

*В.И. Кулик, И.В. Кулик*

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА  
ОРБИТЫ ПЛАНЕТЫ**

*Ключевые слова:* время, орбита, линия апсид, линия параметров, средняя аномалия, истинная аномалия, уравнение центра, луч времени.

*Аннотация:* в данной статье авторами предложена методика определения эксцентриситета орбиты только путём измерения углового положения планеты.

*V.I. Kulik, I.V. Kulik*

**TECHNIQUE OF DEFINITION OF ECCENTRICITY  
OF AN ORBIT OF THE PLANET**

*Keywords:* time, orbit, the line of apsides, the line parameters, mean anomaly, the true anomaly, the equation of the center, evenly rotating beam time.

*Abstract:* the technique of definition eccentricity orbits only by measurement of angular position of a planet is offered.

Имеются различные выражения для определения эксцентриситета орбиты. Вот ряд выражений для определения эксцентриситета «e» орбиты [1–3].

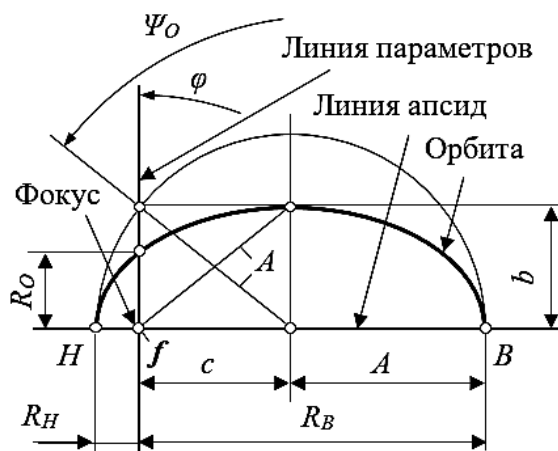


Рис. 1. При движении от RB к RH , при  $c = 1,5$ ;  $A = 4,5$ ;  $R_0 = 4$ , если

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ то } \psi = (\pi - 1,230959418), \text{ если } \psi = \frac{\pi}{2}, \text{ то } \varphi = 1,230959418.$$

$$\begin{array}{ll}
1. e = \frac{R_B}{A} - 1, & 2. e = 1 - \frac{R_H}{A}, \\
3. e = \frac{R_O}{R_H} - 1, & 4. e = \frac{R_B - R_H}{R_B + R_H}, \\
5. e = \frac{V_H - V_B}{V_H + V_B}, & 6. e = \frac{c}{A}, \\
7. e = \sqrt{1 - \frac{R_O}{A}}, & 8. e = \frac{\sqrt{A^2 - b^2}}{A}, \\
9. e = \frac{V_{RO}}{V_{\perp O}}, & 10. e = \frac{V_{RA}}{V_{DA}}, \\
11. e = \sqrt{\left(\frac{V_{DO}}{V_{\perp O}}\right)^2} - 1. & 12. e = \text{Cos}(\pi - \psi_O), \\
13. e = 1 - \frac{R_O}{R_B}, & 14. e = \text{Cos}\left(\text{arcSin} \frac{R_O}{b}\right), \\
15. e = \frac{R_i - R_O}{R_i \cdot \text{Cos} \varphi_i}. & \text{И так далее.}
\end{array}$$

Однако почти все выражения содержат линейные параметры, которые, находясь на Земле, измерить непосредственно невозможно. Параметры орбиты (рис. 1). Мы преследуем цель, определить эксцентриситет любой планетной системы, измеряя только её угловое положение на небесной сфере и период обращения её вокруг центра.

В теоретической астрономии рассматривается связь между *истинной аномалией*  $\varphi$  и *средней аномалией*  $\zeta$  планеты. В движении Земли по орбите, см. рис. 2, *истинной аномалией* положения Земли на орбите является угол  $\varphi$  между радиус-векторами: Солнце (фокус орбиты  $M$ ) – перигелий и Солнце – Земля  $t$ .

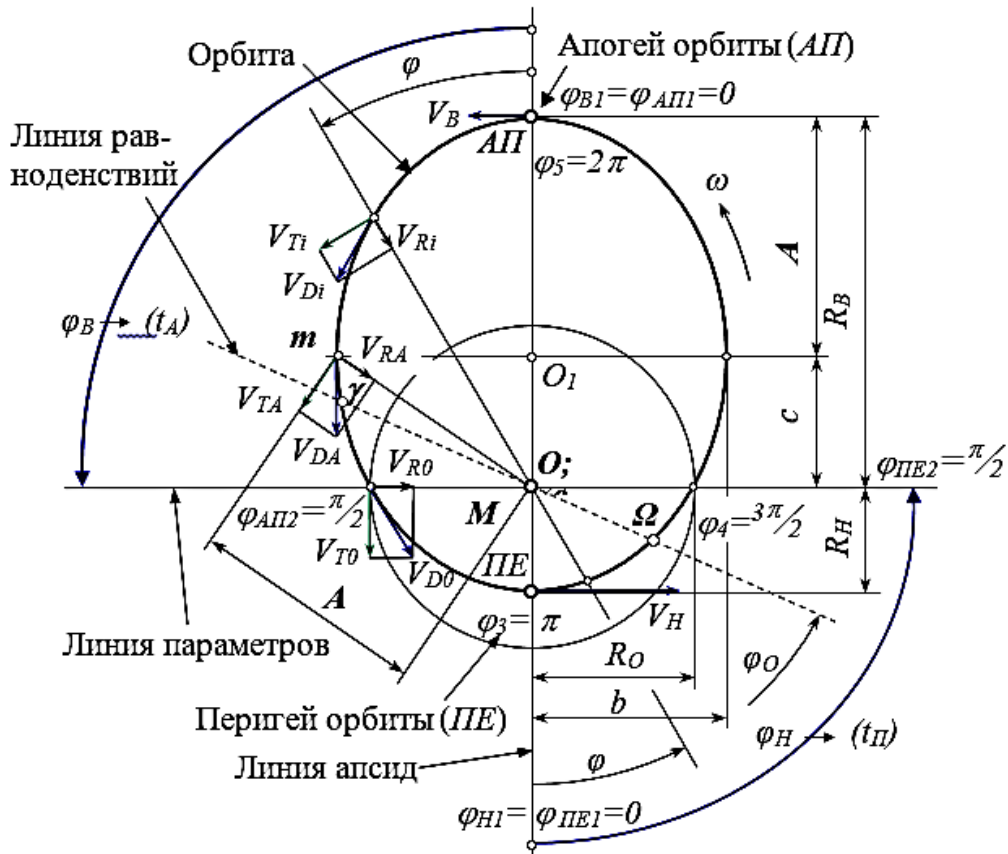


Рис. 2. Параметры орбиты

Средней аномалией называется угол между радиус-вектором Солнце – перигелий (на линии апсид) и радиус-вектором (на рис. 2 не показан), равномерно вращающимся (в направлении движения Земли) с угловой скоростью  $n = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ , где  $T$  – период обращения Земли вокруг Солнца, выраженный в солнечных (средних) единицах.

Причём, вращение вектора (Солнце  $M$  – Земля  $m$ ) происходит так, что его конец, расположенный на орбите и движущийся по ней неравномерно, одновременно с концом вектора равномерно вращающимся (в направлении движения Земли) с угловой скоростью  $n = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ , проходит точки апсид, т. е. для точек апсид имеем  $\varphi = \xi$ . С величиной  $n$  средняя аномалия определяется по формуле:

$$\xi = n \cdot t = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t,$$

где  $t$  – интервал времени с момента прохождения Земли через перигелий. Разность  $\varphi - \xi = \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = \eta$  называется *уравнением центра*. Она отражает неравномерность годичного движения Земли; это в той же мере относится к видимому годичному движению Солнца. В теоретической астрономии формула этой разности определена *приблизжённо* [3, с. 104–106].

В районе перигея (*ПЕ*) движение планеты быстрое, а в районе апогея (*АП*) оно медленное. На участке траектории между *ПЕ* и *АП* радиус-вектор обращения Земли движется впереди равномерно вращающегося луча времени, т. е. угол  $\varphi > \xi$  (рис. 3), тогда как на другой половине орбиты, или по другую сторону от линии апсид, между точками *АП* и *ПЕ*, радиус-вектор обращения Земли движется позади равномерно вращающегося луча времени, т. е. угол  $\varphi < \xi$  (рис. 3). На рис. 3 показан, также, перенос начала отсчёта движения из перигея т. *O* на линии апсид в т. *O<sub>1</sub>* (в т. *Ω*) на линии равноденствий.

И если мы отсчёт времени (и других параметров) ведём от линии апсид (от точки ли *ПЕ* начался новый естественный цикл движения или от точки *АП*), то расчёты показывают симметричность всех параметров, см. график  $\varphi$  относительно линии  $\xi$ . Но если мы сместим точку отсчёта на линию равноденствий в т. *O<sub>1</sub>* (в т. *Ω*) (рис. 3), то симметрия разрушается, см. график  $\varphi'$  относительно линии  $\xi'$ , см. рис. 3. Также как график угла  $\varphi'$ , и график угла  $\eta$  не симметричны относительно линии  $\xi'$ . Только в районе, указанном стрелками *B*, планета «обгоняет» время и угол  $\varphi' > \xi'$ , во всех других точках траектории планета «отстаёт» от равномерно вращающегося луча времени и угол  $\varphi' < \xi'$ , см. рис. 3.

График угла восхождения Солнца, угла  $\mu$ , всегда рассматривается между точками весеннего и осеннего равноденствия, т. е. между точками  $\gamma$  и  $\Omega$  на линии равноденствий, он подобен относительно линии  $\xi'$  (или линии времени  $t' = \xi' \rho$ ), однако по продолжительности времени (т. е. в зависимости от времени) различен по обе стороны от линии равноденствий (рис. 2 и 3).

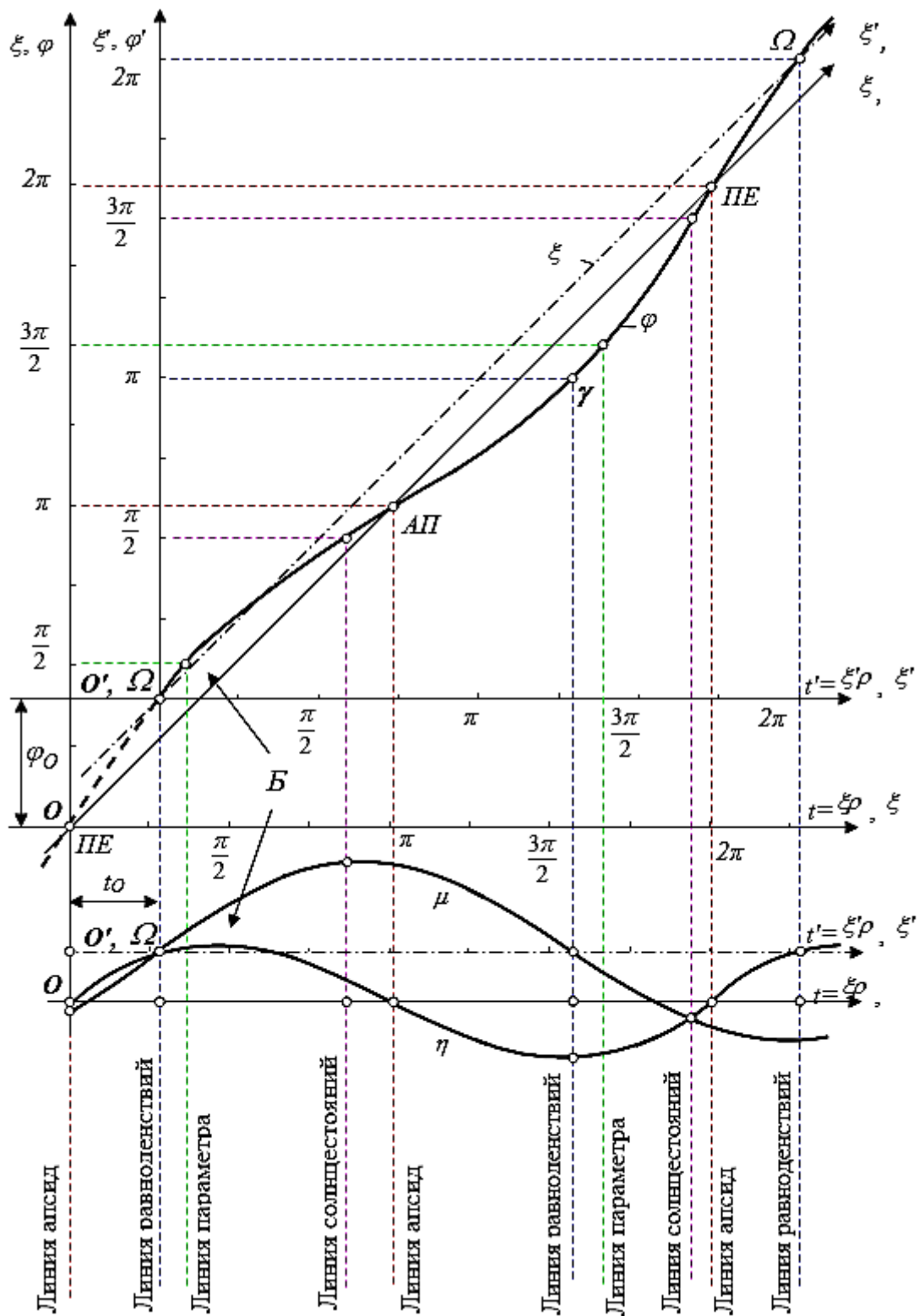


Рис. 3. Смена начала отсчёта:  $O$  – от перигея,  $O'$  – от линии равноденствий

Эксцентриситет орбиты можно определить из уравнения *средней аномалии планеты*, а именно:

$$\xi = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t = \psi \pm e \cdot \sin \psi . \quad (*)$$

Расшифровка предложенной формулы (\*) при движении от *апогея* (АП):

$$\begin{aligned}\xi_A &= \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_A = \psi_A + e \cdot \sin \psi_A = \\ &= \left( 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} \cdot z_A + e \cdot (1+e) \cdot \sqrt{\frac{2}{(1+e)} \cdot z_A - z_A^2} \right),\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\psi_A = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} \cdot z_A$  ; откуда  $z_A = \frac{2}{1+e} \cdot \sin^2 \frac{\psi_A}{2}$  .

В свою очередь величина  $z_A$  зависит от угла  $\varphi_A$  или  $z_A = \frac{(1 - \cos \varphi_A)}{1 - e \cdot \cos \varphi_A}$  , откуда

*истинная аномалия планеты*:  $\varphi_A = \arccos \left( \frac{1 - z_A}{1 - z_A \cdot e} \right)$  .

Расшифровка предложенной формулы (\*) при движении от *перигея* (ПЕ):

$$\begin{aligned}\xi_{II} &= \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_{II} = \psi_{II} - e \cdot \sin \psi_{II} = \\ &= \left( 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} \cdot z_{II} - e \cdot (1-e) \cdot \sqrt{\frac{2}{(1-e)} \cdot z_{II} - z_{II}^2} \right),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $\psi_{II} = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} \cdot z_{II}$  , откуда  $z_{II} = \frac{2}{1-e} \cdot \sin^2 \frac{\psi_{II}}{2}$  .

В свою очередь величина  $z_{II}$  зависит от угла  $\varphi_{II}$  или  $z_{II} = \frac{(1 - \cos \varphi_{II})}{1 + e \cdot \cos \varphi_{II}}$  , откуда

*истинная аномалия планеты*:  $\varphi_{II} = \arccos \left( \frac{1 - z_{II}}{1 + z_{II} \cdot e} \right)$  .

Далее. На рис 4 и 5 показаны орбиты планеты, имеющие одно и то же среднее расстояние  $A$  от центра, вокруг которого обращается планета. Кроме того, на рис. 4, орбиты показаны с неподвижным (фиксированным) центром симметрии в точке  $O$  и переменным положением фокуса ( $f_1, f_2, f_3$ ) орбиты, а на рис. 5, орбиты показаны с неподвижным (фиксированным) положением фокуса в точке  $F$  и переменным положением центра симметрии (точки  $O_1, O_2, O_3$ ), орбиты. Радиус  $R_O$  – есть параметр орбиты (рис. 2).

В приведённой формуле (\*) знак (+) соответствует случаю, когда за начало отсчёта или движения принято начало движения от апогея к перигею, то есть, от

радиуса  $R_B$  (или  $R_{АП}$ ) до радиуса  $R_H$  (или  $R_{ПЕ}$ ), а знак  $(-)$  соответствует случаю, когда за начало отсчёта или движения принято начало движения от перигея к апогею, то есть, от радиуса  $R_H$  (или  $R_{ПЕ}$ ) до радиуса  $R_B$  (или  $R_{АП}$ ).

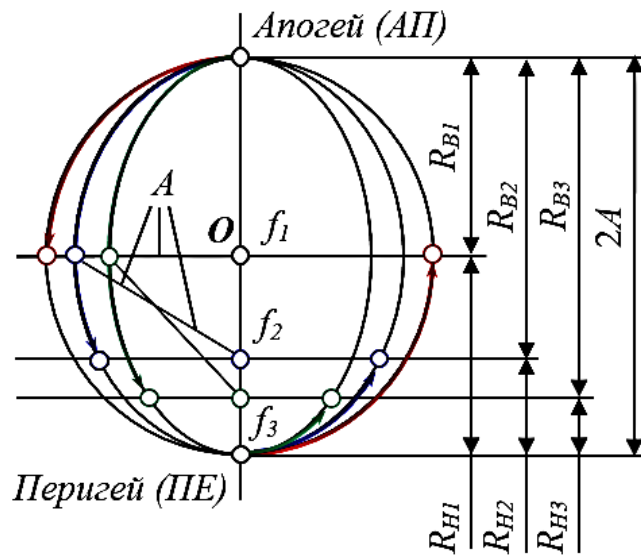


Рис. 4. Параметры орбит при неподвижном центре симметрии  $O$

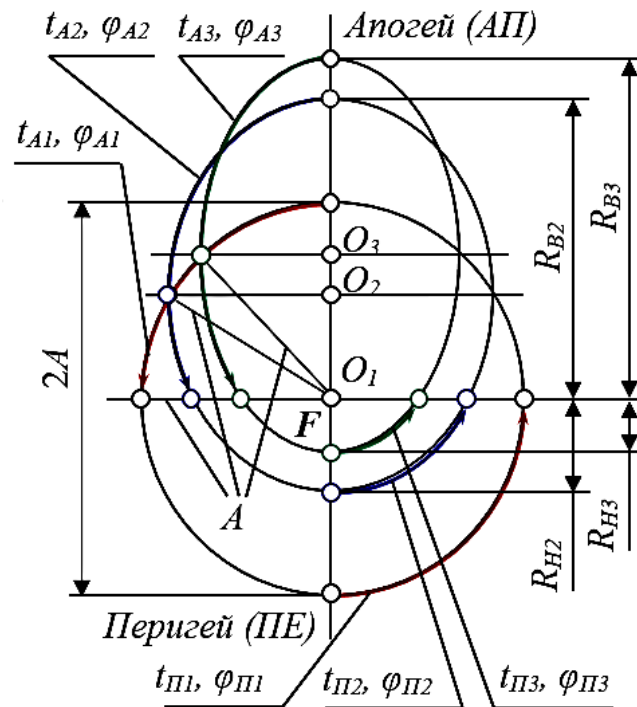


Рис. 5. Параметры орбит при неподвижном фокусе  $F$

Если рассмотреть, рис. 2, 4 и 5, когда движение планеты от апогея (от радиуса  $R_B$ ) на угол  $\varphi_B = \varphi_A = \frac{\pi}{2}$ , то есть, – движение от угла  $\varphi_A = 0$  до  $\varphi_A = \frac{\pi}{2}$ , – планета приближается к центру масс (к фокусу орбиты) и формула (1) упрощается, – то пройдет время:

$$t_B = t_A = \frac{T}{\pi} \cdot \left( \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} + \frac{e}{2} \cdot \sqrt{1-e^2} \right),$$

$$\text{или } t_B = t_A = \frac{T}{\pi} \cdot \left( \text{arcSin} \sqrt{\frac{R_B}{2 \cdot A}} + \frac{e}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_O}{A}} \right).$$

Если рассмотреть, рис. 2, 4 и 5, когда движение планеты от перигея (от радиуса  $R_H$ ) на угол  $\varphi_H = \varphi_{II} = \frac{\pi}{2}$ , то есть, – движение от угла  $\varphi_{II} = 0$  до  $\varphi_{II} = \frac{\pi}{2}$ , – планета удаляется от центра масс (от фокуса орбиты) и формула (2) упрощается, – то пройдет время:

$$t_H = t_{II} = \frac{T}{\pi} \cdot \left( \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} - \frac{e}{2} \cdot \sqrt{1-e^2} \right),$$

$$\text{или } t_H = t_{II} = \frac{T}{\pi} \cdot \left( \text{arcSin} \sqrt{\frac{R_H}{2 \cdot A}} - \frac{e}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_O}{A}} \right).$$

Тогда *средняя аномалия планеты* при движении планеты от *апогея* будет:

$$\xi_A = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_A = \psi_A + e \cdot \sin \psi_A = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} + e \cdot \sqrt{1-e^2} = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{R_B}{2 \cdot A}} + e \cdot \sqrt{\frac{R_O}{A}}.$$

Здесь везде имеем:  $\varphi_A = \varphi_{II} = \frac{\pi}{2}$ , и  $z_A = z_{II} = 0$ . Соответственно *средняя аномалия планеты* при движении планеты от *перигея* будет:

$$\xi_{II} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_{II} = \psi_{II} - e \cdot \sin \psi_{II} = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} - e \cdot \sqrt{1-e^2} = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{R_H}{2 \cdot A}} - e \cdot \sqrt{\frac{R_O}{A}}.$$

Если теперь рассмотреть две *упрощённые* формулы, а именно:

$$\xi_A = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_A = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} + e \cdot \sqrt{1-e^2},$$

$$\xi_{II} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_{II} = 2 \cdot \text{arcSin} \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} - e \cdot \sqrt{1-e^2},$$

то в каждой из них помимо периода обращения  $T$  видны ещё якобы две неизвестные величины:  $t_i$  и  $e$ . Но это не так. Из астрономических наблюдений мы



всегда можем определить: 1) период обращения планеты –  $T$ ; 2) угол  $\varphi_A = \varphi_{\Pi} = \frac{\pi}{2}$  поворота луча, по которому движется планета; 3) время  $t_A$  или  $t_{\Pi}$ , за которое указанный луч повернётся на угол  $\varphi_i = \varphi_A = \varphi_{\Pi} = \frac{\pi}{2}$  от линии апсид.

Если *звёздный* период обращения планеты есть  $T=31558149,54$  секунды, а луч, на котором находится планета, поворачивается на угол  $\varphi_i = \varphi_A = \frac{\pi}{2}$ , и при этом, интервал времени с момента прохождения *Земли* через апогей линии апсид, или время  $t_A$  движения планеты от апогея на угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  есть величина

$$t_A = \frac{T}{\pi} \cdot 0,802147380127504 = 8057787,80589431 [c],$$

то из трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} \xi_A &= \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_A = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \left( \frac{T}{\pi} \cdot 0,802147380127504 \right) = \\ &= 2 \cdot 0,802147380127504 = 1,60429476025501 = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} + e \cdot \sqrt{1-e^2}, \end{aligned}$$

$$\text{или } 0,802147380127504 [rad] = \arcsin \sqrt{\frac{(1+e)}{2}} + \frac{e}{2} \cdot \sqrt{1-e^2},$$

определяем эксцентриситет.

Значение эксцентриситета получается равным  $e = 0,01675000000$ .

Аналогично, если интервал времени с момента прохождения *Земли* через перигей линии апсид, или время  $t_{\Pi}$  движения планеты от перигея на угол

$\varphi = \frac{\pi}{2}$  есть величина  $t_{\Pi} = \frac{T}{\pi} \cdot 0,768648946667393 = 7721286,96410569 [c]$ , то из

трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} \xi_{\Pi} &= \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t_{\Pi} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \left( \frac{T}{\pi} \cdot 0,768648946667393 \right) = \\ &= 2 \cdot 0,768648946667393 = 1,53729789333479 = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} - e \cdot \sqrt{1-e^2}, \end{aligned}$$

$$\text{или } 0,768648946667393 = \arcsin \sqrt{\frac{(1-e)}{2}} - \frac{e}{2} \cdot \sqrt{1-e^2},$$

можно определить эксцентриситет орбиты.

Значение эксцентриситета получается равным  $e = 0,016750000$ .

Здесь всегда  $\varphi_A + \varphi_{II} = \pi$ . Здесь всегда  $t_A + t_{II} = \frac{T}{2}$ .

Здесь  $\xi_A + \xi_{II} = 1,6042947602550 + 1,53729789333479 = 3,14159265358979 = \pi$ .

Понятно, что задача эта *обратимая*, и по двум другим известным величинам всегда можно найти неизвестную третью величину.

### ***Список литературы***

1. Кулик В.И. Организация планет в солнечной системе. Структурная организация и колебательные движения планетных систем в многомассовой солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Verlag. – Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2014. – 428 с.

2. Михайлов А.А. Земля и её вращение. – М.: Наука, 1984.

3. Халхунов В.З. Сферическая астрономия. – М.: Недра, 1972. – 304 с.

---

**Кулик Виктор Иванович** – канд. техн. наук, доцент кафедры технологической информатики и информационных систем, ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

**Кулик Иван Викторович** – канд. экон. наук, доцент кафедры экономики и менеджмента, ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

**Kulik Viktor Ivanovich** – candidate of technical sciences, assistant professor of Technology Informatics and Information systems, Pacific State University, Russia, Khabarovsk.

**Kulik Ivan Viktorovich** – candidate of economical sciences, assistant professor of Economic and Management, Pacific State University, Russia, Khabarovsk.

---