Супряткин Максим Дмитриевич
студент
Катаева Лилия Юрьевна
д-р физ.-мат. наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный
технический университет им. Р.Е. Алексеева»
г. Нижний Новгород, Нижегородская область

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

***Аннотация**: в данной работе описывается суть численных методов и возможности их использования на практике в экономической сфере.*

***Ключевые слова**: экономика, математика, численные методы.*

Использование численных методов позволяет нам эффективно находить решение тех или иных задач, будь они математические, физические, или инженерные. Численное решение всегда имеет определённую погрешность, которая может нести в себе неустранимую погрешность, погрешность метода и вычислительную погрешность [1]. Поэтому задачи решаются численно только с определённой точностью. Контролируя вычислительную погрешность и погрешность метода, можно эту точность увеличить. Покажем это на примере достаточно простой задачи – задаче о предельных издержках. Она состоит в нахождении производной первого порядка от заданной функции издержек, то есть, определения затрат на увеличение объёма производства на 1 ед. при заданном уровне производства (x). Пример: [2].

Рассмотрим функцию издержек производства продукции некоторой компании, имеющую вид: $y(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250$ (ден. ед.). Требуется определить средние и предельные издержки производства [2] и вычислить их при заданном значении $x\,(10)$.

Можно сказать, что достаточно просто найти аналитическое решение данной задачи, но, если функция, или начальные параметры достаточно сложны, то оптимальным вариантом будет прибегнуть к использованию численных методов, задействовав тот или иной математический пакет. В данном случае будут использованы табличный процессор Excel и метод конечных разностей. Метод конечных разностей – численный метод решения дифференциальных уравнений, основанный на замене производных разностными схемами.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+h) - y(y-h)}{2h},$$

где h – задаваемый шаг. Этой схемы будет достаточно для нахождения численного решения данной задачи. Шаг выбирается исходя из погрешности метода. Оптимальной погрешностью для данного метода считается 0,001, а шаг – 0,1. Так как нам нужно найти предельные издержки при $x = 10$, то возьмём промежуток от 9 до 10,1 (из-за выбранной разностной схемы нам необходимо знать следующее значение после $y(10)$, чтобы вычислить значение производной).

Нахождение средних и предельных издержек

x	f(x)	f(x)/x	dy/dx	a0	0,1		
0	250		0	a1	-1,2		Функция = a0*x^3+a1*x^2+a2*x+b0
1	253,9	253,9	3	a2	5		Формула кон. Разности: dy/dx=(y(x+h)-y(x-h)/2h
2	256	128	1,5	b0	250		
3	256,9	85,63333	0,6	h	1		
4	257,2	64,3	0,3	h2	0,25		
5	257,5	51,5	0,6				
6	258,4	43,06667	1,5				Вводится пользователем
7	260,5	37,21429	3				Рассчитывается по заданным в Excel формулам
8	264,4	33,05	5,1				
9	270,7	30,07778	7,8				
10	280	28	11,1				
11	292,9	26,62727					

Рис. 1. Скриншот окна Excel с реализацией метода конечных разностей с шагом h=1

Если мы возьмём описанную функцию с указанными на рисунке коэффициентами, и решим задачу аналитически, взяв заданный уровень производства за 10, то мы получим y'(10) = 11. Соответственно, погрешность будет составлять 11,1 – 11 = 0,1. В большинстве случаев такая погрешность недопустима, поэтому нам нужно свести к минимуму, взяв за параметр h 0,1 (стандартная величина шага при использовании данного метода).

Нахождение предельных издержек по методу конечных разностей

x	y(x)	y'(x)		
9	270,7	7,8	h2	0,1
9,1	271,4851	8,004	a0	0,1
9,2	272,3008	8,313	a1	-1,2
9,3	273,1477	8,628	a2	5
9,4	274,0264	8,949	b0	250
9,5	274,9375	9,276		
9,6	275,8816	9,609		
9,7	276,8593	9,948		
9,8	277,8712	10,293		
9,9	278,9179	10,644		
10	280	11,001		
10,1	281,1181			

Функция y(x)= a0*x^3+a1*x^2+a2*x+b0

Формула кон. Разности: dy/dx=(y(x+h)-y(x-h)/2h

Вводится пользователем

Рассчитывается по заданным в Excel формулам

Рис. 2. Скриншот Excel с реализацией метода конечных разностей при h = 0,1

Как видно выше, погрешность результата при уровне производства = 10 резко упала до 0,001. Таким образом, было показано, что использование численных методов для решения подобных задач получить относительно точный результат, погрешность которого зависит от таких факторов, как точность начальных условий, точность выбранного алгоритма, точность математической модели и некоторых других. Следует отметить, что выбранный метод требует знания граничных условий.

Список литературы

1. Численные методы решения прикладных задач: Учеб. пособие / Л.Ю. Катаева и [др.]; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Н. Новгород, 2014. – 283 с.

2. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н.Ш. Кремер [и др.]; Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд. – М., 2007. – 479 с.