Зайцева Жанна Ильинична
канд. пед. наук, доцент
Губочкина Наталья Ивановна
старший преподаватель
Васильев Алексей Евгеньевич
студент
Герасимов Владислав Олегович
студент
Набережночелнинский институт (филиал)
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет»
г. Набережные Челны, Республика Татарстан

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

***Аннотация**: в данной статье рассматривается одна из сторон процесса компьютеризации образования при изучении математики на примере раздела «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» с использованием компьютерной математической системы Mathematica.*

***Ключевые слова**: тренажер, информатизация математического образования, информационные технологии.*

На сегодняшний день производная стала мощным средством для решения прикладных задач. С данным типам задач приходиться работать представителям самых разных специальностей: инженеры-технологи организовывают производство так, чтобы предприятие могло выпускать как можно больше продукции; конструкторы же в свою очередь разрабатывают новые приборы для космических кораблей с заметным снижением их веса; экономисты пытаются выстроить для предприятий более выгодные транспортные связи к источникам сырья.

В экономических процессах очень важно найти самое оптимальное значение показателя: максимальную производительность труда, максимальную прибыль при минимальных издержках и т. д. Каждый показатель – это функция от одного или нескольких аргументов и нахождение оптимального значения показателя сводится к решению задачи на экстремум функции. Поэтому умение находить производную и использовать ее в разных областях играет большую роль в практической деятельности студентов как технических специальностей, так и экономических, и гуманитарных. Производная относится к числу математических понятий, которые носят межпредметный характер, и активно используются в экономических, химических, физических и других отраслях наук. Изучение материала по этой теме имеет огромное значение, так как показывает возможности применения элементов дифференциального исчисления в описании и изучении процессов, явлений реального мира.

Приведем перечень некоторых практических задач, решаемых с помощью производной:

1. Из прямоугольного листа жести размером 25 × 40 см необходимо изготовить открытую коробку наибольшего объема. Для это нужно вырезать квадратные уголки. В зависимости от длины вырезаемого квадрата получаются коробки, имеющие различные объемы. Именно поэтому важно рассчитать размеры вырезаемых квадратов так, чтобы вся коробка имела наибольший объем. При решении данной задачи используется умение находить экстремум функции одной переменной.

2. Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону $q = \sin(2t - 10)$ Найти силу тока в момент времени t = 5 сек. При решении данной задачи используется умение находить значение первой производной в точке.

3. Электронагревательный прибор потребляет мощность от источника тока, ЭДС которого равна 3В, а внутреннее сопротивление равно 2Ом. Какое сопротивление должен иметь прибор, чтобы в нем выделялась максимальная мощность? При решении данной задачи используется умение находить экстремум функции одной переменной.

Однако следует отметить, что в последние годы наблюдается заметное снижение интереса к математике со стороны, как учащихся и студентов, так и общества в целом, когда математика воспринимается не как предмет профессиональной деятельности, а как никому ненужная наука, которая в дальнейшем в профессиональной деятельности не пригодится. Обучающиеся не хотят тратить время и силы для изучения столь сложного, но интересного и захватывающего предмета, как математика. И поэтому для активизации познавательной деятельности студентов и выработки у них способности самостоятельно решать сложные задачи приводит к тому, что в учебный процесс необходимо внедрять новые методы и технологии. Мы предлагаем с этой целью использовать в учебном процессе тренажер по теме «Применение производной функции одной переменной», который создан в компьютерной математической системе Mathematica, в качестве обучающе-контролирующей программы при изучении раздела математики «Дифференциальное исчисление функции одной переменной».

Рассмотрим работу тренажера. В каждом варианте есть запись: «Далее выделите скрытую ячейку левой кнопкой мышки, нажмите по очереди Shift+Enter и следуйте дальнейшим указаниям». После того, как выполнено данное указание, на экране появляется диалоговое окно с надписью, что нужно в нем писать (рисунок 1), и тренажер вступает в диалог с пользователем.

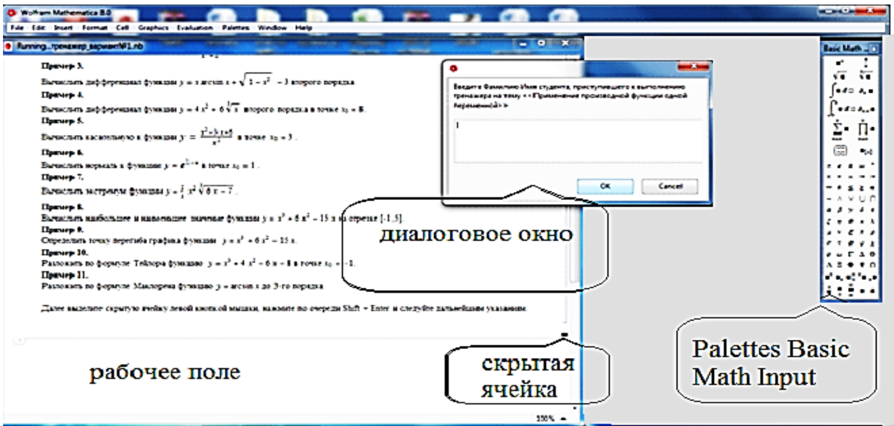

Рис. 1. Общий вид тренажера

В диалоговое окно вводится фамилия, имя, группа студента и номер выполняемого варианта, а также условия примеров. Если ввести другое условие, то тренажер ошибки не выдаст, но на рабочем поле отразится другое условие примера с введенными значениями, и тренажер будет решать пример с новыми условиями, отличными от заданных, что позволит преподавателю увидеть подмену. После введения условий примера, его нужно решить и записать в диалоговое окно полученный ответ. Все производимые действия отражаются в рабочем поле. Если введенный результат правильный, то в рабочем поле появится запись «Молодец! Количество ошибок 0», и переходим к выполнению дальнейших указаний; в противном случае в рабочем поле появится другая запись: «Вы допустили ошибку. У вас осталось 2 попыт.». В этом случае есть возможность самостоятельно найти ошибку в решении примера. Следует перерешать и записать в диалоговое окно исправленное значение; если оно правильное, то в рабочем поле появится запись «Молодец. Количество ошибок 1», и можно переходить к выполнению дальнейших указаний. В противном случае будет запись «Вы допустили ошибку. У вас осталось 1 попыт.», и можно вновь попытаться найти ошибку и т. д. Всего можно допустить три ошибки, после чего тренажер выводит правильный ответ и количество сделанных ошибок.

Подробнее рассмотрим тренажер на тему «Применение производной функции одной переменной», который создан в компьютерной математической системе Mathematica и состоит из следующих примеров:

Пример 1. Вычислить дифференциал функции $y = f(x)$.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$), результат промежуточного решения (производная функции) и затем ответ (дифференциал функции).

Всего можно допустить 6 ошибок.

Пример 2. Вычислить дифференциал функции $y = f(x)$ в точке x_0.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, точка x_0), результат промежуточного решения (дифференциал функции) и затем ответ (значение дифференциала функции в точке x_0).

Всего можно допустить 6 ошибок.

Пример 3. Вычислить дифференциал функции $y = f(x)$ второго порядка.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$), результат промежуточного решения (производная функции первого порядка, производная функции второго порядка) и затем ответ (дифференциал функции второго порядка).

Всего можно допустить 9 ошибок.

Пример 4. Вычислить дифференциал функции $y = f(x)$ второго порядка в точке x_0.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, точка x_0), результат промежуточного решения (производная функции первого порядка, производная функции второго порядка) и затем ответ (значение дифференциала функции второго порядка в точке x_0).

Всего можно допустить 9 ошибок.

Пример 5. Найти уравнение касательной к функции $y = f(x)$ в точке x_0.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, точка x_0), результат промежуточного решения (значение функции в точке x_0, тангенс угла наклона касательной в точке x_0) и затем ответ (уравнение касательной).

Всего можно допустить 9 ошибок.

Пример 6. Найти уравнение нормали к функции $y = f(x)$ в точке x_0.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, точка x_0), результат промежуточного решения (значение функции в точке x_0, тангенс угла наклона нормали в точке x_0) и затем ответ (уравнение нормали).

Всего можно допустить 9 ошибок.

Пример 7. Вычислить экстремум функции $y = f(x)$.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$), результат промежуточного решения (производная функции, критические точки) и затем исследуется на экстремум функция в критических точках.

Всего можно допустить 10 ошибок.

Пример 8. Вычислить наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на отрезке $[a,b]$.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, начало отрезка a, конец отрезка b) результат промежуточного решения (производная функции, критические точки) и затем ответ (наименьшее значение, наибольшее значение).

Всего можно допустить 12 ошибок.

Пример 9. Определить точку перегиба графика функции $y = f(x)$.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$), результат промежуточного решения (производная функции, производная второго порядка функции, критические точки второго рода) и затем исследуется на перегиб функция в критических точках.

Всего можно допустить 12 ошибок.

Пример 10. Разложить по формуле Тейлора функцию $y = f(x)$ в точке x_0.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$, точка x_0), результат промежуточного решения (коэффициент a_0, a_1, a_2, a_3) затем ответ (разложение Тейлора данной функции).

Всего можно допустить 15 ошибок.

Пример 11. Разложить по формуле Маклорена функцию $y = f(x)$ до 3-го порядка.

Вводиться условие примера (функция $f(x)$), результат промежуточного решения (коэффициент a_0, a_1, a_2, a_3) затем ответ (разложение Маклорена данной функции).

Всего можно допустить 15 ошибок.

Далее все ошибки суммируются и на основании полученной суммы выставляется оценка следующим образом, если от 0 до 17 – «отлично», если от 18 до 37 – «хорошо», если от 38 до 56-»удовлетворительно», если от 57 до 110 – «неудовлетворительно».

Так же есть возможность вывести полученный результат через принтер, чтобы тестирующий мог проверить соответствие предложенного и выполняемого варианта, какие ошибки совершались и какие ошибки исправлялись, т.е. в распечатке будут содержаться все действия, а также оценка прохождения тренажера.

На рисунке 1 можно увидеть работу тренажера и один из вариантов выполняемой работы:

Пример 1. Вычислить дифференциал функции $y = x\ln x - 2x + 1$.

Пример 2. Вычислить дифференциал функции $y = \frac{x^2}{x^3+1}$ в точке $x_0 = 1$.

Пример 3. Вычислить дифференциал функции $y = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2} - 3$ второго порядка.

Пример 4. Вычислить дифференциал функции $y = 4x^2 + 6\sqrt[3]{x}$ второго порядка в точке $x_0 = 8$.

Пример 5. Найти уравнение касательной к функции $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}$ в точке $x_0 = 3$.

Пример 6. Найти уравнение нормали к функции $y = e^{1-x}$ в точке $x_0 = 1$.

Пример 7. Вычислить экстремум функции $y = \frac{2}{3}x^2 \cdot \sqrt[3]{6x-7}$.

Пример 8. Вычислить наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 - 15x$ на отрезке $[-1,5]$.

Пример 9. Определить точку перегиба графика функции $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$

Пример 10. Разложить по формуле Тейлора функцию $y = x^3 + 4x^2 - 6x - 8$ в точке $x_0 = -1$.

Пример 11. Разложить по формуле Маклорена функцию $y = \arcsin x$ до 3-го порядка.

Так как в тренажере используется одна скрытая ячейка, то подобных, однотипных вариантов можно составить любое количество, что немало важно. Стоит отметить, что работа тренажера отличается от простого тестирования тем, что в процессе решения поставленного примера вводится не только ответ, но и промежуточное решение, составленное исходя из формул, используемых при решении каждого примера конкретно, что позволяет преподавателю увидеть рассуждения, логику и уровень усвоения изучаемого материала.

Использование данного тренажера в образовательном процессе, конечно же, не сможет заменить традиционные формы преподавания, но сможет дополнить и обогатить их, поможет так же подготовить обучаемого к квалифицированному применению компьютера в учебной деятельности, сделать процесс обучения более интересным и привлекательным.

Список литературы

1. Зайцева Ж.И. Применение компьютерных технологий в математическом образовании студентов технических направлений подготовки / Ж.И. Зайцева, Р.М. Зайниев //Высшее образование сегодня, 2015. – №1. – С. 19–22.

2. Зайцева Ж.И. Педагогический программный продукт по математике в вузе / Ж.И. Зайцева, Н.И. Губочкина, В.О. Герасимов // Студенческий научный форум: Материалы VI Международной студенческой электронной научной конференции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.scienceforum.ru/2014/761/3528

3. Зайцева Ж.И. Компьютерная система mathematica в учебном процессе / Ж.И. Зайцева, Н.И. Губочкина // Universum: Психология и образование: электрон. науч. журн. – 2014. – №5–6 (6) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://7universum.com/en/psy/archive/item/1376/

4. Зайцева Ж.И. Программа тренажера для решения задач по математике, созданного в компьютерной математической системе Mathematica, по теме «Применение производной функции одной переменной» / Ж.И. Зайцева // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015612867. – 2015.

5. Зайцева Ж.И. Использование компьютерных технологий в математическом образовании студентов технических специальностей / Ж.И. Зайцева // Казанская наука, 2016. – №3. – С. 108–112.