис. 15

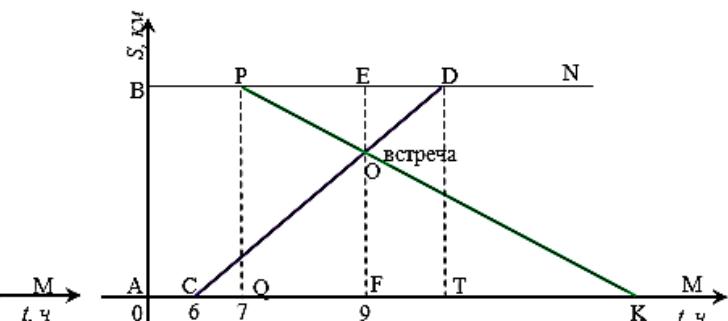


Рис. 16

2) построим графики движения туристов (рис. 16).

Отрезок CD – график движения туриста, вышедшего из А в В, при этом точка С ∈ АМ и соответствует положению «6» на оси Ох, так как турист вышел в 6 часов. D ∈ BN. График туриста, вышедшего из В в А, – это отрезок РК, где Р ∈ BN и соответствует положению «7» на оси Ох, так как турист вышел в 7 часов. К ∈ АМ.

Туристы встретились в 9 часов, на графике точка встречи – точка О, в которой отрезки CD и PK пересекаются, её абсцисса равна 9.

3) изучим все возможные отрезки на прямых AM и BN, это отрезки, показывающие время в пути (рис. 17):

$CQ = 1$, $QF = PE = 2$. Отрезок $NK = 5$, так как точка T соответствует положению окончания движения первого туриста, после прибытия которого второй продолжал своё движение ещё в течение 5 часов.

Обозначим $FT = ED = t$.

4) рассмотрим пары треугольников.

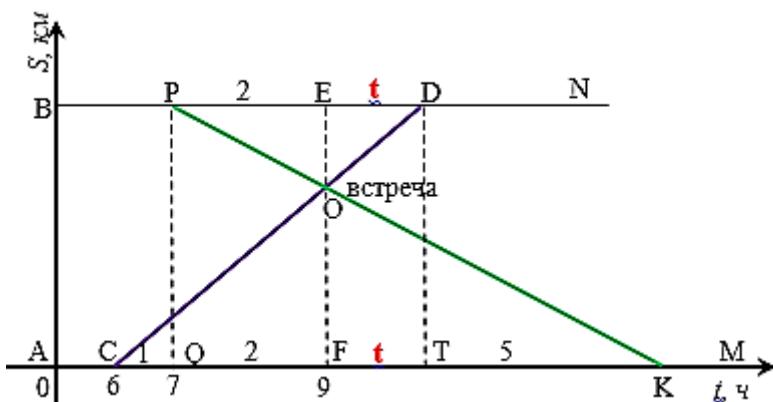


Рис. 17

- $\triangle ODE \sim \triangle OCF$ по двум углам ($PD \parallel CK$ и CD – секущая) (*);
- $\triangle ODP \sim \triangle OCK$ по двум углам ($PD \parallel CK$ и PK – секущая) (**).

Отношения сходственных сторон:

- из равенства (*): $\frac{OD}{OC} = \frac{ED}{CF}$, или $\frac{OD}{OC} = \frac{t}{1+2} = \frac{t}{3}$ (***);
- из равенства (**): $\frac{OD}{OC} = \frac{PD}{CK}$, или $\frac{OD}{OC} = \frac{t+2}{1+2+t+5} = \frac{t+2}{t+8}$ (****).

Левые части последних равенств (*** и ****) равны, следовательно, равны и правые. Приравняем:

$$\frac{t}{3} = \frac{t+2}{t+8}, \quad t(t+8) = 3(t+2), \quad t^2 + 5t - 6 = 0, \quad t_1 = 1, \quad t_2 = -6.$$

По смыслу задачи значение -6 не подходит как отрицательное. Итак, $t = 1$.

5) вычисляем время в пути каждого:

первый (из А в В): СТ = 1 + 2 + t = 1 + 2 + 1 = 4;

второй (из В в А): QK = 2 + t + 5 = 2 + 1 + 5 = 8.

б) выразим скорость v из формулы пути: v=S/t и рассмотрим отношение скоростей.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_1}{t_1} : \frac{S_2}{t_2} = \frac{AB}{4} : \frac{AB}{8} = \frac{AB \cdot 8}{4 \cdot AB} = 2.$$

Итак, искомое отношение скоростей равно $\frac{v_1}{v_2} = 2 : 1$.

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = 2 : 1$.

В заключение отметим, что такой подход – от простого к сложному – продуктивен по отношению к любой теме. Важно не пропустить время, когда работу нужно начать. Акцент – на подробные решения заданий, которые вызывают какие-либо сложности у школьников. Если учащиеся не просто хотят подготовиться к школьному экзамену, но и постичь эту тему в её разнообразии, то затраты времени, потраченные на подготовку качественного повторения, окупаются качественными оперативными знаниями и умениями.

«Шаблонизации» мышления, подавления творческих сил учащихся не произойдёт. Выработка автоматизма в решении нужна всегда. ... Обучение алгоритмам может быть прекрасным средством воспитания качественного творческого мышления [3, с. 145].

Наконец, нужно подчеркнуть, что знания становятся тем прочнее, если к вопросам теории и практики возвращаются систематически, а не от случая к случаю. Тогда не придётся «аврально» штудировать темы, чем вызывать отторжение к учёбе у учащихся.

Список литературы

1. Алгебра. 9 кл.: поурочные планы по учебнику Ю.Н. Макарычева и др. / авт.-сост. С.П. Ковалева. – 2-е изд., стереотип. – Волгоград: Учитель, 2008. – 316 с.
2. Гусев В.А. и др. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах. Под ред. С.И. Шварцбурда. – М.: Просвещение, 1977. – 288 с.

3. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении / под общ. ред.: Б.В. Гнеденко, Б.В. Бирюкова. – М.: Просвещение, 1966. – 523 с.