

## ПЕДАГОГИКА ВЫСШЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

***Рыжков Александр Евгеньевич***

канд. физ.-мат. наук, доцент

***Петтай Павел Пээтерович***

старший преподаватель

***Родина Татьяна Васильевна***

старший преподаватель

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский национальный

исследовательский университет информационных

технологий, механики и оптики»

г. Санкт-Петербург

### МЕЖДУНАРОДНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ИМЕНИ ВОЙЦЕХА ЯРНИКА – НЕОФИЦИАЛЬНЫЙ КУБОК ЕВРОПЫ СРЕДИ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ

***Аннотация:*** в статье обсуждаются результаты участия студентов университетов в проводившейся в 2013–2015 годах Международной студенческой математической олимпиады имени Войцеха Ярника в Чехии (университет Остравы). Приводится сравнительный анализ результатов участников из стран СНГ и результатов студентов других университетов. Авторы говорят об истории создания и развития олимпиады имени Войцеха Ярника.

***Ключевые слова:*** студенческая олимпиада, университет, математика, олимпиада Войцеха Ярника, тренинг, сравнительный анализ результатов.

***История олимпиады:*** основание.

Математическая олимпиада имени Войцеха Ярника проводится для студентов университетов с 1991 года, в Университете Остравы (Чешская республика). Ежегодные соревнования проводятся среди студентов математических специ-

альностей высших учебных заведений Европы в марте или апреле и является старейшим из математических соревнований среди студентов университетов Евросоюза. Сайт олимпиады: <http://vjimc.osu.cz/>

Кстати, на указанном сайте приведена интересная карта (с точки зрения анализа одержанных в олимпиаде побед в личном первенстве).



Рис. 1

Так, если Вы нажмете на желтый знак, отмечающий собой Санкт-Петербург, Вы узнаете, что в 2015 году победу в личном зачете одержал Даниил Ключев, а в 2014 г. – Дмитрий Крачун (оба – студенты математико-механического университета СПбГУ).

Официальное название олимпиады: *Vojtěch Jarník International Mathematical Competition*. Основана в 1991 году одним из учеников Войцеха Ярника.

Vojtěch Jarník (1897–1970) – чешский математик. Основные работы – в области теории чисел и математического анализа.

В теории графов разработал алгоритм Прима (1930 г.) – алгоритм построения *минимального остовного дерева* взвешенного связного неориентированного графа.

**Развитие современного образования: теория, методика и практика**

Построение начинается с дерева, включающего в себя одну (произвольную) вершину. В течение работы алгоритма дерево разрастается, пока не охватит все вершины исходного графа. На каждом шаге алгоритма к текущему дереву присоединяется самое лёгкое из рёбер, соединяющих вершину из построенного дерева и вершину не из дерева. (переоткрыт Робертом Примом в 1957 г. и, независимо от них, Эдсгером Дейкстрой в 1959 году.)

*История олимпиады: проведение.*

Соревнование считается неофициальным Кубком Европы среди студентов университетов.

Условия проведения олимпиады следующие.

Участники олимпиады делятся на две категории:

- 1 категория – младшие курсы (I и II), студенты младше 22 лет;
- 2 категория – старшие курсы, студенты младше 25 лет.

Участникам обычно предлагается для решения 4 задачи, на решение задач отводится 4 астрономических часа. Каждая задача весит 10 баллов (оценка м.б. от 0 до 10). Схема выбора задач: жюри олимпиады (состав – руководители команд) формирует вариант олимпиады из числа задач, предложенных руководителями соревнующихся команд. Предлагаемые задачи – весьма непростые. В качестве примера приведем набор из 4 задач, предлагавшихся для решения во второй категории 2012 года – старшие курсы, студенты младше 25 лет).

*Задача 1.* Пусть  $f: [1; \infty) \rightarrow (0; \infty)$  – невозрастающая функция такая, что

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2^{n+1})}{f(2^n)} < \frac{1}{2}.$$

Доказать, что

$$\int_1^{\infty} f(x) dx < \infty.$$

*Задача 2.* Пусть  $M$  – тридиагональная  $(10 \times 10)$  матрица

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & & & & & & \vdots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & & & & & & \vdots \\ \vdots & 0 & -1 & 2 & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & & & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Доказать, что  $M$  имеет в точности девять положительных собственных чисел (с учетом кратности).

*Задача 3.* Пусть  $(A, +, \cdot)$  есть кольцо с единицей, имеющее следующее свойство: для всех  $x \in A$  выполнено или  $x^2 = 1$  или  $x^n = 0$  для некоторого  $n \in \mathbb{N}$ . Показать, что  $A$  – это коммутативное кольцо.

*Задача 4.* Пусть  $a, b, c, x, y, z, t$  – целые положительные числа такие, что  $1 \leq x, y, z \leq 4$ . Доказать, что

$$\frac{x}{(2a)^t} + \frac{y}{(2b)^t} + \frac{z}{(2c)^t} \geq \frac{y+z-x}{(b+c)^t} + \frac{z+x-y}{(c+a)^t} + \frac{x+y-z}{(a+b)^t}$$

В настоящее время на олимпиаде проводится личное первенство (командное первенство – в неофициальном зачете, тем не менее, всегда фиксируется). Количество дипломов победителей – крайне ограничено, в отличие от ИМС (International Mathematics Competition for University Students) – неофициального первенства мира среди студентов-математиков.

*История олимпиады: развитие проекта.*

Для справки приведем количество принимавших в соревнованиях университетов (по годам):

1991: 1 университет

.....

1996: 2 университета

1997: 8 университетов

.....

2003: 16 университетов

2004: 24 университета

.....

2007: 25 университет

2008: 31 университет

2009: 40 университетов

.....

2013: 41 университет

2014: 32 университета

2015: 38 университетов

В частности, в последней, 25-ой по счету олимпиаде принимали участие студенты следующих университетов:

*25th Competition – Participating universities:*

Adam Mickiewicz University, AGH University of Science and Technology, Barcelona TECH, Comenius University, ETH Zurich, Charles University, Jagiellonian University, Łódź University of Technology, Loránd Eötvös University, Masaryk university, Matiční gymnázium Ostrava, Moscow Institute of Physics and Technology, National Technical University of Athens, Nicolaus Copernicus University, Toruń, Palacký University Olomouc, Silesian University of Technology, St. Petersburg State University, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Università di Udine, University Alexandru Ioan Cuza of Iasi, University Constantin Brancusi, University ITMO, University of Innsbruck, University of Athens, University of Cambridge,

University of Maribor, University of Novi Sad, University of Ostrava, University of Primorska, University of Sofia, University of Szeged, University of Vienna, University of Warsaw, University of Zagreb, Univerzita PJ Šafárika, Ural Federal University, Vilnius University.

Отметим, что подготовка петербургских участников международных олимпиад осуществляется с использованием различных методов. Так, например, в Университете ИТМО тренинг студентов основан на распределенном подходе, когда различные специалисты в той или иной области математики (аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ, теория игр, теория чисел и т. д.) проводят тренировки в соответствии с тематическим подбором задач, соответствующих данной теме и уровню данной олимпиады. В настоящее время студенты Университета ИТМО принимают участие в математических олимпиадах различных уровней (региональных, общероссийских и международных). Среди международных – олимпиада им. Патнема, обсуждаемая олимпиада им. Войцеха Ярника (Чехия, Острава, неофициальный кубок Европы), International Mathematics Competition for University Students (IMC, Болгария, Благоевград, неофициальный чемпионат мира), North Countries Universities Mathematical Competition (NCUMC, Санкт-Петербург, Россия). Указанный подход для олимпиад различных уровней представляется если и не идеальным, то вполне действенным. С другой стороны, на математико-механическом факультете (студенты которого также принимают участие во всех перечисленных выше олимпиадах) принят метод тренинга команды и участников личного зачета одним (или двумя) тренерами, работающими по всем направлениям подготовки. Что также приводит к замечательным результатам.

Обсудим вначале результаты выступления российских студентов на олимпиаде им. Войцеха Ярника в 2013 году. В 1-ой категории из российских участников лучшего результата (3 место) достиг Александр Циглер (МФТИ), Егор Гальковский (мат.-мех. СПбГУ) занял 25 место, студенты Университета ИТМО Ген-

надий Короткевич и Юрий Александров (Университет ИТМО) заняли соответственно 29 и 34 места из 103 участников (следует учесть, что это был первый опыт участия студентов ИТМО в международных математических олимпиадах).

Во 2-ой категории для российских участников все сложилось намного удачнее. Так, Глеб Ненашев (мат.-мех. СПбГУ) занял 2 место в личном зачете, Алексей Балтийский и Павел Мищенко (оба – МФТИ) разделили 3 и 4 места, Данила Черкашин (мат.-мех. СПбГУ) и Михаил Кевер (Университет ИТМО) были на 5 месте, а Антон Банных (Университет ИТМО) и Кирилл Савенков (мат.-мех. СПбГУ) – на 11, Виталий Аксенов на 32 месте из 81 участника личного зачета.

В 2014 году российские студенты в 1-ой категории выступили намного более успешно. Так, Дмитрий Крачун (мат.-мех. СПбГУ) завоевал абсолютное 1 место абсолютным результатом (40 баллов, 4 решенных задачи из 4 предложенных). Михаил Григорьев и Артем Жук (оба – МФТИ) заняли 3 место, Геннадий Короткевич (Университет ИТМО) – 9. Также неплохо выступили Жавлон Исомуродов (Университет ИТМО) и Александр Останин (МФТИ) – 26 место и Алексей Латышев (Университет ИТМО) – 30 место из 84 участников в личном зачете.

Во 2-ой категории для российских участников также было все успешно. Алексей Балтийский (МФТИ) занял 1 место, его коллега по МФТИ Александр Циглер оказался на 3 месте, студенты мат.-меха СПбГУ Кирилл Савенков и Константин Тыщук соответственно на – на 6 и 8 местах. Виталий Аксенов (Университет ИТМО) занял 24 место в личном зачете (всего в старшей группе этого года было 75 студентов).

В 2015 году выступление российских студентов в 1-ой категории сложилось наиболее благоприятно. Даниил Ключев (мат.-мех. СПбГУ) и Алексей Волостнов (МФТИ) разделили 1 и 2 место с абсолютным результатом 40 баллов из 40 возможных. 3 место занял Дмитрий Крачун (мат.-мех. СПбГУ), а 4 – Александр Голованов (МФТИ). Его коллега по МФТИ Артем Жук был на 17 месте, а Павел Гейн и Илья Дерендаев из Екатеринбургского университета – соответственно на

18 и 20 месте (всего в личном зачете младшей группы принимало участие 67 студентов).

Несколько хуже сложилось выступление россиян во 2-ой категории 2015 года. Лучшим результатом (6 место в личном зачете) был результат Александра Циглера (МФТИ), его коллега по вузу Михаил Григорьев занял 14 место, а Геннадий Короткевич из Университета ИТМО -18 место. Артем Васильев и Сергей Чувашов (тоже- Университет ИТМО) заняли соответственно 29 и 56 места в личном зачете (из 71 участника).

Замечательные результаты показывают на олимпиаде и студенты стран СНГ и Восточной Европы. Например, В 2013 году (старшая категория) олимпиаду выиграл студент из Кракова (Jakub Konieczny), студенты из Познани (Łukasz Kalinowski) Варшавы (Szymon Kanonowicz), Киева (Ievgen Makedonsky) и Праги (Miroslav Olšák) – на 5 месте. В младшей категории лучшие результаты среди студентов Восточной Европы были третьи места Matko Ljulj (Загреб) и Damian Orlef (Варшава).

В 2014 году в 1 категории 2 место занял студент из Праги Štěpán Šimsa; во 2 категории на 2 месте были Jędrzej Garnek (Poznań), Miroslav Olšák (Prague) и Michał Zajac (Kraków UJ).

В 2015 году во 2 категории 2 место у János Nagy (Budapest), на 4 месте – студенты из Польши Jędrzej Garnek (Poznań) и Michał Zajac (Kraków UJ). В первой категории этого же года на 4 месте студент Anh Dung Le (Prague), на 5 – Borna Vukorepa (Zagreb).

Напомним, что полные результаты (имена участников, результаты, предложенные задачи и их решения можно найти на сайте олимпиады имени Войцеха Ярника можно найти на ее сайте <http://vjimc.osu.cz/>.

Высокий уровень и престиж олимпиады подтверждается географией стран-участников, сложностью задач, а также уровнем подготовки и достижениями студентов-участников олимпиады.

Расскажем о некоторых достижениях победителей. Абсолютный победитель олимпиады 2014-ого года студент первого курса математико-механического



факультета СПбГУ Дмитрий Крачун несколькими месяцами ранее с большим отрывом стал Победителем зеркала олимпиады Патнема 2013 года. В 6 классе в составе сборной Санкт-Петербурга Дмитрий участвует во всероссийской олимпиаде школьников, соревнуясь с 9-классниками. В 7 классе он становится победителем (3 место) по девятым классам на Всероссийской олимпиаде. В 9 классе входит в число победителей Всероссийской олимпиады школьников по 11 классам (!) и входит в состав сборной РФ по математике; возвращается с серебряной медалью, набрав 26 баллов (с 28 баллов присуждались золотые медали). В 10 классе ему принадлежит уже абсолютное 1 место на Всероссийской олимпиаде школьников. В 10 и 11 классах также становится победителем Всероссийских олимпиад, входит в состав сборной РФ на международной олимпиаде по математике и получает оба раза уже золотые медали. Таким образом, Дмитрий Крачун стал трёхкратным медалистом Международной математической олимпиады школьников. Заметим, что по итогам международных олимпиад школьников сборная РФ в среднем занимает 2 место, уступая лишь школьникам сборной КНР. Тем более престижным выглядит ещё одно достижение Дмитрия: в 9-ом классе он выигрывает Открытую всекитайскую олимпиаду школьников, набрав максимально возможный балл! До Дмитрия таких достижений у российских школьников не было. На 1 курсе в его достижениях уверенная победа на олимпиаде Патнема, 2 место на NCUMC. На 2 курсе Дмитрий занимает второе место (39 баллов из 40 возможных) на олимпиаде имени Войцеха и первое место на NCUMC.

Абсолютный победитель олимпиады 2015 года Даниил Ключев в школьные годы, также, как и Дмитрий Крачун, трижды входил в состав национальной сборной по математике, также получил серебряную и две золотые медали. По неизвестным авторам статьи причинам Даниил смог принять участие лишь в первой части олимпиады Патнема 2014 года (часть А), однако этот результат стал по этой части вторым по всем участникам из России и Европы с отрывом в 1 балл от победителя Будимира Баева. В 2015 году Даниил, закончив лишь 1-ый курс

СПбГУ, также становится абсолютным победителем неофициального чемпионата мира по математике IMC.

Студент Университета ИТМО Геннадий Короткевич, вошедший в 10-ку лучших на олимпиаде Ярника в 2014 году, в 2013 и 2014 годах с минимальным отрывом от победителя занимал 2-ое место на Санкт-Петербургской студенческой математической олимпиаде. В 2014 году Геннадий также вошёл в 10-ку лучших и получил первый приз на NCUMC (9-ое место), в 2015 году на той же олимпиаде Геннадий уже 4-ый. В 2015 году Геннадий получает First Prize на неофициальном чемпионате мира по математике NCUMC. Но, несмотря на все эти выдающиеся достижения, Геннадий Короткевич, в первую очередь, известен, как «лучший в мире программист». 1 серебряная и 6 золотых медалей (из них 4 за абсолютное 1-ое место) на международной олимпиаде школьников по информатике – непревзойдённый результат. Геннадий – двукратный абсолютный победитель командного студенческого чемпионата мира по программированию (согласно правилам олимпиады, более чем двукратное участие в финале этой олимпиады запрещено). В сезоне 2014–2015 года Геннадий становится абсолютным победителем всех самых престижных личных соревнований по программированию, что так же является непревзойдённым результатом.

Подводя итоги, с удовольствием хотим отметить, что успешные результаты выступления студентов университетов России, стран СНГ и Восточной Европы на олимпиаде имени Войцеха Ярника свидетельствуют об их весьма качественной математической подготовке, полной конкурентоспособности по сравнению со студентами университетов европейских стран и серьёзном настрое на победу наших участников олимпиады.

Авторы приносят большую благодарность за поддержку и помощь Администрации Университета ИТМО и лично Ректору, чл.-корр. РАН, проф. В.Н. Васильеву, заведующему кафедрой высшей математики Университета ИТМО, проф. И.Ю. Попову, декану ФИТиП, проф. В.Г. Парфенову и тьютору кафедры компьютерных технологий ФИТиП Л.М. Перовской.

### ***Список литературы***

1. Vojtěch Jarník International Mathematical Competition [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://vjimc.osu.cz/>
2. O'Connor, Jonn J.; Robertson, Edmund F. Mac Tutor History of Mathematics archive, University of St Andrews [Электронный ресурс]. – Режим доступа: «Vojtěch Jarník»
3. V. Jarník: O jistém problému minimálním [About a certain minimal problem], Práce Moravské Přírodovědecké Společnosti, 6, 1930, P. 57–63.