Автор:

Мухамедов Марат Русланович

ученик 11 класса

Руководитель:

Лопушнян Герда Анатольевна

канд. пед. наук, учитель физики

МБОУ гимназия №7

г. Балтийск, Калининградская область

DOI 10.21661/r-112616

РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ НА КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

***Аннотация**: в статье рассматриваются примеры решения сложных нестандартных задач на колебательные движения.*

***Ключевые слова**: колебательное движение, колебательные системы, законы колебательного движения, решение задач по физике.*

С колебательными движениями ребенок встречается еще в раннем детстве. Разве малыша не приводит в восторг движение юлы, поклоны игрушечного Ваньки-встаньки (Неваляшки), а как замечательно дремлется, когда мама покачивает коляску. Более серьезное знакомство с законами колебаний происходит в школе на уроках физики, когда мы узнаем, что такие между собой, казалось бы, не связанные явления как биение сердца, вдохи и выдохи человека, звук, землетрясение, смена дня и ночи, свет также являются колебательными движениями.

На уроках физики мы изучаем признаки колебательного движения и учимся решать простейшие задачи на эти законы. Начав подготовку к ЕГЭ по физике, я столкнулся с трудностью при решении определенных задач, которые как оказалось, тоже решались с помощью законов колебаний.

Цель работы:

1. Расширить свои знания по теме «Колебательные системы. Законы колебательного движения».

2. Научиться решаться нестандартные задачи, решение которых сводятся к колебательным движениям.

В ходе дополнительного теоретического исследования я установил, что

колебания бывают механические, электромагнитные, химические, термодинамические и другие. Несмотря на такое разнообразие, все они имеют общий признак: повторяющиеся через равные промежутки времени движения. Все задачи могут быть сведены к одной из двух видов колебательных систем: математический маятник или физический маятник. Рассмотрим более подробно каждую колебательную систему.

Модель 1. Математический (нитяной) маятник.

Математический маятник – это материальная точка, подвешенная на тонкой нерастяжимой нити.

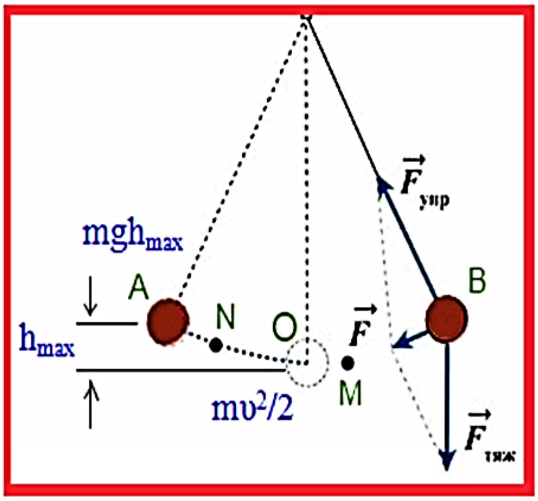

Рис. 1. Модель математического маятника

При решении задач, используются законы:

1) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ – период колебаний маятника;

2) $E = E_п + E_к = mgh + \frac{mv^2}{2}$, закон сохранения энергии.

Модель 2. Физический (пружинный) вертикальный маятник.

Физический (пружинный) маятник – это колебательная система, состоящая из тела массой m и пружины. При решении задач, используются законы:

1) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ – период колебаний маятника;

2) $E = E_п + E_к = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$, закон сохранения энергии.

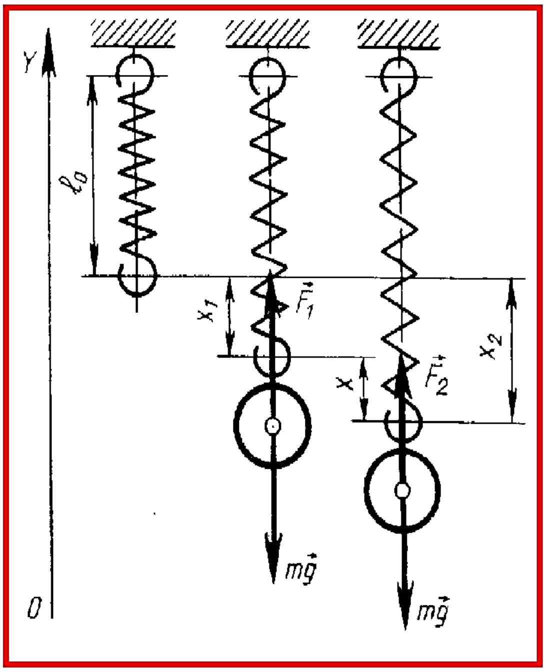

Рис. 2. Вертикальный пружинный маятник

Пружинный маятник может совершать вертикальные и горизонтальные колебания. Законы колебаний пружинного горизонтального и вертикального маятника одинаковы.

В жизни со временем амплитуда колебаний уменьшается из-за потери энергии, но в небольших интервалах времени при решении задач можно этими потерями можно пренебречь.

Рассмотрим решение нестандартных задач на колебательные движения.

Задача 1. Однородный цилиндр площадью поперечного сечения S плавает на границе несмешивающихся жидкостей плотностью ρ_1 и ρ_2. Определите массу цилиндра.

Решение. Решение данной задачи сводится к модели №2. Движения цилиндра аналогичны движению пружинного маятника. Воспользуемся формулой периода пружинного маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, $m = \frac{T^2k}{4\pi^2}$.

Найдем коэффициент жесткости среды по второму закону Ньютона: $F_{a_1} + F_{a_2} = mg$, раскроем значение сил Архимеда F_{a_1}, F_{a_2}: $F_{a_1} = \rho_1 g V_1 = \rho_1 g S h_1$, $F_{a_{1}{a_2}} = \rho_2 g V_2 = \rho_2 g S h_2$, тогда $\rho_2 g Sh_2 + \rho_1 g Sh_1 = m\,g$.

Для того чтобы вывести брусок из положения равновесия, нужно приложить вертикальную силу F: $F'_{a_1} + F'_{a_2}\text{-}mg = F$,

где $F'_{a_1} = \rho_1 g S(h_2 + X), F'_{a_2} = \rho_2 g S(h_1\text{-}X)$, а X – смещение бруска.

Тогда $F = \rho_1 g S(h_2 + X) + \rho_2 g S(h_1\text{-}X) - \rho_1 g S h_1\text{-}\rho_2 g S h_2 = (\rho_1\text{-}\rho_2) g S X$.

По III закону Ньютона: $F_{\text{упр}} = F, kX = (\rho_1\text{-}\rho_2) g S X, k = (\rho_1\text{-}\rho_2) g S,$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{(\rho_1\text{-}\rho_2) g S}}, m = \frac{T^2 g S(\rho_1\text{-}\rho_2)}{4\pi^2}$.

Ответ: $m = \frac{T^2 g S(\rho_1\text{-}\rho_2)}{4\pi^2}$.

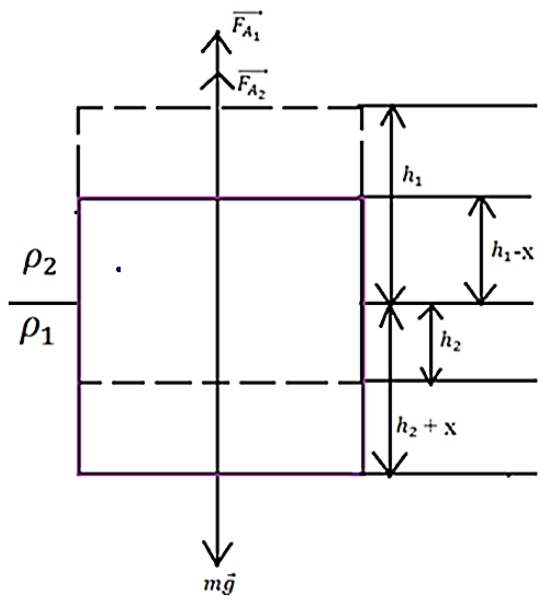

Рис. 3. Модель к задаче 1

Задача 2. Как-то, гуляя, барон Мюнхгаузен невзначай забрался в горы. Ему захотелось узнать, на какой он высоте. В его сумке случайно оказались маятниковые часы. Он начал сравнивать их ход с ходом электронных часов. Ровно в τ_1 он обнаружил, что маятниковые часы отстали на $\Delta\tau$, и сразу понял, на какой высоте он находится. Найдите эту высоту. Маятник его часов сделан из такого сплава, что его длина от температуры не зависит. Радиус Земли R.

Решение. Так как часы маятниковые, то решение данной задачи сводится к модели №1. Точка 1 соответствует показаниям на нулевой отметке (на уровне моря), а точка 2 соответствует показаниям на высоте h.

1. Формула периода колебаний математического маятника в точках 1 и 2: $\mathrm{T}_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, а $\mathrm{T}_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}$, где $g_1 = \frac{GM}{R^2}$, и $g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$ (в соответствии с законом Всемирного тяготения).

2. Найдем отношение периодов T_1 к T_2: $\frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g_2}} = \sqrt{\frac{GM(R+h)^2}{R^2GM}} = \frac{R+h}{R}$.

3. С другой стороны: $\mathrm{T}_1 = \frac{\tau_1}{N}$, а $\mathrm{T}_2 = \frac{\tau_2}{N}$, откуда: $\frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1}$.

4. Сравним результаты п.2 и п.3: $\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{R+h}{R}$, выразим $\tau_2 = \frac{\tau_1(R+h)}{R}$.

5. Разность хода часов: $\Delta\tau = \tau_2$-$\tau_1 = \frac{\tau_1(R+h)}{R}$-$\tau_1 = \frac{\tau_1 h}{R}$, откуда $h = \frac{R\Delta\tau}{\tau_1}$.

Ответ: $h = \frac{R\Delta\tau}{\tau_1}$.

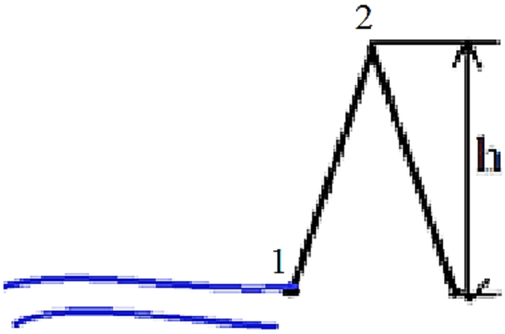

Рис. 4. Модель к задаче 2

Задача №3. Проводящий стержень длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости С каждый. Система находится в однородном магнитное поле с индукцией В, направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости с периодом Т. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, найти массу стержня.

Решение. Данная задача сводится к модели №2.

1. Если систему вывести из положения равновесия (подействуем силой, направленной вниз), то проводник будет колебаться и тогда по II закону Ньютона: $m\vec{a} = \overrightarrow{F_{\text{упр}}} + \overrightarrow{F_{\text{м.п.}}}$ $(1), y$: $ma =$ -$k\Delta x$-$F_{\text{м.п.}}(1)$, знак «минус» показывает, что $\Delta x \to 0$ и $a \to \text{а}_{max}$. Так как по условию задачи нужно найти массу стержня, то определим величины правой части уравнения (1).

2. Сила магнитного поля $F_{\text{м.п.}} = IBL \sin \alpha,$ а т.к. $\alpha = 90°$, то $F_{\text{м.п.}} = IBL,$ тогда уравнение (1) примет вид $ma =$ -$k\Delta x$- $IBL(2)$.

3. Найдем силу тока по закону $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$. Определим величину заряда, возникающего при движении проводника в магнитном поле и накапливаемого в конденсаторах: $C = \frac{\Delta q}{U}$, $\text{С}_{\text{бат}} = 2C$ (параллельное соединение), $\text{С}_{\text{бат}} = 2C = \frac{2\Delta q}{U}$.

4. При движении проводника в магнитном поле возникает ЭДС индукции $\varepsilon_i = \Delta vBL$. Так как $U = \varepsilon_i$, то $I = \frac{2C\Delta vBL}{\Delta t} = 2CaBL,$ подставим это выражение в уравнение (2).

5. $ma =$ -$k\Delta x$-$2CaB^2L^2$, выразим формулу ускорения:

$$(m + 2CB^2L^2)a = \text{-}k\Delta x; \text{ откуда } a = \text{-}\frac{k\Delta x}{m+2CB^2L^2}.$$

6. Из уравнения гармонических колебаний известно, что $a =$ -$\Delta x\omega^2 \cos \omega t,$

а = -$\Delta x\omega^2$, приравняем результаты п.5 и п.6 решения задачи, при условии, что ω = $\frac{2\pi}{T}$.

7. $\frac{k\Delta x}{m+2CB^2L^2} = \Delta x(\frac{2\pi}{T})^2$; откуда $m = \frac{kT^2\text{-}8\pi^2CB^2L^2}{4\pi^2}$.

Ответ: $m = \frac{kT^2\text{-}8\pi^2CB^2L^2}{4\pi^2}$.

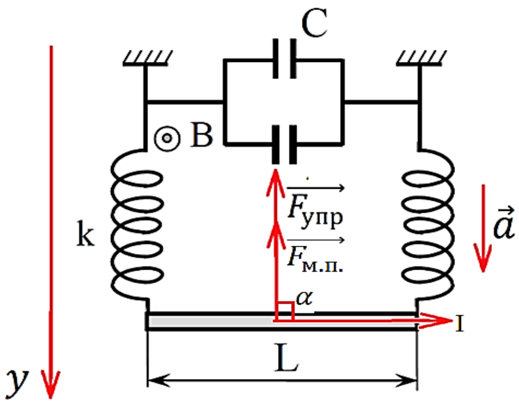

Рис. 5. Модель к задаче 3

Список литературы

1. Заключительный этап академического соревнования олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика». – 2014. – Вариант №19.

2. Зорин Н.И. ЕГЭ 2012. Физика. Решение задач. Сдаём без проблем! / Н.И. Зорин. – М.: Эксмо, 2011.

3. Образовательный портал «учисьучись.рф» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://учисьучись.рф