

*Хутыз Абрек Махмудович*

канд. техн. наук, доцент, профессор

*Шишова Рита Гучипсовна*

канд. техн. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Майкопский государственный

технологический университет»

г. Майкоп, Республика Адыгея

## **МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ**

*Аннотация:* в данной статье отмечены недостатки энергетического критерия как критерия разрушения. Авторами рассмотрены различные методы определения КИН, как критерия трещиностойкости. Результаты проведенных экспериментов на сплавах титана 17 и 19 по определению критериев трещиностойкости указывают на хорошую сходимость определения КИН по силовому критерию.

*Ключевые слова:* критерии трещиностойкости, нагрузка, упругость, энергия, прочность материала, критерии разрушения, напряжение, деформация, трещина, коэффициент, напряжение, коэффициент концентрации.

### *1. Критерии разрушения.*

Для решения задач прочности тел с трещинами предложены силовые, энергические и деформационные критерии разрушения, позволяющие при определенных условиях по одному известному параметру напряженно-деформированного состояния и экспериментально определенной характеристике прочности материала формировать условия предельного состояния тел с трещинами.

Силовые критерии получили распространение при хрупком и квазихрупком разрушении материалов с трещинами, когда номинальные разрушающие напряжения не превышают примерно 0,6 предела текучести материала и деформирование перед разрушением происходит упруго или при незначительных размерах зон пластической деформации у вершины трещины. Силовые критерии позволяют при обеспечении определенных условия по характеристикам, полученным

при испытаниях образцов, определять предельную несущую способность тел с трещинами, имеющих различные размеры и форму, что важно для практики.

Энергетические критерии разрушения тел с трещинами представляют собой интегральные характеристики разрушения и не являются достаточным условием разрушения. При значительной пластической зоне у вершины трещины перед разрушением необходимо не только равенство Тугой энергии и энергии разрушения (являющихся интегральными характеристиками), но и выполнение Дополнительного локального критерия разрушения (например, местной критической деформации). Кроме того, требуется пересчет энергетических характеристик в силовые, что не всегда возможно.

Деформационные критерии разрушения используется при номинальных разрушающих Спряжениях, больших  $0,7-1$  предел текучести материала. Однако, чтобы иметь возможность применить их в инженерных расчётах, также требуется пересчёт перемещений и деформаций в Напряжениях и нагрузки, а это в ряде случаев невозможно из-за отсутствия аналитических решений краевых упругопластических задач для тел с трещинами.

### *1.1. Силовые критерии.*

Ирвин сформировал условия хрупкого разрушения материала с трещиной в следующее виде:  $K \geq K_c$ , где  $K_c$  – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений, не зависящее от формы и размеров тел с трещиной, т. е. характеристика хрупкой прочности материала,  $K_c$  обозначается для схем нагружения I, II, III, соответственно  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$ ,  $K_{IIIc}$ .

В дальнейшем в основном будет рассматриваться схема нагружения I и соответствующие ей параметры нагружения и характеристики прочности материалов.

$K_{Ic}$  является характеристикой материала только в тех случаях, когда зона пластической деформации у вершины трещины и толщиной образца. При малой пластической зоне поперечная деформация у вершины трещины отсутствует ( $\varepsilon = 0$ ) и сохраняется подобие тензоров напряжений в окрестности вершины трещины при разрушении тел с трещинами различных форм и размеров. Это дает

возможность, определив по результатам испытаний образцов характеристику сопротивления хрупкому разрушению материала, сделать расчётную оценку предельной несущей способности конструктивного элемента с трещиной.

Проверка, условия обеспечения, плоской деформации обычно производится по критериям [1]:

$$b_0, a > \beta (K_{Ic}/\sigma_{0,2})^2, \quad (1.1)$$

где  $b_0$  – толщина образца до приложения нагрузки;  $a$  – глубина трещины;  $\beta$  – коэффициент, зависящий от класса материалов ( $\beta = 2,5$  для низкоуглеродистых и низколегированных сталей, алюминиевых и титановых сплавов,  $\beta = 0,6$  для чугунов и  $\beta = 5$  для аустенитных сталей), или:

$$\varphi = \frac{b_0 - b}{b_0} * 100\% \leq 1,5\%, \quad (1.2)$$

где  $\varphi$  – относительное утонение сечения;  $b$  – наименьшая толщина образца в плоскости излома разрушенного образца.

Если для конкретной формы тела с трещиной и схемы нагружения отсутствует форма для подсчёта значения  $K_I$ , ее можно получить, используя метод тарировки по податливости [2]. Податливость  $\lambda_0$  – величина, обратная жесткости, характеризуется величиной перемещения  $\delta_P$  на единицу нагрузки  $P$ :

$$\lambda_0 = \delta_P/P, \quad (1.3)$$

она зависит от модуля упругости материала и формы тела.

При нагружении тела энергия упругости деформации  $U_e$  при данной нагрузке  $P$ , определяемая величина площади диаграммы, построенной в координатах нагрузка  $P$  – смещение  $\delta_P$ , определится как:

$$U_e = P\delta_P/2. \quad (1.4)$$

Выразив смещение через податливость (1.3), получим:

$$U_e = \lambda_0 P^2/2. \quad (1.5)$$

Упругая энергия, освобождающаяся при сколь угодно малом приращении размера трещины на единицу толщины образца и затрачиваемая на разрушение пластически деформированной зоны у вершины трещины, характеризует вязкость разрушения конкретного материала и обозначается через  $G$ . Для схемы I (рис. 1).

$$G^1 = -\frac{1}{b} \frac{dU_e}{da} \quad (1.6)$$

Для случая плоского напряженного состояния:

$$G_1 = K_1^2/E \quad (1.7)$$

Для плоской деформации:

$$G^1 = \frac{K_1^2}{(1-\mu^2)E}, \quad (1.8)$$

где  $E$  – модуль Юнга.

Подставляя в выражение (1.4) значение  $U$  из (1.5), получаем:

$$G_1 = \frac{1}{2b} P^2 \frac{d\lambda_{00}}{da} \quad (1.9)$$

Из соотношений (1.8) и (1.9) получаем выражения для  $K_1$  через податливость:

$$K_1 = P \left( \frac{E}{2b} \frac{d\lambda_{00}}{2da} \right)^{1/2}. \quad (1.10)$$

Пример вывода формулы для определения  $K_1$  методом податливости при консольном изгибе круглого образца с полуэллиптической поверхностной трещиной приведен в работе [2].

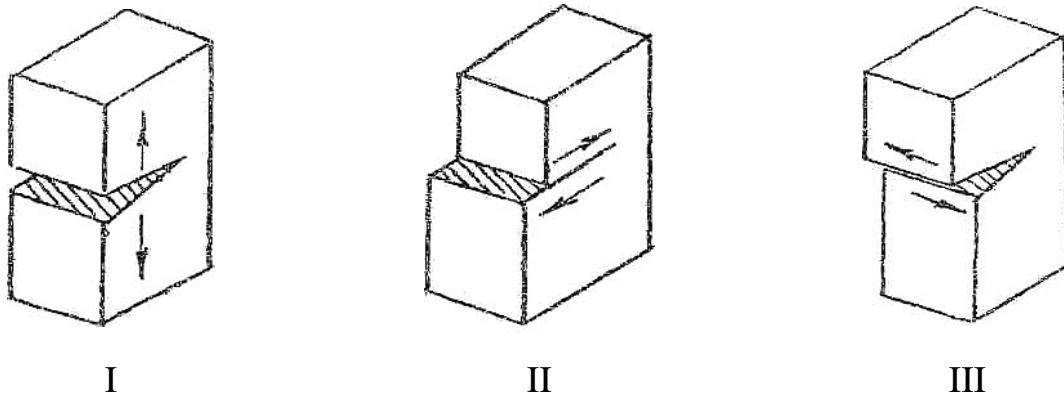


Рис 1. Схема деформирования тела с трещиной

Е.М. Морозов предложил критерий, который он назвал пределом трещиностойкости [3]. Предел трещиностойкости, является функцией отношения первого главного напряжения в вершине трещины к условному пределу прочности материала  $\sigma_b$ , записанной в виде:

$$I = K_c \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_b} \right)^2}, \quad (1.11)$$

где  $\sigma_1$  – первое главное напряжение у вершины трещины.

Этот критерий предложен для случаев, когда при разрушении материала или конструктивных элементов с трещиной номинальные разрушающие напряжения могут превышать предел текучести материала, т. е. когда применение линейной механики разрушения неправомерно.

Г.И. Баренблат [4] предложил критерий разрушения в виде:

$$N_C \geq \frac{K}{\pi}, \quad (1.12)$$

где  $K$  – модуль сил сцепления в области у конца трещины,  $K = \int_0^d \frac{g(x)dx}{\sqrt{x}}$ ;

$d$  – размер зоны действия сил сцепления;  $x$  – расстояние от конца трещины в сторону, обратную положительному направлению оси  $X$ ;  $g(x)$  – функция распределения сил сцепления берегов трещины.

Критерий  $N_0$  характеризует предельную нагрузку, которую может выдержать материал с трещиной. Для определения  $K$  необходимо знать функцию распределения сил сцепления берегов трещины, что точно сделать сложно.

В настоящее время при оценке сопротивления хрупкому разрушению в условиях плоской деформации материалов и конструктивных элементов с трещинами используется критическое значение коэффициента интенсивности напряжений  $K_{Ic}$ , методы, определения, которого стандартизованы (1).

### *1.2. Энергетические критерии.*

Гриффитс [5], применив для хрупкого разрушения энергетический подход, записал условие, необходимое для стагивания и развития трещины,

$$\frac{dUe}{da} = \frac{dD}{da}, \quad (1.13)$$

где  $D$  – энергия, необходимая для развития трещины, определяемая через удельную поверхностную энергию  $\gamma$ , равную работе, необходимой для образования единицы новой поверхности.

Используя расчёт полей напряжений для эллиптического отверстия Инглиса [6], Гриффите получил выражения для критического напряжения при плоском напряженном состоянии

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\frac{2E\gamma n}{\pi a_{кр}}} \quad (1.14)$$

и при плоском деформированном состоянии:

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\frac{2E\gamma n}{\pi(1-\mu^2)a_{ко}}} \quad (1.15)$$

Этот критерий подтверждается только при разрушении хрупких материалов типа стекол в условиях плоского напряженного состояния и в условиях плоской деформации.

С учетом того, что при разрушении реальных металлов у вершины трещины образуется пластическая деформация, Орован [7] предложил ввести понятие эффективной поверхностной энергии  $\gamma_{эф} = \gamma_t + \gamma_{пл}$ , где  $\gamma_{пл}$  – энергия пластического деформирования, которая больше, чем  $\gamma_n$  на порядок.

Более широкие возможности для описания напряженно-деформированного состояния у вершины трещины при упругопластическом деформировании дает использование понятие J-интеграла.

Г.П. Черепанов [8] и Дж. Райе [9], записав закон сохранения энергии для тела с трещиной, показали, что величина интеграла при плоской деформации:

$$J = \int_r (W n_x - \sigma_{ji} \frac{du_i}{dx} n_j) ds \quad (1.16)$$

в момент срагивания трещины может быть использована в качестве критерия разрушения для трещин, нагружаемых по схеме I и не зависит от контура интегрирования. Здесь  $W$  – плотность энергии деформации,  $W = \int \sigma_{ij} de_i u_{ji}$ ,  $\sigma_u$  – компоненты перемещений и тензора напряжений;  $n_i$  – компонента нормали к элементу  $ds$  контура.

Критерий предельного состояния в этом случае записывается как  $J_I \geq J_{Ic}$ . Методы определения J-интеграла стандартизированы, описание их приводится в работе [1]. Макклиток [10] показал возможность однопараметрического описания через J-интеграл полей напряжений, деформаций и смещений в вершине трещины при упругопластическом деформировании материала:

$$\sigma_{ij}(r, \Theta) = \ddot{\sigma}_1 \left( \frac{J}{\ddot{\sigma}_1 I_m} \right)^{\frac{m'}{m'+1}} \frac{1}{r^{\frac{m'}{m'+1}}} \sigma_{ij}(\Theta); \quad (1.17)$$

$$\varepsilon_{uio}^3(r, \Theta) = \left( \frac{J}{\sigma_1 l_m} \right)^{\frac{m'}{m'+1}} \frac{1}{r^{\frac{m'}{m'+1}}} \varepsilon_{ij}(\Theta);$$

$$\varepsilon_{uio}^3(r, \Theta) = \left( \frac{1}{\sigma_1 l_m} \right)^{\frac{1}{m'+1, m'+1}} \frac{m'}{r^{\frac{m'}{m'+1}}} u_i(\Theta),$$

где  $\sigma_1$  – постоянная;  $l_m$  – коэффициент, зависящий от  $m$  и типа трещины;  $\sigma_{ij}(\Theta)$ ,  $\varepsilon_{ij}(\Theta)$ ,  $u_1(\Theta)$  – нормированные известные функции угла  $\Theta$ .

В работе (8) предложен критерий, основанный на представлениях о критической плотности энергии деформации, который учитывает трехмерность напряженно-деформированного состояния у вершины трещины. Однако детальный анализ напряженно-деформированного состояния у вершины трещины, особенно при упругопластическом деформировании в настоящее время представляет труднорешаемую задачу.

### 1.3. Деформированные критерии.

М.Я. Леонов, В.В. Панасюк, Д.С. Дагдейл предложили деформационный критерий разрушения [12; 13], предположив, что разрушения материалов с трещиной произойдет, если раскрытие вершины трещины  $\delta$  превысит предельную величину, обозначенную  $\delta_c$ .

По модели М.Я. Леонова и В.В. Панасюк предельное раскрытие трещины  $\delta_c$ , при котором происходит разрушение, соответствует пределу хрупкой прочности материала  $\delta_{хр}$ .

Дагдейл предложил, что номинальные напряжения в вершине трещины равны при ее раскрытии текучести материала. Выражения, связывающие раскрытие трещины, размеры зоны пластической деформации у ее вершины с размерами трещин и приложенными напряжениями, полученные авторами указанных моделей, следующие:

$$\sigma = \frac{E \sigma_m a/2}{\pi E} \ln \sec \left( \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_t} \right) \quad (1.18)$$

где  $\delta_t$  – предел текучести;  $\delta$  – действующее напряжения;

$$\sigma_t = \frac{2}{\pi} \sigma_t \arccos \exp \left( \frac{\pi E \sigma_c}{8 \sigma_t a/2} \right) \quad (1.19)$$

При  $\delta < 0,6$  предела текучести  $\delta_T$  после разложения в ряд и ограничения первым членом с достаточной точностью 5 может быть определена по формуле:

$$\sigma = \frac{\pi\sigma^2 a/2}{\sigma_n E}. \quad (1.20)$$

Размер пластической зоны для пластины шириной  $2L$  с трещиной вычисляется по зависимости:

$$r_1 = a/2 \left[ \frac{2L}{\pi a} \arcsin \left( \sin \frac{\pi a/2}{2L} \sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right) - 1 \right]. \quad (1.21)$$

Н.А. Махутов [14] предложив, что размер трещины при нагружении увеличивается на размер зоны пластической деформации, на границе которой реализуется критическая деформация  $e_j$ , предложил условие предельного состояния в виде:

$$\bar{e}_i \geq \bar{e}_f = \bar{e}_c \frac{D_e}{I_0}, \quad (1.22)$$

где  $\bar{e}_i$  – относительная интенсивность деформации у вершины трещины,  $\bar{e}_i = \ell/\ell_{iT}$ ;  $\bar{e}_f$  – критическая деформация у вершины трещины, зависящая от степени объемности напряженного состояния;  $\ell_{iT}$  – интенсивность деформации, соответствующая пределу текучести;  $\bar{e}_i$  – критическая деформация разрушения в шейке гладкого образца;  $I_0$  – коэффициент, характеризующий повышение сопротивления пластическим деформациям при переходе от линейного напряженного состояния к объемному;  $D_e$  – коэффициент, характеризующий снижение разрушающей деформации вследствие объемности напряженного состояния.

Используя установленную Нейбером известную зависимость теоретического коэффициента напряжений от произведения эффективного коэффициента концентрации напряжений на коэффициент концентрации деформации, Н.А. Махутов [14] записал выражение для определения  $\bar{e}_i$ :

$$\bar{e}_i = \frac{2(1+\mu)}{3} \frac{K i_e}{2\pi r} P_{re}, \quad (1.23)$$

где  $K i_e$  – коэффициент интенсивности деформаций.

Подробно методы определения  $K i_e$ ,  $P_{re}$ ,  $D_e$ ,  $I_0$ ,  $\bar{e}_c$  описаны в работе [14].

Соотношение [14] позволяет построить диаграммы разрушения тел с трещинами в координатах номинальное напряжение – длина трещины. Рассмотренные



выше критерии разрушения позволяют определять предельную несущую способность материалов и конструктивных элементов.

Силовой критерий разрушения  $K_{Ic}$  более удобен в инженерной практике, чем энергетические или деформационные критерии  $J_{Ic}$  и  $\delta_c$ , так как он позволяет определять допускаемые нагрузки или номинальные напряжения, не требуя измерений перемещения или раскрытия трещины на конструкции при ее эксплуатации.

Существуют и расчетные методы определения раскрытия вершины трещины, но для тел и трещин сложной формы они сложны и недостаточно точно.

При упругопластическом деформировании тел с трещинами, когда номинальные напряжения при разрушении находятся в диапазоне  $\delta_T > \delta_{np} > 0,7 \delta_T$  силовые критерии неприменимы и для решения практических задач могут использоваться энергетические и деформационные критерии (J-интеграл,  $\delta_c$  или  $K_{Ic}$ ), но достаточную для практики точность определения расчетных допускаемых нагрузок, напряжений, долговечности и критических размеров трещин для конструкций, определяемых с использованием указанных характеристик, в настоящее время нельзя уверенно обосновать. Все указанные характеристики широко используются для сравнительных оценок трещине-стойкости конструкционных материалов.

### ***Список литературы***

1. РД 50 – 260 – 81. Расчёты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости) при статическом нагружении: (Метод. указания). – М.: Изд-во стандартов, 1982. – 56 с.

2. Троценко В.Т. К вопросу об определении вязкости разрушения по результатам испытаний на усталость при круговом изгибе / В.Т. Троценко, В.В. Покровский, А.В. Прокопенко. – 1997. – №1. – С. 3–10.

3. Морозов Е.М. Расчет на прочность при наличии трещин // Прочность материалов и конструкций. – Киев: Наук. думка, 1975. – С. 323–333.

4. Баренблатт Г.И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении // Прил. Математика и тех. физика. – 1961. – №4. – С. 3–56.
5. Guiu H., Duiniak R. On the nucleation of fatigue cracks in pure polycrystalline  $\alpha$ -iron // Fatigue Eng. Mat. And Struct. – 1982. – №4 (5). – P. 311 – 321.
6. Inglis C.E. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp comers // Trans. Inst. Naval Architects. – 1913. – №55. – P. 219–241.
7. Orowan E. Energy criteria of fracture // J. Welding. – 1955. – №3 (34). – P. 157–160.
8. Черепанов Г.П. О распространении трещины в сплошной среде // Прикл. Механика и математика – 1967. – №3 (31). – С. 476–488.
9. Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. – 1968. – №4 (35). – P. 379–386.
10. Макклинтон Ф. Вопросы пластичности в механике разрушения / Ф. Макклинтон, Дж. Р. Ирвин // Прикладные вопросы вязкости разрушения. – М.: Мри, 1968. – С. 143–186.
11. Sih G.C. A review of the three-dimensional stress problem for a cracked plate // Int. J. Fract. – 1971. – №1 (7). – P. 39.
12. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1968. – 246 с.
13. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. And Phys. Solids. – 1960. – №3 (8). – P. 102–104.
14. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1968. – 246 с.
15. Когаев В.П. Расчёты деталей машин на прочность и долговечность: Справочник / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков // Машиностроение. – 1985. – 224 с.