

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Просоедов Роман Александрович*

студент

*Коновалов Виталий Валерьевич*

студент

*Гордеев Алексей Сергеевич*

лаборант-исследователь, ассистент

ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный  
университет» (НИУ)

г. Челябинск, Челябинская область

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОННОЙ КУРСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГРУЗОВОГО АВТОМОБИЛЯ

*Аннотация:* в данной статье приведено математическое описание системы электронной курсовой устойчивости для грузового автомобиля с приложением рисунков и вычислительных формул.

*Ключевые слова:* электронная курсовая устойчивость, грузовой автомобиль, математическое описание.

В настоящее время количество аварий на дорогах растут, и более тяжелые последствия происходят при участии в ДТП грузовых автомобилей. Система электронной курсовой устойчивости (ЭКУ) помогает автомобилю удерживать траекторию движения, которую задает водитель, предотвращая от случаев заноса или опрокидывания.

Структурно ЭКУ состоит из электронного блока-контроллера, который постоянно обрабатывает информацию, поступающую с датчиков, которые выдают значения скорости вращения колёс, положения рулевого колеса, давления в тормозной системе, поперечного ускорения и угловой скорости, относительно вертикальной оси.

Для моделирования ЭКУ была использована «велосипедная» модель грузового автомобиля [1], которая представлена на рисунке 1.

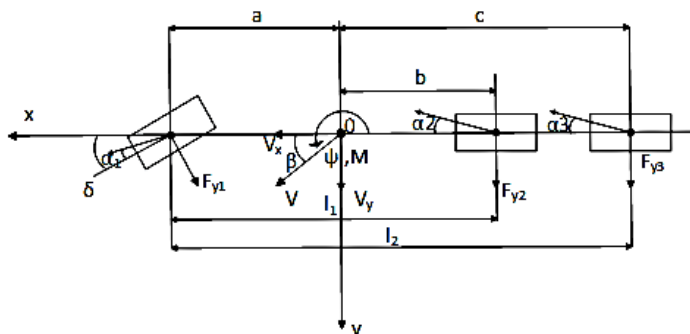


Рис. 1. «Велосипедная» модель трехосного автомобиля

Опишем все физические величины, представленные на рисунке 1.

$X, Y$  – координаты движения центра масс автомобиля, м;

$\psi$  – угол рыскания автомобиля относительно центра масс, рад;

$\beta$  – угол скольжения автомобиля относительно центра масс, рад;

$a, b, c$  – расстояния между осями колес и центром масс,  $m$ ;

$l_1$  – расстояние между первой и второй осью колес, м;

$l_2$  – расстояние между первой и третьей осью колес, м;

$F_{y1}, F_{y2}, F_{y3}$  – поперечные силы на колесах, возникающие при повороте, Н;

$\delta$  – угол поворота передних колес, рад;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – углы увода колес, рад;

$V_x$  – продольная скорость автомобиля относительно центра масс, м/с;

$V_y$  – поперечная скорость автомобиля относительно центра масс, м/с;

$M$  – крутящий момент центра масс относительно вертикальной оси, Н·м.

Траектория движения описывается уравнениями [2]:

$$\dot{X} = V_x \cos(\psi + \beta), \quad (1)$$

$$\dot{Y} = V_x \sin(\psi + \beta). \quad (2)$$

Так как предполагается, что скорость остается постоянной ( $V_x = \text{const}$ ), то траектория зависит от углов  $\psi$  и  $\beta$ . По второму закону Ньютона для вращательного и поступательного движения центра масс [1]:

$$J\ddot{\psi} = M + aF_{y1} - bF_{y2} - cF_{y3}, \quad (3)$$

$$mV_x \left( \frac{\partial \beta}{\partial t} + \dot{\psi} \right) = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{bank}, \quad (4)$$

где,  $J$  – момент инерции центра масс относительно вертикальной оси, Н·м<sup>2</sup>;  $m$  – масса грузового автомобиля относительно центра масс, кг;

$F_{bank}$  – сила, возникающая при поперечном наклоне дороги, Н. Эта сила определяется по формуле:

$$F_{bank} = mg \sin(\phi), \quad (5)$$

где  $\phi$  – угол наклона дороги относительно горизонтальной оси, рад;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>. Поперечные силы на колесах определяются как

$$F_{y1} = C_{\alpha_1} \alpha_1, \quad (6)$$

$$F_{y2} = C_{\alpha_2} \alpha_2, \quad (7)$$

$$F_{y3} = C_{\alpha_3} \alpha_3, \quad (8)$$

где  $C_{\alpha_1}$ ,  $C_{\alpha_2}$ ,  $C_{\alpha_3}$  – коэффициенты жесткости при прохождении поворотов,  $\frac{\text{Н}}{\text{рад}}$ .

Так же известно [3], что

$$\alpha_1 = \delta - \frac{V_y + a\dot{\psi}}{V_x}, \quad (9)$$

$$\alpha_2 = -\frac{V_y - b\dot{\psi}}{V_x}, \quad (10)$$

$$\alpha_3 = -\frac{V_y - c\dot{\psi}}{V_x}, \quad (11)$$

$$M = M_f + M_z, \quad (12)$$

где  $M_f$  – момент центра масс относительно вертикальной оси, создаваемый дифференциальным торможением задних колес, Н·м;  $M_z$  – момент центра масс относительно вертикальной оси, появляющийся при внешнем воздействии, Н·м.

Подставив в уравнение (3) уравнения (5–12), получим:

$$J\ddot{\psi} = M_f + M_z + aC_{a_1}\delta - (aC_{a_1} - bC_{a_2} - cC_{a_3})\frac{V_y}{V_x} - (a^2C_{a_1} + b^2C_{a_2} + c^2C_{a_3})\frac{\dot{\psi}}{V_x}. \quad (13)$$

Подставив в уравнение (4) уравнения (5–11), получим:

$$mV_x\left(\frac{\partial\beta}{\partial t} + \dot{\psi}\right) = C_{a_1}\delta + (cC_{a_3} + bC_{a_2} - cC_{a_1})\frac{\dot{\psi}}{V_x} - (C_{a_1} + C_{a_2} + C_{a_3})\frac{V_y}{V_x} + mg \sin(\phi), \quad (14)$$

$$\beta = \operatorname{tg}\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \approx \frac{V_y}{V_x}. \quad (15)$$

Существует несколько способов управления ЭКУ, и одним из них является дифференциальное торможение [3].

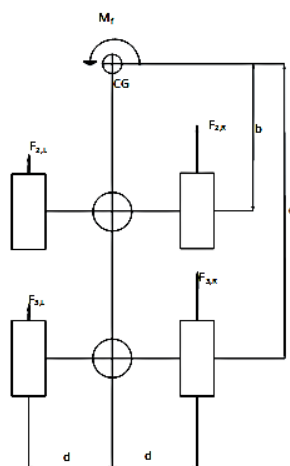


Рис. 2. Геометрические параметры задних колес грузового трехосного автомобиля.

Суть данного метода заключается в том, что, подтормаживая левые (правые) колеса на задних осях автомобиля, силы на правых (левых) колесах становятся больше противоположных [3]. Таким образом, создается момент вращения ( $M_f$ ) автомобиля вокруг своего центра тяжести.

Максимальный момент может быть рассчитан, используя следующее уравнение [3]:

$$M_{f_{max}} = -M_{f_{min}} = \mu F_{zr} d, \quad (19)$$

где  $\mu$  – коэффициент сцепления шин колес с дорогой;  $d$  – половина длины оси, м;  
 $F_{zr}$  – сила, определяющая нагрузку на задние оси, Н.

Эта сила рассчитывается как [2]:

$$F_{zr} = mg \frac{a}{a + \frac{b+c}{2}}. \quad (20)$$

Момент, приложенный к центру масс автомобиля, получается путем дифференциального торможения задних колес. Связь, между этим моментом и силами торможения определяется как [3]:

$$M_f = \frac{((F_{2,R} - F_{2,L}) + (F_{3,R} - F_{3,L}))(b+c)}{4}. \quad (21)$$

Учитывая, что

$$\dot{\beta} = \ddot{\psi} = M_f = M_z = \sin(\phi) = 0. \quad (22)$$

Тогда, подставив данные значения в формулы (13) и (14), получим желаемые переменные состояния:

$$\dot{\psi}_{жс} = \frac{V_x \delta (l_2 C_{a_3} C_{a_1} + l_1 C_{a_2} C_{a_1})}{l_2^2 C_{a_3} C_{a_1} + l_1^2 C_{a_1} C_{a_2} + (c-b)^2 C_{a_2} C_{a_3} + m V_x^2 (b C_{a_2} + c C_{a_3} - a C_{a_1})}, \quad (23)$$

$$\beta_{жс} = \frac{\delta (l_2 c C_{a_3} C_{a_1} + l_1 b C_{a_2} C_{a_1} - m V_x^2 a C_{a_1})}{l_2^2 C_{a_3} C_{a_1} + l_1^2 C_{a_1} C_{a_2} + (c-b)^2 C_{a_2} C_{a_3} + m V_x^2 (b C_{a_2} + c C_{a_3} - a C_{a_1})}, \quad (24)$$

где  $l_1 = a+b$  – расстояние между первой и второй осью колес, м;  $l_2 = a+c$  – расстояние между первой и третьей осью колес, м.

Полученные результаты необходимы для моделирования системы курсовой устойчивости и в дальнейшем для программирования электронного блока-контроллера.

### ***Список литературы***

1. Hossam R. Torque Control Strategy for Off-Road Vehicle Mobility / R. Hossam. – Faculty of Engineering and Applied Science University of Ontario Institute of Technology Oshawa, Ontario, Canada, 2014.
2. Rajesh R. Vehicle Dynamics and Control / R. Rajesh. – University of Minnesota, USA 2006.
3. Andras M. Principles of the active collision mitigation system for vehicles involved in light impact / M. Andras, G. Peter, S. Zoltan, S. Oliver, D. Luc. – Department of Control and Transport Automation, Faculty of Transportation Engineering and Vehicle Engineering, Budapest, 2012.