СИСТЕМА ОБРАЗОВАНИЯ

Мирошин Владимир Васильевич
канд. пед. наук, учитель математики
ГБОУ гимназия 1522
г. Москва

МИНИ-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ МОМЕНТЫ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

***Аннотация**. современное математическое образование требует от содержания обучения формирования метапредметных компетенций учащихся в соответствии с ФГОС. Исследовательская компетенция – одна из наиболее ценных. В статье показывается, каким образом выбор задачи может побудить учащихся выполнять исследовательскую деятельность в процессе решения, основная функция которой – поиск необходимой информации, включенной автором задачи в ее условие.*

***Ключевые слова**: исследование, корреляты искомого, поисковый процесс, поисковое поле решения, траектория решения*

А.В. Боровских и Н.Х. Розов пишут, что «беда современного образования в том, что содержание школьного образования, следуя советской инерции, сосредотачивается на знании предмета, а не на пробуждении желания и освоения умения работать. Радикальный пересмотр взглядов на содержание школьного образования состоит, вне сомнения, не в том, чтобы вместо знаний оценивать компетенции, и не в том, чтобы ввести или исключить какие-то темы и предметы. Он в том, чтобы строить это содержание, исходя из того, какую форму, вид, тип деятельности осваивает ученик на каждом предметном материале» [1].

Задача, включаемая в учебный процесс – это специально спроектированная учебная проблемная ситуация, в которой обязательны наличие ответа и пути решения. Кроме того, любая учебная задача – авторское произведение, обладающее всей совокупностью информации, необходимой для нахождения этого пути.

Из этого следует, что условие любой учебной задачи обладает полнотой информации, необходимой для ее решения.

Путь к решению определяется *коррелятами искомого* – ключевыми моментами, которые определяют движение к цели. От учащегося требуется умение находить, видеть их. Они могут быть явными и указывать непосредственный путь и способ разрешения проблемной ситуации, могут быть более или менее определенными, а могут быть лишь отдалённо указывать на них. Ключевым этапом решения любой задачи является семантический анализ условия, включающего требование решить уравнение, неравенство и т. д., вид уравнения, наличествующий алгоритм. Именно анализ условия задачи представляет мини исследовательскую работу, проводимую учащимся, результатом которой является построение и реализация плана ее решения. Чем больше

Задача МГУ, мехмат (1999, 5(6)). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых сумма длин интервалов, составляющих решение неравенства $\dfrac{x^2+\left(2a^2+6\right)x-a^2+2a-3}{x^2+\left(a^2+7a-7\right)x-a^2+2a-3}<0$ не меньше 1.

На первом этапе анализа коррелятом искомого выступает внешний вид неравенства, составляющего условие. Выстраивается привычная импликативная схема решения: определить значения параметров, при каждом из которых рассматриваемое неравенство имеет решения; определить корни квадратных трехчленов, стоящих в числителе и знаменателе; определить взаимное расположение корней на числовой оси при каждом значении параметра; указать выражение суммарной длины решения, как функции параметра; определить искомые значения параметра.

Стандартный подход – стандартная ошибка восприятия задачи. А вычисление хотя бы одного из дискриминантов убеждает в нерациональности выбранного пути. Это не означает, что намеченный путь неверен, но преодоление возникающих при его реализации технических трудностей требует большого количества времени – самого дефицитного в условиях экзамена.

Идеология решения задач с параметрами не подразумевает нахождения каких-либо значений номинальной искомой x. Получение отрицательного результата при стандартном способе решения, неизбежно приводит к поиску менее явных коррелятов правильного и/или более рационального пути к нахождению искомого.

При более пристальном рассмотрении условия *первым коррелятом* станет одинаковость свободных членов квадратных трехчленов, стоящих в числителе и знаменателе. Вторым, и еще более неявным указанием на путь решения является их отрицательность при любом значении параметра a. Действительно: $-a^2+2a-3=-\left((a-1)^2+2\right)<0\ \forall a$. Выявление этого сразу приводит к выводу о положительности дискриминантов обоих трехчленов. Далее: свободный член квадратного трехчлена определяет ординату точки пересечения его графика с осью ординат, и его отрицательность указывает на положение этой точки относительно оси абсцисс. Отсюда следует, что оба квадратных трехчлена имеют корни разных знаков, т.е. один положительный, а второй отрицательный. При этом произведение корней одинаково. Т. к. суммы корней разнятся и $-\left(2a^2+6\right)+\left(a^2+7a-7\right)=-a^2+7a-13<0\ \forall a$, то из этого следует, что вершина графика квадратного трехчлена, стоящего в знаменателе расположена «правее» вершины графика трехчлена, стоящего в числителе.

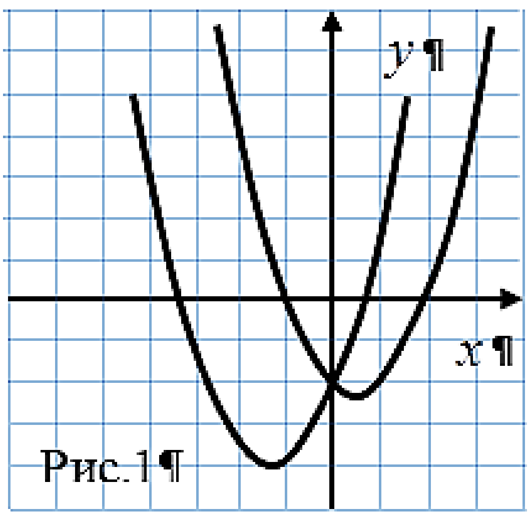

Рис. 1

В этот момент методически верно будет рассмотреть взаимное расположение графиков.

Из расположения графиков легко видеть (а это активизация визуальной репрезентативной системы учащихся), что решением неравенства будут являться интервалы, левыми концами которых будут являться корни трехчлена, стоящего в числителе, а правыми концами – корни трехчлена, стоящего в знаменателе (Рис.1). Следовательно, общая длина интервалов решения будет равна величине $d=\left(x_{21}-x_{11}\right)+\left(x_{22}-x_{12}\right)=a^2-7a+13$. Таким образом, вычислительная часть рассмотренной задачи свелась к решению стандартного квадратного неравенства $a^2-7a+13\geq 1\Leftrightarrow a^2-7a+12\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a\leq 3\\ a\geq 4\end{array}\right.$. Ответ: $\left(-\infty\ ;\ 3\right]\cup\left[4\ ;\ +\infty\right)$.

Вывод: исследовательская ценность рассмотренной задачи определилась не сложностью технических выкладок, а поиском траектории решения – последовательности коррелятов искомого, ведущего к разрешению поставленной проблемы и освоения информации, полученной из этого. При этом следует отметить, что прогнозируемо строящееся поисковое поле включает только общеизвестную информацию, объединенную в систему с непривычными логическими связями. Это выгодно отличает задачи с параметрами от олимпиадных задач, строящихся по принципу уникальности, неповторимости и позволяет использовать их в качестве мини-исследовательских проектов.

Список литературы

1. Боровских А.В. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика: Пособие для системы профессионального педагогического образования, переподготовки и повышения квалификации научно-педагогических кадров / А.В. Боровских, Н.Х. Розов. – М.: МАКС Пресс, 2010. – С. 64–65.