Мурадова Пия Рамзановна

ассистент

Исраилов Саид Вахидович

канд. физ.-мат. наук, доцент

ФГБОУ ВПО «Чеченский государственный

педагогический университет»

г. Грозный, Чеченская Республика

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕНОРМАЛЬНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

***Аннотация**: в данной статье рассматривается приближенное решение задачи Коши для ненормального дифференциального уравнения высшего порядка методом неопределенных параметров.*

***Ключевые слова**: дифференциальное уравнение, ненормальное дифференциальное уравнение, неопределенные параметры, метод неопределенных параметров.*

Для дифференциального уравнения

$$F\left(x, y, y^{`}, y^{``}, \dots, y^{(n)}\right) = 0 \qquad (1)$$

рассматривается краевая задача условиями Коши

$$y^{(i)}(a) = y_{0i}, i = 0,1, \dots, n\text{-}1, \qquad (2)$$

в предположении, что функция F и ее частные производные $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y(i)}, i = 0,1, \dots, n,$ непрерывны в замкнутой области $D\colon \left\{x \epsilon [a, b], \left|y^{(i)}\text{-}y_{0i}\right| \leq d_i, i = 0,1, \dots, n\right\}$.

Здесь $y_{0i}, d_i, i = 0,1, \dots, n,$ данные числа. Считается в области D $\frac{dF}{dy(n)} \neq 0$. Доказывается, что задача (1), (2) для любых еще неопределенных параметров $a_0, a_1, \dots, a_n$ равносильна задаче для интегро-дифференциального уравнения [1]

$$y^{(n+1)} + \sum_{k=0}^{n} a_k y^{(k)} = \sum_{k=0}^{n}\left[a_k\text{-}A_k(x, y, y^{`}, \dots, y^{n})\right] y^k, \qquad (3)$$

где

$$A_0\big(x, y, y^{`}, \dots, y^n\big) = \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)})}\right)^{-1} \frac{1}{y}\frac{\partial F}{\partial x}, \tag{4}$$

$$A_k\big(x, y, y^{`}, \dots, y^n\big) = \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)})}\right)^{-1} \frac{1}{y}\frac{\partial F}{\partial x}, j = 1,2, \dots, n,$$

с условиями

$$y(0)^{(i)} = y_{0i}, i = 0,1,2, \dots, n, \tag{5}$$

когда

$$F(a, y_{00}, y_{01}, \dots, y_{0n}) = 0 \tag{6}$$

Характеристическое уравнение

$$k^{n+1} + \sum_{j=0}^{n} a_j k^j = 0 \tag{7}$$

для

$$y^{(n+1)} + \sum_{k=0}^{n} a_k y^{(k)} = 0 \tag{8}$$

имеет $(n + 1)$ корней $k_1, k_2, \dots, k_{n+1}$ и учитывая связи между параметрами $a_j, j = \overline{0, n}$ и корнями указанными [2], путем последовательного интегрирования уравнения (3) получаем интегро-дифференциальное уравнение вида

$$y(x) = f(x) + \int_a^x K(x, s) \sum_{k=0}^{n}\big[a_k\text{-}A_k\big(s, y, y^{`}, \dots, y^n\big)\big] y^{(n)}(s) ds, \tag{9}$$

где $f(x)$ уже известная функция, зависящая от $y_{0j}, e^{k_i x}, j = \overline{0, n}, i = \overline{1, n+1}, K(x, s)$- функция Коши, построенная с помощью экспонент $e^{k_i x}, i = \overline{1, n+1}$. Похожие на (9) выражения получаются и для $y^{(i)}(x), i = \overline{1, n}$. При соответствующих ограничениях на используемые функции получается теорема существования и единственности задачи (3), (5). Для достаточно малого интервала $[a, x_0]$ неопределенные параметры $a_k, k = \overline{0, n}$, находятся из равенств

$$a_k k \approx A_k(a, y_{00}, y_{01}, \dots, y_{0n}) \tag{10}$$

и приближенным решением на первом шагу является

$$y(x) \approx f(x). \tag{11}$$

Такие же соотношения находятся и для $y^{(i)}(x), i = \overline{1, n}$.

После получения приближенных равенств (10) конкретно определяются корни $k_i, i = \overline{1, n+1}$, и функции $f(x), K(x, s)$, следовательно, и приближенное выражение для $y^{(i)}(x), i = \overline{0, n}$.

Список литературы

1. Куликов Н.К. Инженерный метод решения и исследования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ВШ, 1964.

2. Исраилов С.В. Краевые задачи для дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и некоторые вопросы математического моделирования / С.В. Исраилов, С.С. Юшаев, А.Г. Гачаев. – Махачкала: Алеф, 2014. – С. 206.