

МАТЕМАТИКА

Автор:

Семенов Игорь Витальевич

ученик 4 «А» класса

МОУ «СОШ №21»

г. Саратов, Саратовская область

«СОЗВУЧИЕ» МУЗЫКИ И МАТЕМАТИКИ

***Аннотация:** автор статьи рассматривает актуальные вопросы взаимосвязи музыки и математики, опираясь на материалы пифагорейской школы. Приведены примеры из собственной практики, подкрепляет свои суждения цитатами выдающихся ученых.*

***Ключевые слова:** математика, музыка, образование, Пифагор, гармония.*

*Настоящая наука и настоящая музыка требуют
однородного мыслительного процесса.*

Альберт Эйнштейн

На уроках сольфеджио в музыкальной школе я заметил, что на них мне часто помогают математические познания. Еще в дошкольном возрасте я научился отсчитывать пять линейчек нотного стана, семь ноток, музыкальный ритм и количество тактов в мелодии. В дальнейшем я начал осваивать деление, чтобы указывать длительность звуков, выделять половинную, четвертную, восьмую ноты и т.д.

В математике используются цифры и иные символы для записи чисел и математических выражений, а в музыке – ноты и специальные знаки (диез, бемоль, бекар и другие) для записи мелодии. Значит, можно сопоставить целое число и целую ноту; дробь и, например, четвертную ноту.

Интересно, что у истоков музыкальной грамотности стоял великий математик Пифагор, который жил на греческом острове Самос в 6 веке до нашей эры.

Будущий великий математик занимался со своим первым учителем Гермодамасом музыкой и живописью. В процессе изучения разных наук Пифагор предположил, что движение небесных тел подчиняется определенным математическим соотношениям. Школе Пифагора принадлежат идеи «гармонии мира» и «музыки сфер». С помощью чисел ученый пытался осмыслить различные философские понятия (жизнь, справедливость и т.д.), описать характеры людей; он полагал, что «все вещи – суть числа», поэтому для того, чтобы познать мир, нужно «познать управляющие им числа» [1].

Изучение биографии Пифагора помогло мне лучше понять взаимосвязь математики и музыки. Например, четырьмя первыми натуральными числами (1, 2, 3, 4) задаются консонантные интервалы: октава (1:2), квинта (2:3), кварта (3:4), а число 10, по мнению пифагорейцев, воплощает геометрически-пространственную и музыкально-гармоническую полноту космоса.

Для того чтобы сыграть музыкальное произведение, нужно обязательно знать ноты различных октав, уметь с помощью инструмента передавать длительности нот, точно отсчитывая ритм. Когда учитель сольфеджио предлагает составить ритмический рисунок стихотворения, то на помощь приходит именно математический счет. Если взять четверостишие

Ходит осень золотая.

Всюду листья облетают.

Я иду, а кругом

Листья стелются ковром [2]

и прочитать его вслух, четко делая ударение, то нетрудно выявить ритмический рисунок:

ТАти ТАти ТАтиТАти

ТАти ТАти ТАтиТАти

ТА тиТА ТА тиТА

ТАти ТАтиТА тиТА.

При составлении ритма важно следить, чтобы количество слогов (ударных «та» и безударных «ти») равнялось числу слогов в четверостишии.

Летние каникулы

Длительности можно подсчитывать математически, например:



Рис. 1

$$1/8 + 2/16 = 1/4$$

Для того чтобы написать несколько интервалов вверх и вниз от заданного звука, составить обращение интервалов, нужно уметь отсчитывать интервалы, названия которых соответствуют латинским числительным: прима – 1, секунда – 2, терция – 3, кварта – 4, квинта – 5, секста – 6, септима – 7, октава – 8. Интервал представляет собой соотношение звуков по высоте, как бы расстояние между двумя звуками – здесь проявляются аналогии с геометрией. Консонантные и диссонантные интервалы являются важнейшими элементами гармонии в музыке, а понятие гармонии являлось ключевым у пифагорейцев.

Когда я играю на инструменте одинаковые ноты разных октав, они звучат в унисон, они созвучны, потому что их частоты различаются в определенное количество раз. Именно Пифагор заметил, что в квинте отношение частот всегда равно 3/2. Ученый взял квинту за основу и вывел «музыкальную формулу» для вычисления частоты:

$$f_n = \frac{3}{2} f_n,$$

где f – частота базовой ноты, от которой ведется отсчет; n – порядковый номер той ноты, частоту которой надо вычислить [3].

Если двигаться от исходной ноты вверх по квинтам и возвращаться вниз в исходную октаву, то можно записать звукоряд, называемый «пифагоровым строем». Учитывая, что нот семь, можно вычислить частоты 13-ти звуков, отстоящих друг от друга на квинту. В этом ряду есть все ноты звукоряда. Поделив или умножив нужный звук на 2, можно перенести его в соседнюю октаву и заполнить таким образом весь музыкальный диапазон [1]. Значит, формула Пифагора поз-

воляет играть любую мелодию, начиная с любой ноты, не перестраивая инструмент. Исходя из квинты и октавы, можно вычислить звуки диатонической и хроматической гамм, например.

Таблица 1

Диатоническая мажорная гамма пифагоровой настройки

до	ре	ми	фа	соль	ля	Си	до ¹
C	d	e	f	g	a	H	c ¹
1	8/9	64/81	3/4	2/3	16/27	128/243	1/2
8/9		243/256		8/9		243/256	
8/9		8/9		8/9		8/9	

Согласно преданию, Пифагоров строй применялся впервые при настройке лиры Орфея, затем – при настройке кефары. Хотя в Пифагоровом строе были обнаружены несовершенства (при расчете по «музыкальной формуле» целое число квинт не укладывается в целое число октав), он до настоящего времени остается одним из математических строев в музыке [3].

Также в музыке существует понятие «ритмическая формула», под которой понимается устойчивый ритмический рисунок, общепризнанный в рамках определенной музыкальной традиции [4]. Термин «формула» роднит музыку с математикой. Объединяет их и понятие параллельности: в математике – параллельные прямые, параллельные плоскости и т.д., в музыке – параллельные тональности.

Мой инструмент – труба. Известно, что духовые инструменты звучат в натуральном строе, в природном звукоряде (это значит, что частота звука в них может быть кратна только целым числам), в то время как другие инструменты позволяют извлекать звуки и натурального, и темперированного рядов. Создать произведение для трубы и симфонического оркестра – серьезная проблема. «Электронная музыка» духовых инструментов темперирована и потому звучит неестественно, негармонично.

Я думаю, что математика и музыка родственны потому, что основа музыки – звук – имеет количественные характеристики: высоту, громкость, длительность, длину волны. Раз эти величины измеримы, то любое музыкальное произведение

можно назвать музыкальным построением, элементы которого поддаются исчислению и определенным пропорциям, соотношениям. Это и позволяет «поверить алгеброй гармонию».

Музыка и математика неразделимы, и трудно представить, что тема их «созвучия» может быть когда-нибудь раскрыта до конца... Пифагорейцы называли математику и музыку родными сестрами. Хотя математика признается наиболее абстрактной среди всех наук, а музыка – «наиболее отвлеченным из искусств», это «высшие выразители науки и искусства» [5].

«Музыка есть таинственная арифметика души; она вычисляет, сама того не сознавая», – подчеркивал выдающийся немецкий математик Готфрид Лейбниц. В то же время решение интересных задач по математике требует творческого подхода – такого же полета фантазии, как и в музыке. Я благодарен моим учителям в общеобразовательной и музыкальной школах, которые раскрывают перед учениками разнообразие и, в то же время, «созвучие» разных наук.

Список литературы

1. Рожанский И.Д. Античная наука / И.Д. Рожанский. – М.: Наука, 1980.
2. Металлиди Ж.Л. Сольфеджио «Мы играем, сочиняем и поём»: Учебное пособие для 2 класса детской музыкальной школы / Ж.Л. Металлиди, А.И. Перцовская. – СПб.: Композитор, 2008.
3. Жмудь Л.Я. Пифагор и его школа / Л.Я. Жмудь. – М.: Наука, 1990.
4. Михеева Л.В. Музыкальный словарь в рассказах / Л.В. Михеева. – М.: Советский композитор, 1988.
5. Волошинов А.В. Пифагор. Союз истины, добра и красоты / А.В. Волошинов. – М.: Либроком, 2014.