

Андрафанова Наталья Владимировна  
канд. пед. наук, доцент  
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет»  
г. Краснодар, Краснодарский край

## ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «ДВИЖЕНИЕ» СРЕДСТВАМИ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ GEOGEBRA

*Аннотация:* в статье рассматривается использование современных компьютерных технологий при изучении одной из ключевых тем геометрии «Движение». В качестве инструмента обучения используется система динамической геометрии (СДГ) GeoGebra как инновационная технология представления и изучения геометрического материала, обладающая такими дидактическими возможностями как наглядность, моделирование и динамика. Показана возможность применения инструментов СДГ при изучении понятий и свойств, доказательстве теорем, решении задач на построение.

*Ключевые слова:* система динамической геометрии, GeoGebra, движение плоскости, осевая симметрия.

Преподавание математики на современном этапе характеризуется внедрением в учебный процесс информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Основная педагогическая задача обучения с использованием ИКТ заключается не столько в передаче существующих знаний, сколько в создании условий их самостоятельного приобретения, познания, «открытия» нового знания.

Среди современных компьютерных технологий выделим системы динамической геометрии, обладающие такими дидактическими возможностями как наглядность, моделирование и динамика:

– наглядность – визуализация учебной информации о геометрических объектах, развивающая «активное математическое видение» объектов и их свойств [1, с. 57–59];

- *моделирование* – экспериментальное наблюдение за поведением геометрических объектов и открытие неизвестных ранее свойств и фактов;
- *динамика* – реализация компьютерными средствами эффекта движения иллюстративного объекта [2, с. 561].

Системы динамической геометрии имеют ряд преимуществ по сравнению с другими технологиями обучения, среди которых отметим следующие:

- привлекательность компьютерных инструментов для выполнения построений при сохранении у школьников правильного представления о технике геометрического построения;
- создание динамических чертежей с возможностью дальнейшей исследовательской работы;
- широкие возможности для активной самостоятельной деятельности учащихся;
- использование систем динамической геометрии на уроках и дома в любое удобное время [3, с. 60].

Поэтому изучение возможностей систем динамической геометрии, методического их сопровождения, применения в учебном процессе интересует многих исследователей.

Среди систем динамической геометрии выделим GeoGebra, которая является свободно распространяемым кроссплатформенным программным обеспечением, имеющим русскоязычную версию. Отличительной особенностью системы также является двойное представление объектов: в виде алгебраической и геометрической моделей (*geometry+algebra*), для каждой из которых выделяется отдельное окно.

Тема «Движения» – одна из ключевых, интереснейших и красивейших тем геометрии, способствующая развитию «визуального мышления», пространственного воображения и геометрической грамотности учащихся. Использование понятий и свойств изучаемой темы упрощает доказательство ряда теорем и открывает новый метод решения многих задач на построение. Между тем в школьных учебниках математики данной теме отводится

достаточно скромное место, с малым количеством заданий и минимальным использованием наглядности: в конце 9 класса учащиеся знакомятся с понятиями таких геометрических преобразований как поворот, параллельный перенос, симметрия [4, с. 293].

Классификацию движений сформулировал французский математик (геометр) XIX в. Мишель Шаль: *Любое движение является либо параллельным переносом, либо поворотом, либо симметрией, либо композицией симметрии и параллельного переноса на вектор, параллельный оси симметрии (последний вид движения называется скользящей симметрией).*

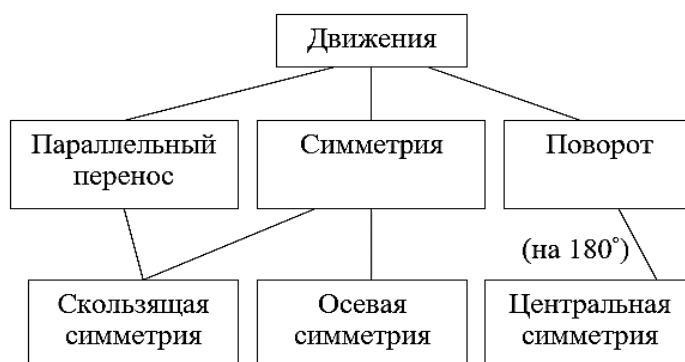


Рис. 1. Движения

Системы динамической геометрии могут быть использованы не только для иллюстрации изучаемых геометрических преобразований, но и при изучении их свойств, доказательстве теорем, решении задач на построение, благодаря имеющимся в среде инструментам.

Таблица 1

| Инструменты                     | Понятие движения   |
|---------------------------------|--|
| Отражение относительно прямой   | Осевая симметрия – это движение относительно прямой, при котором фигура отображается в саму себя.  |
| Отражение относительно точки    | Центральная симметрия – это движение относительно точки, при котором фигура переходит в себя.  |
| Поворот вокруг точки            | Движение вокруг точки О на угол $\alpha$ , при котором каждая точка М отображается в такую точку $M_1$ , что $OM=OM_1$ и угол $MOM_1=\alpha$ . |
| Параллельный перенос по вектору | Движение на вектор $\vec{a}$ , при котором каждая точка M отображается в точку $M_1$ так, что вектор $\overrightarrow{MM_1} = \vec{a}$ .       |

Покажем применение инструментов СДГ GeoGebra на примере изучения понятия осевой симметрии и решении задач [5, с. 120–122].

Две точки  $A$  и  $A_1$  называются симметричными относительно прямой  $a$ , если эта прямая проходит через середину отрезка  $AA_1$  и перпендикулярна к нему. Две фигуры  $F$  и  $F'$  называются симметричными относительно прямой, если каждой точке одной фигуры соответствует симметричная ей точка другой фигуры.

*Пример 1.* Даны пятиугольник  $ABCDE$  и прямая  $f$ . Постройте фигуру, симметричную данной относительно прямой  $f$ . Докажите симметричность фигур, используя определение. Покажите, что осевая симметрия сохраняет расстояния, но меняет ориентацию, т.е. направление обхода на противоположное (рис. 2).

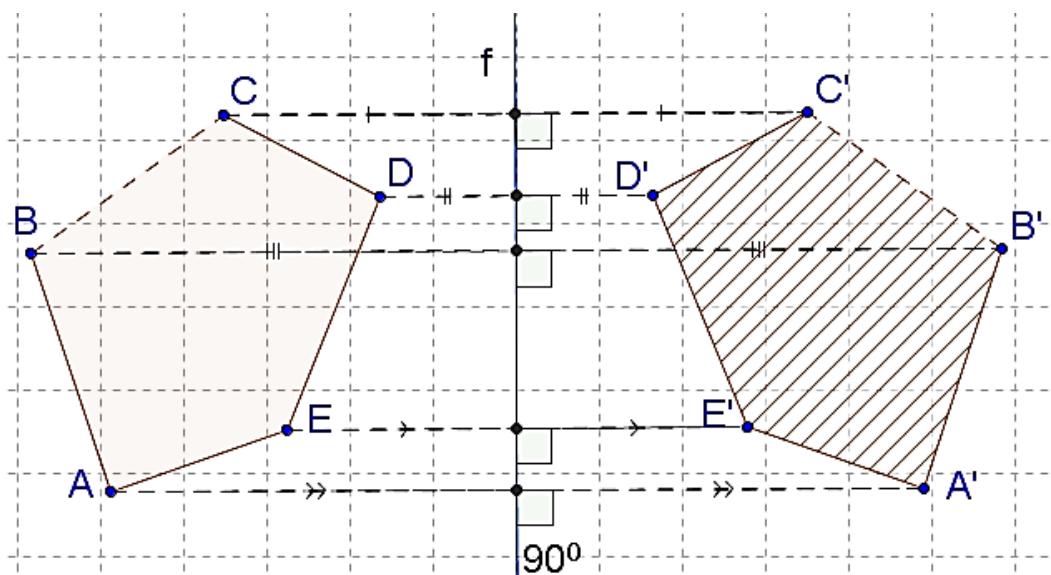


Рис. 2. Симметрия относительно прямой

Таблица 2

| Шаги построения  | Используемые инструменты      |
|--|-------------------------------|
| Постройте многоугольник $ABCDE$  | Многоугольник                 |
| Постройте прямую $f$ , проходящую через две точки                                | Прямая                        |
| Постройте зеркальное отражение многоугольника относительно прямой                | Отражение относительно прямой |
| Соедините вершины многоугольника $ABCDE$ с вершинами многоугольника $A'B'C'D'E'$ | Отрезок                       |
| Отметьте середины получившихся отрезков  | Середина или центр            |
| Измерьте величины углов между отрезками и прямой отражения                       | Угол                          |

*Пример 2.* Равные окружности  $S_1$  и  $S_2$  касаются окружности  $S$  внутренним образом в точках  $A_1$  и  $A_2$ . Произвольная точка  $C$  окружности  $S$  соединена отрезками с точками  $A_1$  и  $A_2$ . Эти отрезки пересекают  $S_1$  и  $S_2$  в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Докажите, что  $A_1A_2 \parallel B_1B_2$  [6, с. 362].

*Решение.* Выполняя построение чертежа, убедимся в истинности утверждения  $A_1A_2 \parallel B_1B_2$  (рис. 3).

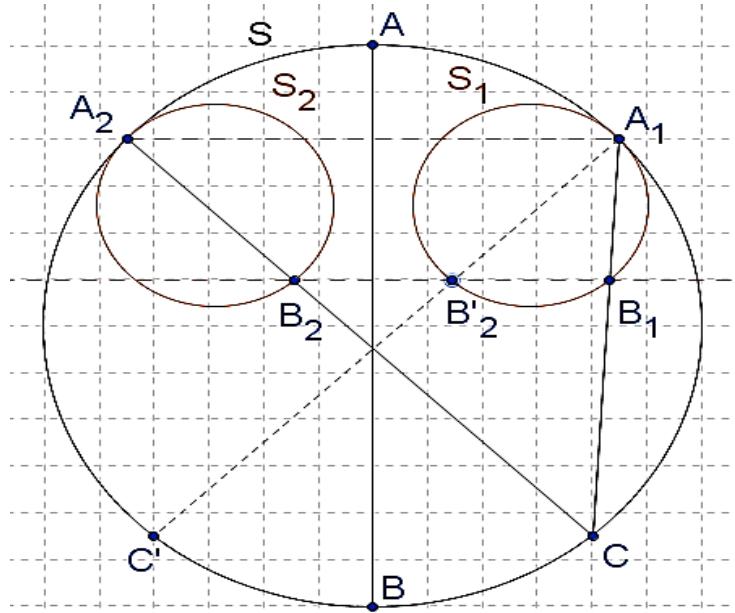


Рис. 3. Решение задачи с использованием симметрии

Таблица 3

| Шаги построения  | Используемые инструменты       |
|--|--------------------------------|
| Постройте окружность $S$   | Окружность по центру и радиусу |
| Проведите диаметр окружности $AB$ , выбрав его в качестве оси симметрии  | Отрезок                        |
| Отметьте на окружности $S$ точку $A_1$   | Точка на объекте               |
| Проведите касательную к окружности $S$ в точке $A_1$   | Касательная                    |
| Постройте окружность $S_1$ , проходящую через точку $A_1$  | Окружность по центру и точке   |
| Постройте точку $A_2$ и окружность $S_2$ , являющихся зеркальным отражением относительно диаметра $AB$ точки $A_1$ и окружности $S_1$                                  | Отражение относительно прямой  |
| Выберите на окружности $S$ произвольную точку $C$  | Точка на объекте               |
| Соедините точку $C$ отрезками с точками $A_1$ и $A_2$ , обозначив точки пересечения построенных отрезков со внутренними окружностями $S_1$ и $S_2$ через $B_1$ и $B_2$ | Отрезок                        |
| Соедините отрезком точки $A_1$ и $A_2$   | Отрезок                        |
| Постройте параллельную $A_1A_2$ прямую, проходящую через точку $B_1$ . Убедитесь, что точка $B_2$ принадлежит построенной прямой                                       | Параллельная прямая            |

*Доказательство:* Построим точки  $C'$  и  $B'_2$ , симметричные точкам  $C$  и  $B_2$  относительно диаметра  $AB$ , используя инструмент Отражение относительно прямой. Так как точки  $A_1$  и  $A_2$  симметричны относительно диаметра, а точка  $C'$  симметрична  $C$  относительно того же диаметра, то  $A_1A_2 \parallel CC'$ .

Окружности  $S$  и  $S_1$  гомотетичны с центром гомотетии в точке  $A_1$ . Прямая  $B_1B'_2$  переходит в прямую  $CC'$ , значит, прямые параллельны. Так как окружность  $S_1$  симметрична окружности  $S_2$  относительно диаметра  $AB$ , точка  $B'_2$  симметрична  $B_2$ , точка  $C$  симметрична точке  $C'$ , то  $B_2B'_2 \parallel CC'$ , следовательно, точки  $B_1, B'_2, B_2$  лежат на одной прямой  $B_1B_2$ , которая параллельна прямой  $CC'$ .

Получаем,  $A_1A_2 \parallel CC'$  и  $B_1B_2 \parallel CC'$ , значит,  $A_1A_2 \parallel B_1B_2$ .

Как мы видим, инструменты СДГ GeoGebra являются удобным конструктивным средством поиска результата решения задачи, но при этом не освобождают от обоснования полученного результата, особенно при решении задач на доказательство.

Таким образом, наличие разнообразных инструментов, в том числе и инструментов выполнения геометрических преобразований движения, позволяет внести изменения в традиционный процесс знакомства с понятиями и свойствами движения плоскости, способствует развитию «активного математического видения» объектов и их свойств. В сравнении с другими технологиями СДГ представляет собой инновационную технологию изучения геометрического материала с качественно новыми дидактическими возможностями.

### ***Список литературы***

1. Андрафанова Н.В. Инновационные технологии в преподавании геометрии. Личность, семья и общество: вопросы педагогики и психологии / Н.В. Андрафанова, И.А. Закира, Д.С. Назарян. – 2014. – №47. – С. 55–65.
2. Андрафанова Н.В. Применение информационных технологий в математическом образовании. Образовательные технологии и общество / Н.В. Андрафанова, Н.В. Губа. – 2015. – Т. 18. – №4. – С. 559–573.

3. Андрафанова Н.В. Интерактивная геометрическая среда как средство развития познавательного интереса школьников. Проблемы и перспективы развития образования в России / Н.В. Андрафанова, Д.С. Назарян. – 2014. – №27. – С. 59–65.

4. Атанасян Л.С. Геометрия 7(9 классы: Учебник для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – М.: Просвещение, 2009.

5. Andraphanova N.V. Geometrical similarity transformations in Dynamic Geometry Environment GeoGebra. European Journal of Contemporary Education. – 2015. – №2 (12). – С. 116–128.

6. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии / В.В. Прасолов. – М.: Изд-во МЦНМО, 2006. – 633 с.