ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

Смирнова Елена Николаевна
старший преподаватель
ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет»
г. Оренбург, Оренбургская область

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ РАЗМЕРНОСТИ ОДИН С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКОЙ РЕГРЕССИИ

***Аннотация**: в данной статье рассмотрена динамическая система с дискретным временем с 1 входом и 1 выходом. Произведена оценка импульсной характеристики асимптотически устойчивой системы Σ, используя метод, основанный на построении модели нечеткой регрессии.*

***Ключевые слова**: динамическая система, нечеткая регрессия, импульсная характеристика.*

Динамическая система представляет собой математическую модель некоторого объекта, процесса или явления. Она также может быть представлена как система, обладающая состоянием. При таком подходе, динамическая система описывает (в целом) динамику некоторого процесса, а именно: процесс перехода системы из одного состояния в другое. Под динамической системой также понимается система вход-выход с пространством состояний, удовлетворяющая некоторым дополнительным требованиям.

Наиболее часто используют линейную стационарную динамическую систему с дискретным временем, которая полностью задается тройкой матриц (F,G,H) размера $n\times n$, $n\times m$ и $p\times n$ соответственно, с коэффициентами из поля R и динамическим поведением согласно уравнениям:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t),$$

$$y(t) = Hx(t),$$

где $t\in Z$, $x(t),x(t+1)\in X=R^n$, $u(t)\in U=R^m$, $y(t)\in Y=R^p$, X,U,Y – векторные пространства над R.

Задание отображения вход-выход эквивалентно заданию последовательности матриц $\{A_0, A_1, \ldots\}$ для которой имеет место соотношение

$$y(t)=HF^t x(0)+\sum_{i=0}^{t} A_i\, u(t-i),$$

где $u(t)\in R^m$ и $y(t)\in R^p$ – векторы входных и выходных сигналов в момент времени t соответственно;

$x(0)\in R^m$ – вектор неизвестного начального состояния системы;

$A_i\in R^{p\times m}$ – i-ый член последовательности матриц представления отображения вход-выход;

F, H, G – соответствующие матрицы системы.

Будем оценивать импульсную характеристику асимптотически устойчивой системы Σ, используя метод, основанный на построении модели нечеткой регрессии. Он заключается в представлении элементов импульсной характеристики в качестве треугольных нечетких чисел $A_i=(\alpha_i, \Delta_i)$ с центром α_i и шириной Δ_i.

Для этого предполагая, что в начальный момент времени система Σ находилась в нулевом состоянии, оценим последовательность треугольных нечетких чисел $\{A_0, A_1, \ldots, A_t\}$ такую, что

$$\hat{y}(t)= \sum_{j=0}^{\tau} A_j\, u(t-j) =A_0u(t)+A_1u(t-1)+\ldots+A_\tau u(t-\tau)= (\sum_{i=0}^{\tau} \alpha_i\, u(t-j);$$
$$\sum_{i=0}^{\tau} \Delta_i\, |u(t-j)|).$$

где τ – время затухания переходных процессов.

Таким образом, оценки выходных сигналов также являются треугольными нечеткими числами, и A_i будем определять исходя из минимизации суммарной ширины этих оценок, вычисленным по всем наблюдениям, при условии попадания наблюдаемых выходных величин в соответствующие интервалы. Тогда нахождение A_i сводится к решению следующей задачи линейного программирования с 2τ неизвестными и $2N$ ограничениями:

$\sum_{t=0}^{N} \sum_{i=0}^{\tau} |u(t-i)|\, \Delta_i \to min$ или

$$\Delta_0\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t)+\Delta_1\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t-1)+\cdots+\Delta_\tau\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t-\tau)\to min$$

$$\begin{cases}\sum_{i=0}^{\tau}\alpha_i u(t-i)-\sum_{i=0}^{\tau}\Delta_i|u(t-i)|\le y(t);\\ \sum_{t=0}^{\tau}\alpha_i u(t-i)+\sum_{i=0}^{\tau}\Delta_i|u(t-i)|\ge y(t)\\ t=\tau+1,\dots,N;\\ \Delta_i\ge 0;\, i=0,\dots,\tau.\end{cases}$$

Данную задачу можно решить, используя стандартную процедуру симплекс-метода. Однако, при использовании симплекс-метода все неизвестные принимают неотрицательные значения. В нашем случае центры нечетких треугольных чисел могут принимать любые значения. Поэтому, учитывая это необходимо перейти к следующей задаче линейного программирования с $3\tau+3$ переменными и $2N$-2τ ограничениями, представив центры треугольных нечетких чисел как $\alpha_i=x_{2i+1}-x_{2i+2}$; $i=0,1,\dots,\tau$, а ширину $\Delta_i=x_{2\tau+i+3}$:

$$\sum_{t=0}^{N}\sum_{i=0}^{\tau}|u(t-i)|\, x_{2\tau+i+3}\to min;$$

или $x_{2\tau+3}\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t)+x_{2\tau+4}\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t-1)+\cdots+x_{3\tau+3}\sum_{t=\tau+1}^{N} u(t-\tau)\to min$

$$\begin{cases}\sum_{i=0}^{\tau}(x_{2i+1}-x_{2i+2})u(t-i)-\sum_{i=0}^{\tau}x_{2\tau+i+3}|u(t-i)|\le y(t);\\ \sum_{i=0}^{\tau}(x_{2i+1}-x_{2i+2})u(t-i)+\sum_{i=0}^{\tau}x_{2\tau+i+3}|u(t-i)|\ge y(t);\\ t=\tau+1,\dots,N;\\ x_i\ge 0;\, i=1,\dots,3\tau+3.\end{cases}$$

Если рассматривать, что на вход асимптотически устойчивой системы, заданной матрицами $F=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0{,}5 & -0{,}25\end{pmatrix}$, $G=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, $H=(1\quad 0)$, с дискретным временем с 1 входом и 1 выходом подается последовательность сигналов $u=(u(0), u(1), \dots, u(30))$, $u(t)=\{-1,0,1\}$, то из соотношений

$x(t+1)=Fx(t)+Gu(t)$

$y(t)=Hx(t)+Ju(t)$

$t=0,1,2,\ldots,30$

можно получить последовательность выходных сигналов $y=(y(0), y(1), \ldots, y(30)$.

Тогда используя рассмотренную задачу можно оценить импульсную характеристику данной системы. Например, для τ=15 получены следующие данные:

i	Δ_i	α_i
0	-0,00188	0,983083
1	-0,00426	0,400504
2	0,005466	0,148311
3	0,000813	1,100652
4	0,001738	0,064099
5	-0,00205	0,568198
6	0	0,727144
7	-0,00188	0,807805
8	0,002579	0,073942
9	0,002803	0,885654
10	0,000477	-0,70563
11	0,00342	0,787455
12	-0,00535	-0,25181
13	0,000505	-0,09442
14	-0,00031	0,292725
15	-0,00205	-0,64001

Список литературы

1. Пушков С.Г. Представление динамических систем в пространстве состояний: точная и приближенная реализация: Монография / С.Г. Пушков. – Барнаул: АлтГТУ, 2003. – 270 с.

2. Калман Р. Очерки по математической теории систем: пер. с англ. Э.Л. Наппельбаум / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. – М.: Мир, 1971. – 400 с.