Автор:

Зайнуллина Ляйсан Маратовна

ученица 8 «А» класса

Научный руководитель:

Мифтахова Резеда Хабировна

учитель математики

МБОУ «Школа №9» Ново-Савиновского района г. Казани

г. Казань, Республика Татарстан

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MAPLE

Аннотация*: в статье изучаются свойства элементарных функций и их графики; области применения математических функций, способы применения полученных знаний на практике, создание обучающей программы на языке Maple для учащихся старших классов по исследованию функций одной переменной и построению их графиков.*

Ключевые слова*: функция, свойства функции, исследование в программе Maple.*

На сегодняшний день функции изучаются в школьной программе по математике. Для меня изучение функций и построение их графиков является темой актуальной и интересной, т. к. функциональные зависимости существуют во всех сферах жизни человека.

Хотя все мы знаем, что функции и графики применяют в большинстве сфер деятельности человека, мы редко задумываемся о значимости математических расчетов при построении функций и графиков.

Цель исследования: изучить свойства элементарных функций и их графики; области применения математических функций, применить полученные знания на практике, создать обучающую программу на языке Maple для учащихся старших классов по исследованию функций одной переменной и построению их гра-

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

фиков. *Предмет исследования*: свойства функций одной переменной и построение их графиков. *Объект исследования*: математические функции одной переменной.

В результате я убедилась в том, что функция является неотъемлемой частью нашей жизни и наук в целом, поэтому изучение функций требует серьезного математического подхода.

Понятие функции уходит своими корнями в ту далёкую эпоху, когда люди впервые поняли, что окружающие их явления взаимосвязаны. С развитием скотоводства и ремесла увеличилось количество известных людям зависимостей между величинами. Высокого уровня достигла математика в Древней Греции. Ученые решали задачи на построение и смотрели, при каких условиях данная задача имеет решение, изучали, сколько решений может иметь эта задача, и т. д. Вопросами практической математики в Греции больше занимались астрономы. Они придумали, например, долготу и широту, с помощью которых определяли положение звёзд на небосводе. Путь к появлению понятия функции заложили в XVII веке французские ученые Франсуа Виет и Рене Декарт. Они разработали единую буквенную математическую символику, которая вскоре получила всеобщее признание. Само слово «функция» (от латинского functio – совершение, выполнение) впервые было употреблено немецким математиком Лейбницем в 1673 г. в письме к Гюйгенсу, в печати ввел с 1694 года. Начиная с 1698 года, Лейбниц ввел также термины «переменная» и «константа». Идеи о создании системы координат были еще во времена Птолемея. В 1637 году Рене Декарт создал собственную систему координат, названную впоследствии в честь великого математика «декартовой». Несмотря на то, что с момента создания данной системы прошло уже несколько веков, она до сих пор широко используется в математике и даже в жизни.

Понятие «функция» применяется в различных областях наук. Например, в фазах звуковой волны; при расчетах зависимости концентрации соли от массы раствора, роста численности птиц и т. д. Оказывается, даже пословицы, можно

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

изобразить с помощью графика функции. «Пересев хуже недосева» (когда урожайность зависит от плотности посева), «Каши маслом не испортишь» (вкусовые качества каши зависят от количества в ней масла), «Чем дальше в лес, тем больше дров» и т. д.

Функция – зависимость переменной y от переменной x, при которой каждое значение x соответствует единственному значению y. *График функции* – множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяет функции.

Алгоритм исследования функций:

1. Область определения и множество значений функции.
2. Четность или нечетность функции.
3. Нули функции.
4. Промежутки знакопостоянства функции.
5. Монотонность функции.
6. Ограниченность функции.
7. Наименьшее и наибольшее значения функции.
8. Периодичность функции.

Maple – одна из самых мощных и интеллектуальных систем компьютерной алгебры. Этот пакет имеет богатые возможности графической визуализации решений, что способствует эффективному обучению математики от самых ее основ до вершин.

А теперь перейдём к самой программе исследования функций

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2} > y: = (x)- > (2*x-1) / ((x-1)\text{^}2);$$

Найдем область определения, для чего приравняем знаменатель нулю. При этом получаем, что функция определена на всей числовой оси кроме точки x=1.

Нули. Найдем нули функции:

$$> y0: = solve(y(x) = 0,x); \qquad y0 := \frac{1}{2}$$

Имеется один нуль функции.

Четность. Проверим четность/нечетность функции:

$$> evalb(y(x) = y(-x)); \qquad false,$$

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

```
> evalb(y(x) = -y(-x));
```
$$false$$.

Функция является функцией общего вида, так как оба предложения четности и нечетности оказались ложными (false).

Периодичность. Проверим функцию на периодичность

```
> solve(y(x) = y(x + T),T);
```
$$0, -\frac{2\,x\,(x-1)}{2\,x-1}$$.

Получаем единственное решение для периода T, не зависящего от x: x = 0, т. е. функция непериодическая.

Промежутки знакопостоянства. Для определения промежутков знакопостоянства решим два неравенства y > 0 и y < 0 относительно x:

```
> solve(y(x)>0,x);
```
$$\mathrm{RealRange}\left(\mathrm{Open}\left(\frac{1}{2}\right), \mathrm{Open}(1)\right), \mathrm{RealRange}(\mathrm{Open}(1), \infty)$$.

Таким образом на промежутках $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ и $(1, \infty)$ функция y(x) положительна.

```
> solve(y(x)<0,x);
```
$$\mathrm{RealRange}\left(-\infty, \mathrm{Open}\left(\frac{1}{2}\right)\right),$$

на промежутке же $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ функция y(x) отрицательна.

График функции. Построим, наконец, график функции:

```
> plot([0,y(x),[1,t,t = -2..3]], x = -2..3,
  y = -2..3, color = [red, black, blue],
 thickness = [2,2,2], linestyle = [1,1,7],
    legend = [`y = 0`,`y(x)`,`x = 1`],
  titlefont = [TIMES, BOLD, 14],
  title = `y(x) = (2x-1) / (x-1)^2`,
  labelfont = [TIMES, BOLD,12],
 labels=[x,`y(x)`],axes=BOXED);
```


Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

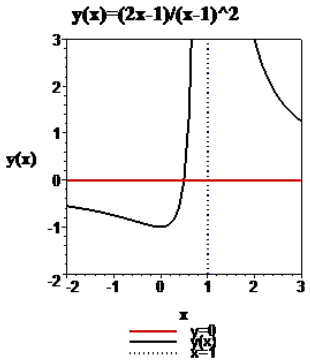

Рис. 1.

Данная обучающая программа на языке Maple создана для учащихся старших классов и студентов по теории функции действительного переменного, исследованию функций одной переменной и построению их графиков.

Список литературы

1. Алимов Ш.А. Алгебра 7, 8, 9, 10–11 кл. / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин., Ю.В. Сидоров [и др.]. – М.: Просвещение, 2011.

2. Мордкович А.Г. Справочник школьника по математике. Алгебра и начала анализа / А.Г. Мордкович, А.М. Суходский. – М.: Аквариум, 1997.

3. ЯКласс [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.yaklass.ru/

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)