Шонин Максим Юрьевич
учитель математики
МОУ «Петропавловская СОШ»
п. Петропавловский, Челябинская область
магистрант
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
г. Магнитогорск, Челябинская область

ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Аннотация*: существуют различные подходы к введению понятий действительных чисел. В статье рассмотрен один из методов формулировки данного математического понятия. В его основу положена целостность понятия «числа» и действий над ними.*

Ключевые слова*: число, арифметические действия, множество чисел, прямая.*

Одна из основных линий школьного курса математики, считают методисты – изучение чисел и действий над ними. Расширение понятия числа происходит несколько раз. В начальной школе для счета и сложения вполне хватало натуральных чисел. Результат умножение чисел также выражался всегда натуральным числом. Что касается частного, то оно оказывается целым числом тогда, когда делимое кратно делителю. Присоединение к натуральным числам дробных чисел и нуля дало множество натуральных чисел. Для четырех действий арифметического запаса рациональных чисел всегда хватало. Однако уже в шестом классе задачи определения длинны окружности и площади круга привели учащихся к числу π, которое не является рациональным. Вплотную с иррациональными числами учащиеся знакомятся в восьмом классе, решая задачу извлечения корней. Совокупность рациональных и иррациональных чисел составляет множество действительных чисел, изображение которых составляет всю действительную ось.

Тема «Действительные числа» служит основой изучения вопросов математического анализа. Школьники не видят связи между понятием действительного числа и понятием, изучаемым в школьном курсе. Одна из причин – выведение понятия действительного числа из задачи об извлечении корня. Вопрос об извлечении корня не является главным в данном случае. Его целесообразно использовать для мотивировки введения новых чисел – иррациональных.

Для математического анализа ведущим является расширение множества рациональных чисел до множества действительных чисел, которое является непрерывным. Главенствующим значением действительных чисел в курсе математического анализа состоит в том, что они способны выразить непрерывное изменение величины.

Таким образом, обработка понятия действительного числа и понятия непрерывной величины – это две стороны одного и того же процесса. Так как наглядной иллюстрацией непрерывного процесса служит движение точки движение точки по прямой, то в основе формирования действительного числа должно быть понятие прямой, совокупность точек которой такова же по своей структуре, как и множество действительных чисел. Рассматривая действительные числа, можно осуществить преемственность данной темы с такими вопросами анализа, как предел, непрерывность, производная, интеграл и т. д. Следовательно, изучение действительных чисел на достаточно хорошем уровне возможно лишь в классах с углубленном изучением математики, но не в общеобразовательных.

С точки зрения В.И. Мишина [1], при изучении числовых множеств математически используются геометрический и алгебраический методы. Изучение многих вопросов о числе проводится с использованием геометрической интерпретацией: при сравнении чисел, при введении понятия «модуль числа», при сложении положительных и отрицательных чисел (активно используется координатный лучи и координатная прямая), при изучении свойств и действий и выборе правил (например, понятия площади и объема параллелепипеда). Такая организация учебного материала способствует наилучшему раскрытию содержания изучаемых понятий и взаимосвязи между ними.

Так как понятие числе является основным понятием школьного курса математики и служит также фундаментом, на котором строится изучение функций, тождественных преобразований, уравнений, задач и т. п., то это значит, что нельзя ответить на вопрос «Что такое число?», используя раннее введенное понятия и отношения между ними. Оно просто, если рассматривать математические понятия, на нем основанные, и бесконечно сложно по многогранности содержания и диалектики развития [2]. Поэтому учение о числе является одним из главных вопросов курса математики средней школы.

Современная математика имеет дело с разными по природе числами:

– с натуральными (1, 2, 3,…);

– с целыми ($0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$);

– с рациональными (множество целых чисел, дополненное множеством дробей);

– с действительными (множество всех рациональных и иррациональных чисел);

– с комплексными (числами вида $a + bi$, где a и b – любые действительные числа, i – мнимая единица).

Вопросы, связанные с расширением понятия числа в школе, начинают изучаться в курсе математики 5–6 классов, затем их изучение продолжается в курсе алгебры 7–9 классов и далее в курсе алгебры и начал анализа в 10–11 классах. Основные положения, связанные с развитием у учащихся представлений о числе, отнесены к курсу математики 5–6 классов (введение дробных и отрицательных чисел).

Вопросы, связанные с развитием учения о числе, учитель строит таким образом, чтобы ясна была связь понятий равенства, суммы и произведения, с одной стороны, и понятия числа с другой. Нет понятия равенства, суммы, произведения без понятия числа, но нет также понятия числа без понятия равенства, суммы, произведения. Об этих четырех понятий нельзя говорить порознь. Они имеют смысл лишь в отношениях друг к другу. Числа обладают свойствами, которые мы выражаем в понятиях их равенства, суммы, произведения. Эволюция числа неразрывна связана с эволюцией понятия равенства, суммы, произведения. Развитие этих понятий и есть, по существу, эволюция понятий числа. Мы меняем условие равенства, суммы и произведения и получаем новые числа [3].

Чтобы новые числа были равноправными между собой и с ранее изученными числами, и чтобы они были узаконены, необходимо введения определения:

1. а) Понятие равенства.

б) Понятие «больше», «меньше», т.е. установление критерия сравнения новых чисел между собой и с ранее изученными.

2. Понятие суммы.

3. Понятия произведения.

Нужно показать, что новые числа подчиняются законам арифметических действий, установленным для ранее изученных чисел.

Рассматривая вопрос о действительных числах в общеобразовательной школе целесообразно начать с изучения краткой истории развития понятия числа, как у первобытных людей возник счет предметов. Отметить, что уже здесь мы встречаемся с численностью простейших множеств. Отметить, что в начальной школе изучение чисел осуществляется на основе рассмотрения конкретных множеств и определения их численности. Рассматриваются множества из 3 кружков, 4 квадратов и т. д. Постепенно понятие числа расширялось до множества натуральных чисел, затем были введены неограниченные целые числа, рациональные числа и наконец, иррациональные числа. Множество иррациональных чисел является дополнением множества рациональных чисел. Множество действительных чисел находится во взаимно однозначном соответствии с множеством точек числовой прямой. Лишь с введением иррациональных чисел, можно утверждать, что каждая точка прямой имеет абсциссу, что существует точное значение корня из двух, π и т. д.

Не имея возможности подобного изложения теории действительных чисел, считает В. Ф. Чаплыгин [4], учитель вынужден обратиться к наглядно – интуитивным соображениям и как можно больше использовать задачи. При изучении натуральных чисел очень важно уделить внимание задачам на делимость, представлению натурального числа в виде произведения простых чисел.

Понятие действительного числа при решении задач играет важную роль в обучении учащихся математике. Поэтому очень важно сформировать у учащихся правильное понимание множества действительных чисел.

Список литературы

1. Блок А.Я. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: Учебное пособие для студентов пед. институтов по физ-мат спец. / А.Я. Блок, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев [и др.]; сост. В.И. Мишин. – М: Просвещение, 1987.
2. Пиаже Ж. Психогенез знаний и его эпистемологическое значение / Ж. Пиаже // Семиотика. – М.: Радуга, 1983.
3. Рогановский Н.М. Методика преподавания в средней школе / Н.М. Рогановский. – Мн.: Высшая школа, 1990.
4. Чаплыгин В.Ф. Задачи в формирование понятия действительного числа / В.Ф. Чаплыгин // Математика в школе. – 1997.