

Просоедов Роман Александрович

студент

Гордеев Алексей Сергеевич

студент

Кубаевский Алексей Андреевич

магистрант

Абдуллин Вильдан Вильданович

ассистент кафедры

ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)

г. Челябинск, Челябинская область

УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Аннотация: в статье рассматривается теория линеаризации обратной связью нелинейных систем и приводится пример, смоделированный в программе VisSim. Авторами были получены результаты моделирования и рассчитаны прямые показатели качества системы.

Ключевые слова: нелинейные системы, линеаризация обратной связью, моделирование в среде VisSim.

На сегодняшний день большую популярность приобрело управление нелинейными системами. В данной статье рассматривается подход управления таких систем.

Рассмотрим класс нелинейных систем вида [2]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + G(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1)$$

где x – вектор переменных состояния; f , G , h – достаточно гладкие в области $D \subset R^n$ функции.

Для линеаризации системы произведена замена управляющего сигнала на обратную связь по состоянию

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v. \quad (2)$$

Наглядным примером данной задачи является стабилизация начала координат уравнения маятника (рисунок 1).

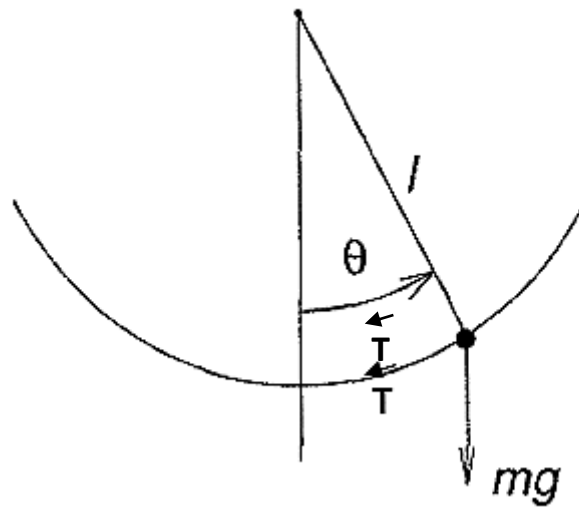


Рис. 1. Маятник

Дифференциальное уравнение динамики движения маятника, составленное в соответствии со 2-ым законом Ньютона, имеет вид [1]:

$$ml\ddot{\theta} = -mg \sin \theta - kl\dot{\theta} + \frac{1}{ml^2}T, \quad (3)$$

где m [кг] – масса груза; l [м] – длина стержня; θ [рад] – угол отклонения стержня от вертикальной оси, проходящей через точку подвеса; g [м/с²] – ускорение свободного падения; k [кг/с] – коэффициент сопротивления окружающей среды; T [Н·м] – вращающий момент, приложенный к грузу.

Для решения задачи стабилизации представим рассматриваемый объект в форме математической модели переменных состояния [3]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -a \sin x_1 - bx_2 + cu, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } x_1 = \theta, \quad a = \frac{g}{l}, \quad b = \frac{k}{m}, \quad c = \frac{1}{ml^2}, \quad u = T.$$

Заметим, при выборе u вида

$$u = \frac{1}{c}[a \sin x_1 + v], \quad (5)$$

система (4) преобразуется к линейному виду

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -bx_2 + v.\end{aligned}\tag{6}$$

Таким образом, задача стабилизации нелинейной системы может быть сведена к задаче стабилизации управляемой системы. Для данной системы возможно построение стабилизирующего управления с обратной связью по состоянию [4]:

$$v = -k_1x_1 - k_2x_2,\tag{7}$$

при этом собственные значения матрицы замкнутой системы:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -k_1x_1 - (k_2 + b)x_2\end{aligned}\tag{8}$$

располагаются в левой полуплоскости. В этом случае закон управления с обратной связью по состоянию для исходной нелинейной системой примет вид

$$u = \frac{1}{c}[\text{asin}x_1 - k_1x_1 - k_2x_2].\tag{9}$$

Произведем моделирование полученной системы управления (СУ) в среде моделирования VisSim 6.0 (рис. 2). Исходные данные возьмем из таблицы 1.

Таблица 1

Исходные данные системы управления маятником

Обозначение	Величина	Единица измерения
θ_0	1	рад
l	1	м
m	0.1	кг
g	9.832	м/с ²
k	0.01	кг/с
k_1	1	1/с ²
k_2	1.31421	1/с

где θ_0 – начальное состояние угла отклонения стержня от вертикальной оси, проходящей через точку подвеса.

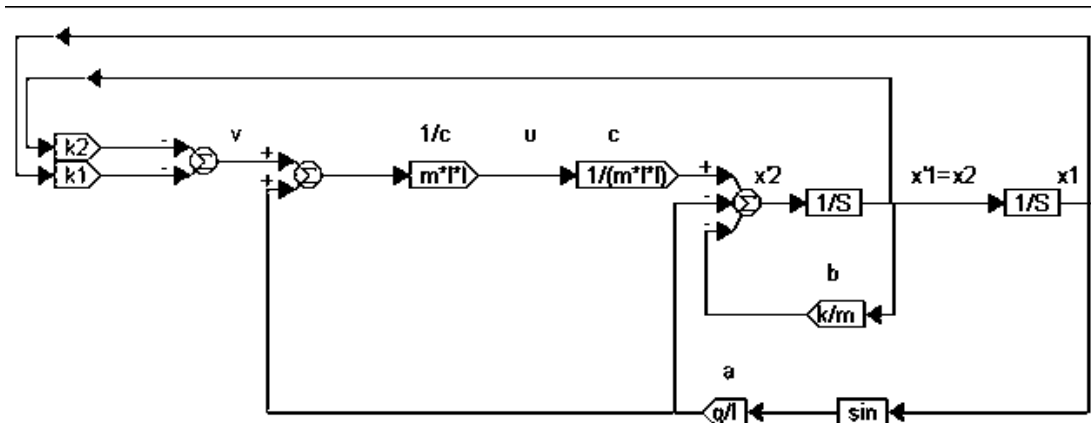


Рис. 2. Схема моделирования системы управления нелинейного ОУ с линеаризацией обратной связью в программе VisSim

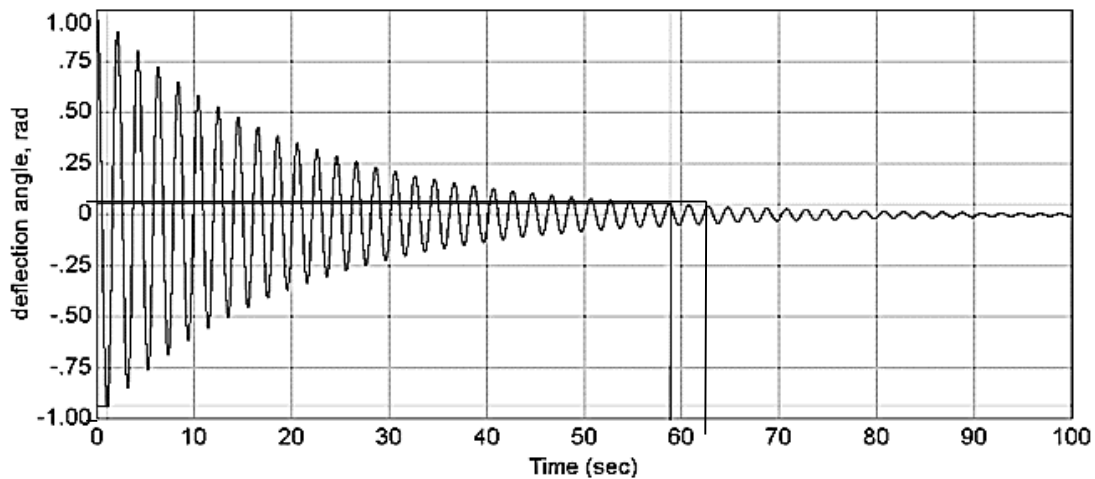


Рис. 3. график зависимости угла отклонения от времени при моделировании системы нелинейного ОУ без управления

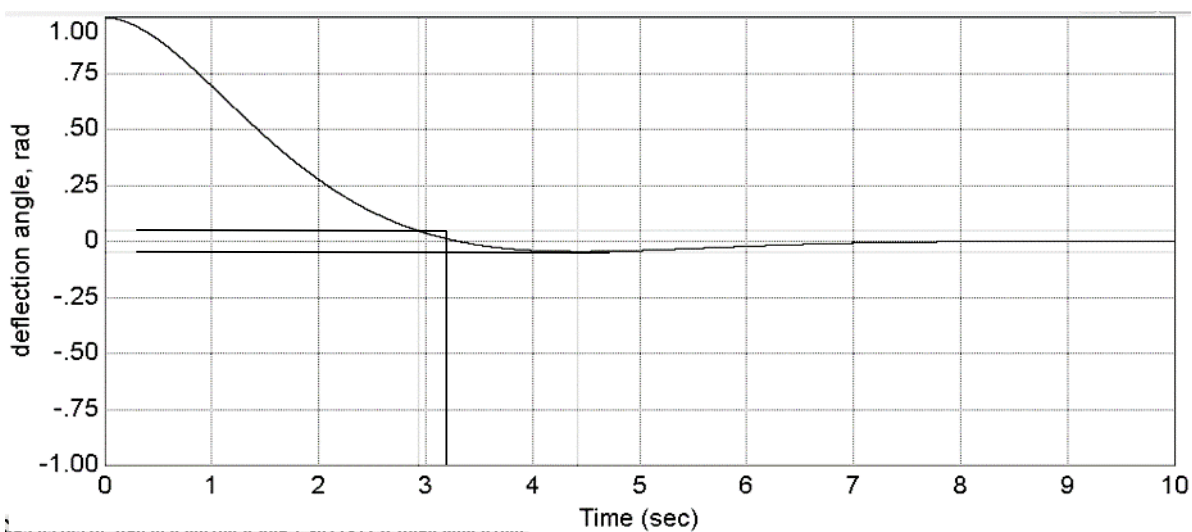


Рис. 4. График зависимости угла отклонения от времени при моделировании СУ нелинейного ОУ с линеаризацией обратной связью

Из рисунков 3,4 определим прямые показатели качества СУ (табл. 2).

Таблица 2

Прямые показатели качества результатов стабилизации ОУ

СУ прямые показатели качества	СУ с линеаризацией обратной связью	СУ без управления
$\sigma, \%$	4.3	93.5
t_p, c	2.9	58.8

Из таблицы 2 видно, что время регулирования и перерегулирование системы нелинейного ОУ с линеаризацией обратной связью гораздо лучше, чем у системы нелинейного ОУ без управления. Следовательно, линеаризация обратной связью позволяет управлять нелинейными системами, обладающими особенными структурными свойствами, подобно рассматриваемой СУ. Полученные хорошие результаты при моделировании позволяют утвердить о работоспособности данного метода и возможности применения во многих нелинейных ОУ.

Список литературы

1. Khalil H. Nonlinear Systems, 3rd edition / H. Khalil. -New Jersey: Prentice Hall, 2002. – 750 с.
2. Озеров Л.А. Автоматизированное проектирование систем: учебное пособие / Л.А. Озеров. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – Ч. 1. – 66 с.
3. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы: Уч. пособие / И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2006.
4. Абдуллин В.В. Модельно-упреждающее управление тепловым режимом здания / В.В. Абдуллин // Вестник ЮУрГУ. Серия Компьютерные технологии, управление и радиоэлектроника. – 2015. – Т. 15. – №3. – С. 33–39.