

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Хантова Анна Дмитриевна*

студентка

ФГАОУ ВО «Самарский государственный аэрокосмический  
университет им. академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)»  
г. Самара, Самарская область

## КОЛИЧЕСТВО ОБРАЗУЮЩИХ МАТРИЦ ЦИКЛИЧЕСКОГО $(n,k)$ КОДА, ОБНАРУЖИВАЮЩЕГО И ИСПРАВЛЯЮЩЕГО ОДИНОЧНЫЕ ОШИБКИ

*Аннотация:* в данной статье автором проведено исследование количества образующих матриц циклического  $(n,k)$  кода, обнаруживающего и исправляющего одиночные ошибки. Подсчитаны общее количество образующих матриц  $(n,k)$  кода, количество образующих матриц систематического  $(n,k)$  кода и их отношение.

*Ключевые слова:* кодирование, циклический код, образующий многочлен, образующая матрица, разрешенная кодовая комбинация, запрещенная кодовая комбинация.

Передача информации – это своего рода физический процесс, посредством которого осуществляется перемещение информации в пространстве и времени.

Чтобы перенести информацию в пространстве и времени, её представляют форме сообщения, а сообщение всегда представляется в виде сигнала. Построение сигнала по определенным правилам, обеспечивающим соответствие между сообщением и сигналом, называют кодированием.

Одним из наиболее важных кодов является циклический код. Циклические коды применяются при записи на CD и DVD, при передаче аудио и видео информации, при использовании USB-портов для обмена информацией.

Образующей называется матрица, которая состоит  $k$  линейно независимых строк. Каждая из этих строк является разрешенной кодовой комбинацией. Все остальные разрешенные комбинации могут быть представлены в виде линейной комбинации строк образующей матрицы.

Если код должен быть систематическим, то образующая матрица представляется в виде двух блоков: единичной матрицы и матрицы-дополнения. Строки матрицы-дополнения определяются путем вычисления многочленов  $g(x)$  для каждой строки, то есть делением на  $g(x)$ .

$$\mathbf{M}_{n,k} = [\mathbf{E}_k : \mathbf{P}_{k,n-k}] = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & | & p_{1,k+1} & \dots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & p_{i,j} & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & | & p_{k,k+1} & \dots & p_{k,n} \end{bmatrix}$$

Перестановка строк (столбцов) образующей матрицы приводит к эквивалентному коду с той же корректирующей способностью. Т.об, чтобы посчитать количество образующих матриц для заданного образующего многочлена, нужно посчитать количество всех возможных перестановок строк и столбцов.

Формула подсчета количества перестановок из  $m$  элементов  $P_n = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = m!$

Зафиксируем строки на своих местах.

Таблица 1

Образующая матрица

	1	2	...	n
1	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	...	$P_{1,n}$
2	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	...	$P_{2,n}$
3	$P_{3,1}$	$P_{3,2}$	...	$P_{3,n}$
...	...	...	...	
k	$P_{k,1}$	$P_{k,2}$	...	$P_{k,n}$

Количество всех перестановок столбцов будет равняться  $n!$ .

Поменяем местами две строки и снова зафиксируем.

Таблица 2

Образующая матрица с двумя переставленными строками

	1	2	...	n
2	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	...	$P_{2,n}$

1	P <sub>1,1</sub>	P <sub>1,2</sub>	...	P <sub>1,n</sub>
3	P <sub>3,1</sub>	P <sub>3,2</sub>	...	P <sub>3,n</sub>
...	...	...	...	...
k	P <sub>k,1</sub>	P <sub>k,2</sub>	...	P <sub>k,n</sub>

Количество всех перестановок столбцов также будет равняться  $n!$ . Т.к. для каждой перестановки строк будет  $n!$  перестановки столбцов, то будет  $k! \cdot n!$  всех возможных перестановок строк и столбцов, где  $k!$  – количество всех перестановок строк.

Если код должен быть систематическим, то переставлять местами мы можем только последние  $n-k$  столбцов. Т.е. всего будет  $(n-k)!$  образующих матриц систематического кода.

Тогда, для заданного образующего многочлена отношение количества матриц систематического кода к количеству всех образующих матриц будет равно

$$\frac{(n-k)!}{k! \cdot n!} = \frac{(n-k)!}{k! \cdot (n-k)! \cdot (n-k+1) \cdot (n-k+2) \cdot \dots \cdot n} = \frac{1}{k! \prod_{i=1}^k (n-k+i)}$$

### **Список литературы**

1. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации: Учебник для студентов вузов по специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления». – М.: Высшая школа, 1989 – 320 с.
2. Евсеев А.И. Передача информации [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://peredacha-informacii.ru/>
3. Прохоров В.С. Теория информации: Лекции [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://profbeckman.narod.ru/Informat.files/Teorinf.pdf>
4. Фурсов В.А. Лекции по теории информации: Учеб. пособие / Под редакцией Н.А. Кузнецова. – Самара: Изд-во СГАУ, 2006. – 148 с.
5. Хантова А.Д. Количество образующих матриц систематического циклического кода (15,11) // «Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки»: Электронный сборник статей по материалам XXXII студенческой международной научно-практической конференции. – Новосибирск: СибАК. – 2015. – №5 (31). – С. 246–252 [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://www.sibac.info/archive/Technic/5\(31\).pdf](http://www.sibac.info/archive/Technic/5(31).pdf)