Романов Петр Юрьевич
д-р пед. наук, профессор
Романова Татьяна Евгеньевна
канд. пед. наук, доцент
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
г. Магнитогорск, Челябинская область

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ОРИЕНТИРОВОЧНОЙ ОСНОВЫ ДЕЙСТВИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Аннотация*: статья посвящена методике обучения школьников решению задач с параметрами. На основе анализа проводимой деятельности и теории поэтапного формирования умственных действий совместно с учащимися выявляется последовательность действий на поиск необходимых условий. Выявленная последовательность является ориентировочной основой действий по решению задач с параметрами.*

Ключевые слова*: задачи с параметром, ориентировочная основа действий, необходимые условия, достаточные условия.*

Задачи с параметрами составляют неотъемлемую часть материалов единого государственного экзамена по математике. Их решение вызывает немалые трудности у учащихся, которые могут быть объяснены отсутствием в ныне действующих учебниках четких методических указаний по решению задач данного класса.

В процессе обучения необходимо не только показать способы решения задач определенного типа, но и организовать процесс усвоению этих способов. Классно-урочная форма обучения, на наш, взгляд, позволяет организовать следующие этапы теории формирования умственных действий П.Я. Гальперина: ориентировка школьников в материале и способах работы с ним; осуществление пошагового контроля за усвоением каждого действия школьниками в ходе решения задачи; переход от пошагового контроля учащихся к их самоконтролю.

Рассмотрим систему разработанных нами задач по теме «Решение задач с параметрами» [5, 6, 7]. При их составлении мы руководствовались тем, что:

– число задач, входящих в систему, должно быть достаточным для организации каждого из этапов теории;

– сложность задач должна нарастать постепенно;

– последовательность задач должна способствовать активному участию школьников в моделировании ориентировочной основы формируемого действия [1; 2].

Отметим, что симметрия аналитических выражений предлагаемых задач является основой для реализации поиска необходимых условий. Для того чтобы научить учащихся данному приему, необходимо выделить его ключевые моменты и систематизировать их, то есть построить ориентировочную основу действий. Рассмотрим конкретные примеры.

Задача 1. При каких значениях параметра *a* уравнение $2x^2 - a \cdot tg\cos x + a^2 = 0$ имеет единственное решение?

Задача 2. При каких значениях параметра *a* система $\begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a+1)y + a^2 - 3 = x \end{cases}$ имеет единственное решение?

Задача 3. При каких значениях параметра *a* системы $\begin{cases} x + 4y = 4a^2 + a, \\ x + ay = a + 4 \end{cases}$ и $\begin{cases} x^2 - 3y^4 - 8x + 15 = 0, \\ x^2 + y^2 + \left(a^2 - a - 10\right)x + 5a + 20 = 0 \end{cases}$ равносильны?

Задача 4. Найти все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} \left(2-\sqrt{3}\right)^x + \left(2+\sqrt{3}\right)^x - 5 = a - 2y + y^2, \\ x^2 + \left(2 - a - a^2\right)y^2 = 0, \\ 0 \le y \le 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

На основе анализа проводимой деятельности совместно с учащимися была выявлена последовательность действий на поиск необходимых условий:

1. Установить четность выражений относительно переменных.

2. Определить вид решения в зависимости от требуемого количества решений (найти необходимое условие существования решений).

3. Решить исходную задачу по найденным значениям переменных.

4. Исследовать количество решений системы по найденным значениям параметра.

Выделенная последовательность является ориентировочной основой действий по решению задач с параметрами. Приведенная система задач свидетельствует, что в данных задачах нахождение контрольных значений параметра не самый сложный этап ее решения. Наиболее трудоемким является проверка достаточности, то есть доказательство или опровержение того, что найденное контрольное значение параметра удовлетворяет условию задачи. Кроме этого, задачи с параметрами по структуре близки к исследовательским задачам [3]. В связи с этим процесс их решения, в частности, выделение необходимых условий, позволяет сформировать исследовательские умения у учащихся на достаточно высоком уровне, вооружая школьников исследовательскими компетенциями [4].

Заметим, что использованное в решениях понятие симметрии выражений, тесно связано с таким понятием как инвариантность (неизменность). Во всех рассмотренных задачах имела место инвариантность преобразований.

Список литературы

1. Гладышева М.М. Моделирование системы формирования исследовательских умений будущих инженеров-программистов [Текст] / М.М. Гладышева, П.Ю. Романов // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2007. – №6. – С. 150–161.

2. Романов П.Ю. Принципы организации исследовательской деятельности учащихся в системе непрерывного образования [Текст] / П.Ю. Романов // Объединенный научный журнал. – 2001. – №7 (7). – С. 39–43.

3. Романов П.Ю. Психолого-педагогические основы решения творческих задач [Текст] / П.Ю. Романов // Вестник Магнитогорского государственного университета. – 2001. – №2–3. – С. 340–345.

4. Романов П.Ю. Управление формированием исследовательских умений обучающихся в системе непрерывного педагогического образования [Текст] / П.Ю. Романов // Государственная служба. – 2002. – №6. – С. 99–105.

5. Романов П.Ю. Решение задач с параметрами [Текст] / П.Ю. Романов, Т.Е. Романова // Математика. Первое сентября. – М., 2001. – №12. – С. 13–15.

6. Романов П.Ю. Роль графической интерпретации результатов решения задач с параметрами в организации исследовательской деятельности учащихся [Текст] / П.Ю. Романов, Т.Е. Романова // Современные проблемы обучения математике в школе / Под ред. Е.И. Жилиной. – Магнитогорск, 2000. – С. 84–90.

7. Романов П.Ю. Уравнение касательной к графику функции / П.Ю. Романов, Т.Е. Романова // Математика. Первое сентября. – 2001. – №16. – С. 17–20.