

Карельский Василий Николаевич

преподаватель

ФГКОУ «Оренбургское президентское
кадетское училище» Минобороны России
г. Оренбург, Оренбургская область

МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ РАБОТЫ С ОДАРЁННЫМИ ПОДРОСТКАМИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Аннотация: в данной статье представлено методическое сопровождение работы с одарёнными подростками на уроках математики. Знание нестандартных методов и приемов решения задач по математике и умение их применять способствуют развитию у обучаемых нового творческого мышления и в целом интеллектуальной одаренности.

Ключевые слова: методическое сопровождение, одаренные подростки, урок математики, математики.

Одно из важнейших требований нового ФГОСа к деятельности учителя на уроке – это «знание главного объекта/субъекта своей работы – ученика и использование этого знания при планировании и проведении урока» [1, с. 43]. Чем быстрее учитель узнает степень обученности, обучаемости и учебные возможности в зоне ближайшего развития конкретного ученика, тем более эффективной станет его работа, в том числе и над развитием интеллектуальной одаренности подростков. Выявить интеллектуальный потенциал и развить его в полной мере, на наш взгляд, помогает работа с нестандартными задачами по математике. Рассмотрим некоторые примеры задач с целочисленными переменными, которые нередко встречаются на различных экзаменах, конкурсах и для большинства обучающихся являются нестандартными.

1. Решить в целых числах уравнение $6^m + 3^m = 2^m$.

Решение:

Ясно, что данное уравнение не имеет решений в натуральных числах т. к. правая часть делится на 3, а левая нет. $m = 0$ также не решение. Рассмотрим случай $m = -n$, где $n \in N$.

Получаем уравнение $\frac{1}{6^n} + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2^n} \Leftrightarrow 3^n \cdot 2^n = 1$

$n = 1$ – решение уравнения, а для $n \geq 2$ имеем

$$3^n \cdot 2^n = (3-2)(3^{n-1} + 3^{n-2}2 + \dots + 3 * 2^{n-2} + 2^{n-1}) > 1.$$

Значит, исходное уравнение имеет единственное решение $m = -1$.

Ответ: -1

2. Число умножили на сумму его цифр и получили 2008. Найдите исходное число.

Решение:

В условии задачи можно найти некоторую неопределенность. Годится ли 200,8 в качестве исходного числа? По крайней мере, ясно, что другие дробные числа не подходят.

Остаётся случай натурального задуманного числа.

Разложим на простые множители: $2008 = 2^3 * 251 \Rightarrow$ возможные суммы цифр это 2; 4; 8. Очевидно, что условие выполняется только для 8 и исходное число 251.

Ответ: 251

3. В повреждённой рукописи удалось разобрать только одну цифру, остальные заменены крестиками. Восстановите запись полностью, если это возможно.

Рис. 1

Решение:

Если мы посмотрим на первую разность в примере, то увидим, что это число двузначное! Значит, уменьшаемое имеет вид $\overline{10}**$ а вычитаемое $\overline{9}**$. Та же самая история во второй разности.

$$\begin{array}{r}
 \text{XXXX} \times \text{XXX} | \text{XXX} \\
 \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XX} \times \text{XX} \\
 \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 2

$$\begin{array}{r}
 \text{10} \times \text{XXX} | \text{XXX} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{10} \times \text{X} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 3

Далее видим, что после получения первой разности пришлось сносить *две* цифры делимого. И вновь тот же факт повторился после получения второй разности. Значит вторая и четвёртая цифра частного ноль.

$$\begin{array}{r}
 \text{XXXX} \times \text{XXX} | \text{XXX} \\
 \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XX} \times \text{XX} \\
 \text{XXX} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 4

$$\begin{array}{r}
 \text{10} \times \text{XXX} | \text{XXX} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{10} \times \text{X} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 5

Обратимся к делителю. Произведение его на 8 есть число $\overline{9}** \Rightarrow$ первая цифра делителя равна 1, а сам он заключён в пределах $113 \leq \overline{1**} \leq 124$

$$\begin{array}{r}
 \text{10} \times \text{XXX} | \text{XXX} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{10} \times \text{X} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 6

$$\begin{array}{r}
 \text{10} \times \text{XXX} | \text{1XX} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{10} \times \text{X} \\
 \text{9} \times \text{X} \\
 \hline
 \text{XXXX} \\
 \text{XXXX}
 \end{array}$$

Рис. 7

$124 * 7 = 868; 113 * 9 = 1017 \Rightarrow$ первая цифра частного равна 8 и вычитаемые в первой и второй разности равны.

$$\begin{array}{r}
 10\cancel{\times} \times \times \times \times \times | \quad 1 \cancel{\times} \times \\
 9 \cancel{\times} \times \\
 \hline
 10 \cancel{\times} \times \\
 9 \cancel{\times} \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Рис. 8

$$\begin{array}{r}
 10\cancel{\times} \times \times \times \times \times | \quad 1 \cancel{\times} \times \\
 9 \cancel{\times} \times \\
 \hline
 10 \cancel{\times} \times \\
 9 \cancel{\times} \times \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Рис. 9

$$1000 - 989 = 11 \quad 1010 - 999 = 11 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r}
 100\cancel{\times} \times \times \times \times \times | \quad 1 \cancel{\times} \times \\
 99 \cancel{\times} \\
 \hline
 100 \cancel{\times} \\
 99 \cancel{\times} \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Рис. 10

И теперь ясно, что делитель равен 124 ведь $123 * 8 = 984$.

$$\begin{array}{r}
 10020\cancel{\times} \times \times | \quad 124 \\
 992 \\
 \hline
 100 \cancel{\times} \\
 992 \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Рис. 11

Так как последнее произведение делителя на крайнюю цифру частного есть число четырёхзначное \Rightarrow

$$\begin{array}{r}
 10020\cancel{\times} \times \times | \quad 124 \\
 992 \\
 \hline
 100 \cancel{\times} \\
 992 \\
 \hline
 \times \times \times \times \\
 \times \times \times \times
 \end{array}$$

Рис. 12

и

$$\begin{array}{r}
 10020 \text{XXX} | 124 \\
 992 \\
 \hline
 100 \text{X} \\
 992 \\
 \hline
 1 \text{XXX} \\
 \hline
 1116
 \end{array}$$

Рис. 13

Шестая цифра делимого либо 3, либо 4 т. к. соответствующее трёхзначное число меньше 124, а четырёхзначное больше 1116.

$$\begin{array}{r}
 10020 \text{XXX} | 124 \\
 992 \\
 \hline
 100 \text{X} \\
 992 \\
 \hline
 1 \text{XXX} \\
 \hline
 1116
 \end{array}$$

Рис. 14

Если

$$\begin{array}{r}
 10020 \text{3XX} | 124 \\
 992 \\
 \hline
 1003 \\
 992 \\
 \hline
 11\text{XX} \\
 \hline
 1116
 \end{array}$$

Рис. 15

то две последние цифры делимого могут быть любые, лишь бы они образовывали число не меньшее 16.

А когда

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 4\ \textcolor{red}{XX} \\
 9\ 9\ 2 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 4 \\
 9\ 9\ 2 \\
 \hline
 1\ 2\ \textcolor{red}{XX} \\
 1\ 1\ 1\ 6
 \end{array}
 \quad | \quad
 \begin{array}{r}
 1\ 2\ 4 \\
 8\ 0\ 8\ 0\ 9
 \end{array}$$

Рис. 16

то две последние цифры делимого опять же произвольные, лишь бы они образовывали число меньшее 40.

Итак, хотя мы определили делитель и частное и первые 5 цифр делимого рукопись восстановить невозможно.

Мы представили лишь малую часть возможных заданий для работы с одарёнными подростками на уроках математики, типы подобных заданий и вариативность их решений постоянно пополняются. Хочется подчеркнуть, что знание нестандартных методов и приемов решения задач по математике и умение их применять способствуют развитию у обучаемых нового творческого мышления и в целом интеллектуальной одаренности.

Список литературы

- Поташник М.М. Как помочь учителю в освоении ФГОС: Методическое пособие) / М.М. Поташник, М.В. Левит. – М.: Педагогическое общество России, 2015. – 320 с.