Седакова Валентина Ивановна

канд. пед. наук, доцент

Тагирова Аят Эльхановна

студентка

БУ ВО «Сургутский государственный

педагогический университет»

г. Сургут, ХМАО – Югра

МОДУЛЬ ЧИСЛА

***Аннотация**: решение заданий с модулем основывается на активном и осмысленном использовании теоретических знаний по данной теме, полученных постепенно при изучении всего школьного курса математики. К тому же на уравнениях и неравенствах с модулем можно изучить и отработать различные приемы решений, применимые в других математических материалах. Представленный материал позволит формировать у учащихся метапредметные универсальные действия при решении геометрических задач.*

***Ключевые слова**: модуль числа, универсальные учебные действия, методы решения задач.*

В соответствии с законом «Об образовании в Российской Федерации» от 21 декабря 2012 г., общее школьное образование направлено на формирование субъектной позиции обучающихся к выполняемой учебной деятельности [1]. Изменения установленных приоритетов в системе образования привели к переходу к новой парадигме «выпускника школы, подготовленного к жизнедеятельности», которая положена в основу концепции ФГОС школы второго поколения, первоочередно направленного на реализацию развивающего потенциала. Таким образом, в настоящее время образовательный процесс направлен на формирование универсальных учебных действий, отражающих умение учиться. К знаниям, умениям и навыкам в этом случае необходимо подходить как к результату соответствующих видов целенаправленных действий, которые осваиваются в процессе активной учебной деятельности самих учащихся. Хочется отметить, что универсальные учебные действия, выделенные во ФГОС, могут рассматриваться в качестве основы творческой познавательной деятельности. При этом любая задача со знаком модуля, способ решения которой, не известен ученику, требует от него активного продуктивного поиска.

Задачи с модулем формируют логическое мышление и математическую культуру учащихся. В таких заданиях заложен исследовательский подход, они направлены на развитие познавательной активности учащихся, на формирование у них потребности и умений самостоятельно приобретать знания, что является очень актуальным в нынешней школе.

Важность понятия «модуль» заключается в том, что при его изучении необходимо использование свойств математических объектов: выражений, функций, их графиков, уравнений и неравенств.

Знакомство школьников с темой начинается в шестом классе. А с каждым годом область её применения все расширяется и расширяется. Невозможно представить задания повышенной сложности на нахождение решений уравнения или неравенств без знака модуля. В процессе обучения алгебры учащиеся знакомятся с различными методами решения уравнений и неравенств с модулем:

– на основе использования определения модуля, его свойств;

– метод возведения в квадрат;

– метод интервалов;

– графический метод.

Рассмотрим каждый метод решения на конкретных примерах, проанализировав каждый на формирование универсальных учебных действий.

Задача 1. Решить уравнение $|2x+2|+|x-5|+1=0$ [2]

Решение

Запишем уравнение в виде $|2x+2|+|x-5|=-1$.

В левой части нового уравнения стоит положительное число при любых значения *x*, а в правой части стоит отрицательное. Решений нет.

Ответ: $\varnothing$.

Данный пример решен с помощью использования определения модуля и его свойств. Задания такого типа позволяют учащимся отрабатывать познавательные учебные действия: вычисления, решение уравнений, перевод с алгебраического языка на геометрический, анализ, сравнение, выявление закономерности; логические действия: подведение под понятие, устанавливать и использовать аналогию, регулятивные: требуют от ученика умения самостоятельного доказательства, тем самым формируется деятельностный подход к процессу обучения.

Задача 2. Решить уравнение $|2x-5|=|7-3x|$ [3]

Решение

Возведя обе части уравнения в квадрат, получаем эквивалентное уравнение $(2x-5)^2=(7-3x)^2 \Rightarrow 5x^2-22x+24=0.$ Корни квадратного уравнения $x_1=2,\ x_2=12/5$

Ответ: 2, 12/5.

Уравнение решено методом возведения обеих частей в квадрат. Задания такого типа направлены на выполнение познавательных, логических и регулятивных универсальных учебных действий.

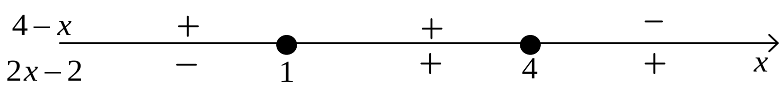
Задача 3. Решить уравнение $|4-x|+|2x-2|=5-2x$ [4]

Решение

1. Находим нуль подмодульных функций

$4-x=0,\ 2x-2=0,$

$x_1=4,\ x_2=1.$

2. 

$$3.\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<1,\\ 4-x-2x+2=5-2x,\end{cases}\\ \begin{cases}1\le x<4,\\ 4-x+2x-2=5-2x,\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 4,\\ x-4+2x-2=5-2x,\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<1,\\ x=1,\end{cases}\Rightarrow\varnothing,\\ \begin{cases}1\le x\le 4,\\ x=1,\end{cases}\Rightarrow x=1,\\ \begin{cases}x\ge 4,\\ x=11/5\end{cases}\Rightarrow\varnothing.\end{array}\right.$$

Ответ: 1.

Проанализировав задания, решаемые методом интервалом, можно прийти к выводу, что они формируют также познавательные, логические и регулятивные универсальные учебные действия.

Задача 4. Решите уравнение $|x – 1| + 2x - 5 = 0$ [2]

Решение

Представим уравнение в виде: $|x – 1| = 5 – 2x$.

Строим два графика $y = |x – 1|$ и $y = –2x + 5$.

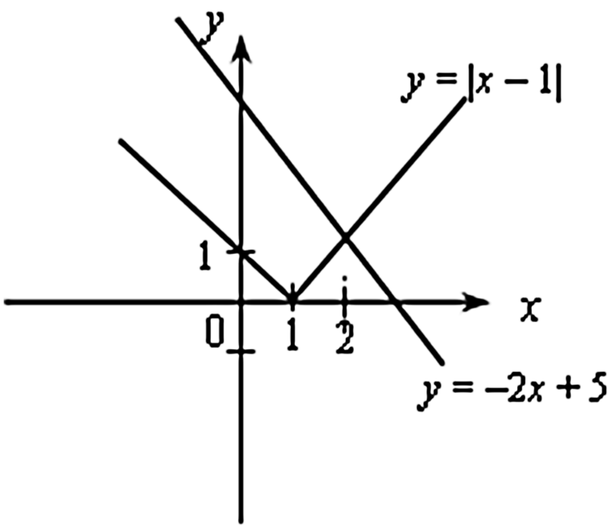


Рис. 1

Графики функций пересекаются в точке $x = 2$.

$x = 2$ – корень исходного уравнения.

Ответ: 2.

Графический способ часто используется для решения сложных уравнений и неравенств с модулем. Такие задания способствуют развитию творческого мышления учащихся, а также формируют такие УУД, как: познавательные, логические и регулятивные.

Все эти методы решения способствуют отработке логических, познавательных, регулятивных, знаково-символических универсальных учебных действий.

Проведя анализ практических заданий в учебниках по алгебре и геометрии, можно сделать выводы: во всех учебниках задания, содержащие модуль, используются для проверки знаний и умений, которые учащиеся приобрели во время изучения той или иной темы, реже предлагаются задания творческого характера, требующие применения полученных знаний и умений в нестандартных условиях. То есть традиционное содержание учебников по математике не позволяет в полной мере развить все универсальные учебные действия. В учебниках полностью отсутствуют задания на выполнение личностных и коммуникативных учебных действий, а регулятивные и знаково-символьные универсальные учебные действия отрабатываются в неполном объеме.

Можно выделить основные требования к формированию универсальных учебных действий при изучении темы «Модуль числа»:

– личностных универсальных действий: учитель преподносит материал по теме «модуль числа», раскрывая его практическую значимость. В связи с этим можно использовать задачи с межпредметным, практическим, занимательным содержанием, старинные задачи;

– коммуникативных универсальных действий: пояснение и комментарии учеников к решению, письменные выкладки, устное доказательство, постановка вопросов, формулирование корректных ответов, объяснение обнаруженных ошибок и т. д.;

– регулятивных универсальных действий: развитие у школьников навыков самостоятельного составления задач с модулем;

– логических универсальных действий: составление заданий с недостаточным (избыточным) условием, найти и исправить ошибку в готовом решении, дополнить и видоизменить задание.

Используем рассматриваемый материал, включающий эстетический компонент, для развития интереса к предмету, а также для более глубокого освоения базовых умений. Кроме того, важно, чтобы учащимся были предложены задания, аппелирующие к воображению, фантазии.

Задача 5. На координатной плоскости xOy изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют условиям [5]:

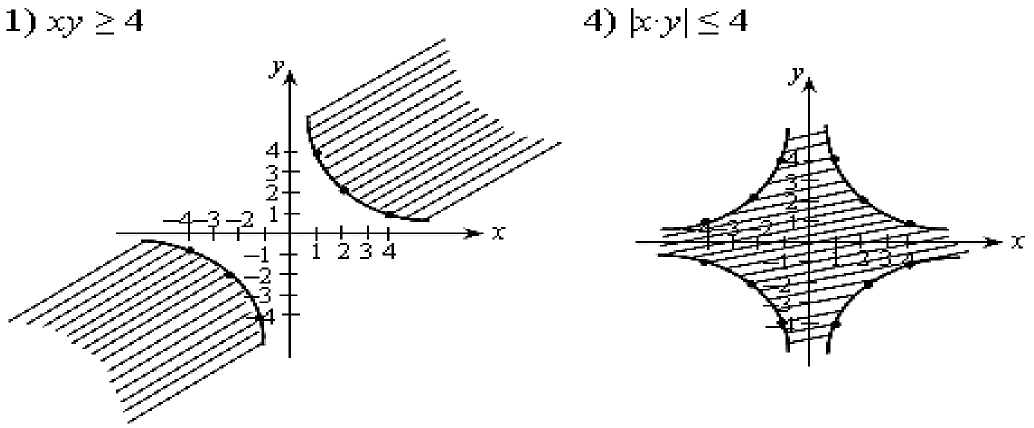


Рис. 2

Далее покажем решение некоторых заданий с ЕГЭ для того, чтобы учащиеся могли оценить свои возможности и осознали необходимость более глубокого изучения данной темы [5].

Задача 6. Решите уравнение $|x-3|^{\frac{x^2-8x+15}{x-2}}=1$.

Решение

Область допустимых значений $x \neq 2$, $x \neq 3$.

Рассмотрим случаи, когда

а) $|x-3| = 1$, $x = 4$, $x = 2$ – не является корнем.

б) $\frac{x^2-8x+15}{x-2}=0$, $x_1 = 5$, $x_2 = 3$ – не является корнем.

Ответ: 4; 5.

Задача 7. Найти все значения параметра $a \geq 0$, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (|x|-a)^2 + (|y|-a)^2 = a^2, \\ |x+y|+|x-y| = 2 \end{cases}$ имеет ровно четыре решения.

Решение

Фиксированное множество $|x+y|+|x-y| = 2$ – квадрат со стороной 2, точка пересечения диагоналей которого совпадает с началом координат.

$(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ – окружность с центром в точке $C(a;\, a)$ и радиусом $R = |a|$. $(|x|-a)^2 + (|y|-a)^2 = a^2$ – параметрическое семейство кругов, центры которых находятся на прямых $y = x$ и $y = -x$, а радиус равен a ($a \geq 0$ по определению). Четыре общие точки множества могут иметь в двух случаях изображенных на рисунках 3 и 4.

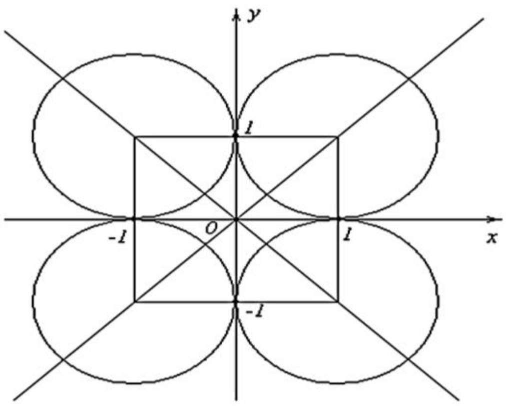


Рис. 3

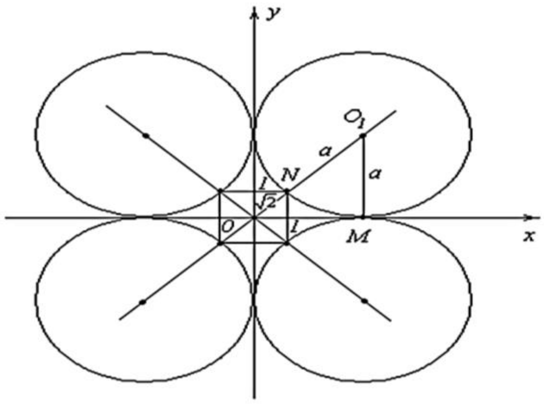


Рис. 4

1) $a = 1$. 2) $\Delta OO_1M\left(\angle M = 90^0\right)$: $O_1M = OO_1 \sin 45^0$;

$$a = \left(a + \sqrt{2}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2};\;\; a - \frac{a\sqrt{2}}{2} = 1;\;\; a = \frac{2}{2-\sqrt{2}} = 2\cdot\left(\sqrt{2}+1\right) = 2\sqrt{2}+2.$$

Ответ: $a = 1$ или $a = 2\sqrt{2}+2$.

Задания такого плана развивают самостоятельность, действенный подход к процессу обучения.

Глубокое владение теоретическим материалом, подкрепленное хорошими навыками решения практических заданий позволяют провести многостороннюю и комплексную проверку знаний, усиливают интерес к уроку, к предмету, наглядно и красочно представляют материал.

Список литературы

1. Асмолов А.Г. Разработка модели Программы развития универсальных учебных действий / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салми-на [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=243

2. Назаренко О.М. Тысяча и один пример. Равенства и неравенства [Текст] / О.М. Назаренко, Л.Д. Назаренко. – Сумы: Монолог, 1994. – 272 с.

3. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – М.: Мнемозина, 2003. – 269 с.

4. Мордкович А.Г. Алгебра и математический анализ. 10 класс. (Базовый уровень) / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2013. – 431 с.

5. Шабунин М.И. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 1999. – 640 с.