Павлов Андрей Валерианович

канд. физ.-мат. наук, доцент

ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический

университет радиотехники, электроники и автоматики»

г. Москва

ОПРОВЕРЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ «БОЛЬШОЙ» ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

Аннотация*: в данной статье доказывается невозможность доказательства или опровержения знаменитой большой теоремы Ферма геометрическими методами.*

Ключевые слова*: большая теорема Ферма, некорректность геометрических методов, доказательство теоремы Ферма.*

1. Введение

В данной статье приводится важный факт, из которого следует невозможность доказательства или опровержения большой теоремы Ферма геометрическими методами. Формально, данный факт моно считать и доказательством теоремы Ферма, но этот факт противоречит общепринятой аксиоматике целых чисел (оставаясь верным с точки зрения обыкновенной геометрии), ([1,2]). По мнению автора, данный факт и рассматривал сам Ферма, когда формулировал свою знаменитую теорему.

2. Невозможность доказательства или опровержения «великой» теоремы Ферма геометрическими методами.

По определению, $e=1$ является единицей, задающей масштаб измерения чисел на числовой прямой.

Обозначим

$$Z_+ = \{1, 2, \ldots\}, R_+ = \{k/l, k, l \in Z_+\}.$$

Очевидно доказывается лемма 1.

Лемма 1.

Для двух линий $y = x^n$ в разных масштабах отношение длин абсцисс точек, лежащих над любой одной точкой X на оси ординат, равно α^{n-1}, где

$$\alpha = |e_1| / |e|,$$

здесь e_1, e – единицы, задающие два разных масштаба на прямой линии $[0,\infty)$; причем при рациональном α, если

$$M = (y(x)e, x^n e), N = (y_1(x_1)e_1, x_1^n e_1), xe = x_1 e_1 \in (0,+\infty),$$

то

$$|y(x)e| / |y_1(x_1)e_1| = \alpha^{(n-1)}, \alpha \in R_+,$$

тогда и только тогда, когда

$$\alpha = |e_1| / |e| \in R_+.$$

Доказательство.

Доказательство очевидно следует из равенств

$$|y(x)e| / |y_1(x_1)e_1| = |x^n e| / |x_1^n e_1| = |x^n| / \alpha |x_1^n|,$$

$$x/x_1 = \alpha^n,$$

если изображения точек xe и $x_1 e_1$ в данных разных масштабах совпадают с одной точкой X на прямой линии $[0,+\infty)$.

Не менее очевидна аналогичная лемма 2 для обратных функций в разных масштабах, у которых совпадает изображение точки Y а оси OY.

Лемма 2.

Для двух линий $\sqrt[n]{y} = x$ в разных масштабах отношение длин ординат точек, лежащих на одной любой прямой линии с одной и той же первой точкой координатой, проходящей через точку $Y \in OY, Y > 0,$ равно

$$\alpha^{(n-1)/n},$$

где $\alpha = |e_1| / |e| < 1$,а e_1, e – единицы, задающие два разных масштаба на прямой линии $[0,\infty), \alpha = |e_1| / |e| < 1$:

$$|x_1 e_1| / |xe| = \alpha^{(n-1)/n},$$

если $y_1 e_1 = ye = Y > 0,$ для двух уравнений

$$\sqrt[n]{y_1}e_1 = x_1e_1, \sqrt[n]{y}e = xe;$$

причем коэффициент изменения масштаба $\alpha = r_1^n$, тогда и только тогда, когда отношение длин между значениями абсцисс при одной ординате для линий $\sqrt[n]{y} = x$ в разных масштабах равно $\beta = r_1^{(n-1)}$ (при любом рациональном r_1).

Рассмотрим три точки

$$A_l = (pe, p^n e), A_h = (pe, q^n e), B = (pe, 0), 0 < p < q.$$

(Здесь p, q произвольные действительные положительные числа). Через первую точку $A_l = (pe, p^n e)$ проходит линия L с уравнением $y = x^n$ в исходном масштабе с единицей e. Через вторую точку $A_h = (pe, q^n e)$ проходит линия R с уравнением $y = x^n$ в новом масштабе с единицей e_h. По лемме 1

$$|e_h| / |e| = \alpha^{-1} < 1, q^n / p^n = \alpha^{n-1} > 1, \alpha = (q / p)^{n/(n-1)}.$$

При растяжении линии R в α раз данная линия переходит в линию L. Следовательно, во-первых, координаты точки $C \in L$, в которую переходит точка $A_h = (pe, q^n e)$ при растяжении в $\alpha > 1$, равны $C = (p\alpha e, q^n \alpha e)$ (мы использовали, что при растяжении в α раз прямой $0A_h$ высота BA_h прямоугольного треугольника $0BA_h$ растянется в α раз и станет равна по длине $|BA_h|\alpha = |q^n e|\alpha = q^n \alpha |e|$).

Во-вторых, данные координаты равны

$$(p\alpha e, (p\alpha)^n e) = C,$$

так как точка C, как результат растяжения линии R, окажется на прямой L с уравнением $y = x^n$ в исходном масштабе с единицей e.

Мы доказали, что при любых действительных положительных числах p и q

$$C = (p\alpha e, q^n \alpha e) = (p\alpha e, (p\alpha)^n e),$$

то есть всегда

$$q^n \alpha = (p\alpha)^n, \alpha = (q / p)^{n/(n-1)}.$$

Данный факт эквивалентен утверждению: при любых рациональных положительных числах $r = q^n, s = p^n$ (здесь p и q – любые действительные, не обязательно рациональные числа) число $(r / s)^{1/(n-1)}$ рационально в том и только том случае, когда $(r/s)^{n/(n-1)}$ рационально. При n=2 обратное включение кажется очевидно неверным. В общей ситуации тоже с точки зрения обыкновенной аксиоматики целых чисел (достаточно рассмотреть число $r/s=\sqrt[n]{(j/i)^{n-1}}, i \in R_+, j \in R_+$ – здесь из рациональности j/i совсем не следует рациональность $\sqrt[n]{j/i}$.)

Данный факт опровергает возможность доказать равенство большой теоремы Ферма ввиду того, что из последнего равенства следует, что $\alpha=(r/s)^{1/(n-1)}$ рационально тогда и только тогда, когда α^n рационально (формально такое доказанное только что геометрическими методами утверждение можно считать и доказательством большой Ферма). В случае n=2 мы доказали, что с точки зрения длин в разных масштабах корень второй степени из любого рационального числа действителен (например, с точки зрения этого доказательства число $\sqrt{2}$ должно быть рациональным числом).

1. *Заключение*.

Отметим общеизвестный факт о том, что Ферма пытался опровергнуть возможность равенства

$$x^n + z^n = y^n, x, y, z \in Z_+,$$

в целых числах при $n=2$. В данном доказательстве тоже основное утверждение опровергает возможность такого равенства, что как известно невозможно, например,

$$3^2 + 4^2 = 5^2.$$

Ввиду данного факта, например, к сожалению, известное доказательство Валеса, основанное на геометрических методах, не может в принципе считаться доказательством великой теоремы Ферма. Существуют и другие не менее веские основания предполагать различие аксиоматик геометрии и натуральных чисел, в том числе, в применении к массе тел в физике.

Список литературы

1. Павлов А.В. Случайные ряды Фурье и их применеие к теории фильтрации-прогноза / А.В. Павлов. – М.: Изд. Московского Универ. им. Ломоносова, 2000. – 64 с.

2. Pavlov A.V. Diffusion approximation, statistical criteria and some problems of the theory of numbers / A.V. Pavlov. – Moscow: Ed.of Mech.-Math.dept.of Moscow Univer. nam. M.V. Lomonosov. Proceedings of the Intern. Conf. and Chebyshev»s readings on the 175 anniversary of P.L. Chebyshev, 1996. – P. 280–283.

3. Pavlov A.V. The integral of Schwartz and the odd-even transform of Laplace The main directions of development of science and education. Cheboksari: The main directions of development of science and education: Works of 5 intern.sc.-pract. confer.12 june 2015. – Interactiv plus, 2015. – P. 29–35.

4. Pavlov A.V. The number of demands in the one-channel»s system in heavy traffic for the Schrage»s disciplines / A.V. Pavlov. – Moscow: Science. Proc. of Academy of Sc. of USSR, ser. Thech. cybern. – 1986. – №6. – P. 50–58.