

**Цымбалов Денис Сергеевич**

старший преподаватель

**Цымбалова Виктория Михайловна**

магистрант

ФГБОУ ВО «Донской государственный  
технический университет»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВЫХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ**

***Аннотация:** авторами сконструированы математические модели внешней скоростной характеристики ДВС и соответствующей тяговой характеристики автомобиля; осуществлена их инициализация данными технического эксперимента. В данной статье утверждается, что в силу адекватности разработанные модели позволяют не только аккуратно имитировать разгонную динамику реальных автомобилей, но также решать обратную задачу – определять детальные силовые характеристики двигателя по интегральным.*

***Ключевые слова:** ДВС, крутящий момент, мощность, трансмиссия.*

Силовые и динамические параметры автомобиля относятся к важнейшим эксплуатационным характеристикам и определяют технический прогресс в автомобилестроении. Для современных легковых автомобилей актуальны мощные и экономичные силовые установки с низким уровнем токсичности, а также кузова, обеспечивающие комфортность и минимальную стоимость перевозок. Поэтому целью данной работы является конструирование математических моделей тяги и динамики автомобиля, остро востребованных промышленностью и автолюбителями.

Основными объектами моделирования выбраны силовые и динамические показатели: внешняя скоростная характеристика ДВС, тяговая характеристика системы двигатель – трансмиссия, а также максимальная скорость и время разгона автомобиля до 100 км/ч.

Силовой характеристикой ДВС является зависимость крутящего момента от частоты вращения коленвала  $M(n)$ . Экспериментально ее получают на т.н. «беговых барабанах» – специализированных динамометрических стендах. На этих стендах измеряют непосредственно как  $M(n)$ , так и  $P(n)$ . Такие данные обычно приводят в графической форме (рис. 1). Однако некоторые производители предпочитают ограничиться лишь интегральными силовыми характеристиками ДВС (табл. 1). Мы воспользуемся техникой математического моделирования для решения обратной задачи – по интегральным параметрам ДВС восстановить детальные  $M(n)$  и  $P(n)$ . Для этого потребуется регуляризация – сведения об общем характере  $M(n)$  и  $P(n)$ , которые мы извлечем из данных рис. 1. В качестве регуляризирующей зависимости  $M(n)$  и связанной с ней  $P(n)$  примем соответственно:

$$M(n) = A + B n + C n^2, \quad (1)$$

$$P(n) = (A + B n + C n^2) \cdot n / 7029, \quad (2)$$

где  $n$  – частота вращения коленвала;  $A$ ,  $B$  и  $C$  – коэффициенты, подбираемые в соответствие с экспериментальными данными.

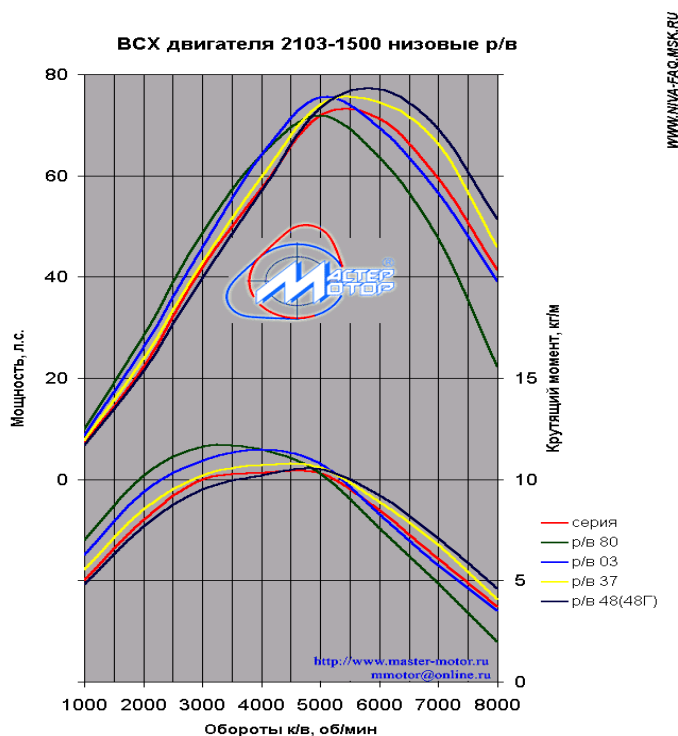


Рис. 1. Внешняя скоростная характеристика для двигателя Ваз 2103

Таблица 1

Внешняя скоростная характеристика и контрольные  
параметры двигателей BMW

Модель ДВС	$M_{\max} / n_M$ , [Н·м / мин <sup>-1</sup> ]	$P_{\max} / n_M$ , [лс / мин <sup>-1</sup> ]	Разгон до 100 км/ч, с / $v_{\max}$ , км/ч / кузов	ссылка / ссылки
M20B20	160/4000	122/6000	12,4	<a href="http://wikimotors.ru/m20b20/">http://wikimotors.ru/m20b20/</a>

В математических терминах задача идентификации параметров в (1)–(2) формулируется следующим образом. Пусть функция задана таблицей  $y_k = y(x_k)$  в некоторых  $k = 1, 2 \dots K$  точках. Требуется предложить аналитическую  $N$ -параметрическую зависимость  $y = f(x, \alpha)$ , которая в определенном смысле лучше прочих согласуется с табличной. Здесь  $\alpha$  – некоторый вектор подгоночных параметров, имеющий размерность  $N \ll K$ . Обычно требуют, чтобы предлагаемая формула давала минимально отличные значения при табличных значениях аргумента по квадратичной норме. Поскольку в нашем случае зависимости  $M(n)$  и  $P(n)$  связаны соотношением  $P(n) = M(n) \cdot n / 7029$ , целесообразно осуществлять одновременную оцифровку и согласованную аппроксимацию обеих зависимостей. В этом случае минимизации подлежит следующий функционал:

$$\sum_{k=1}^K [M_k - M(n_k, \alpha)]^2 + \sum_{j=1}^J \left[ \frac{7021}{n_j} [P_j - P(n_j, \alpha)] \right]^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Результаты решения (3) для серийного двигателя рис. 1 показаны на рис. 2.

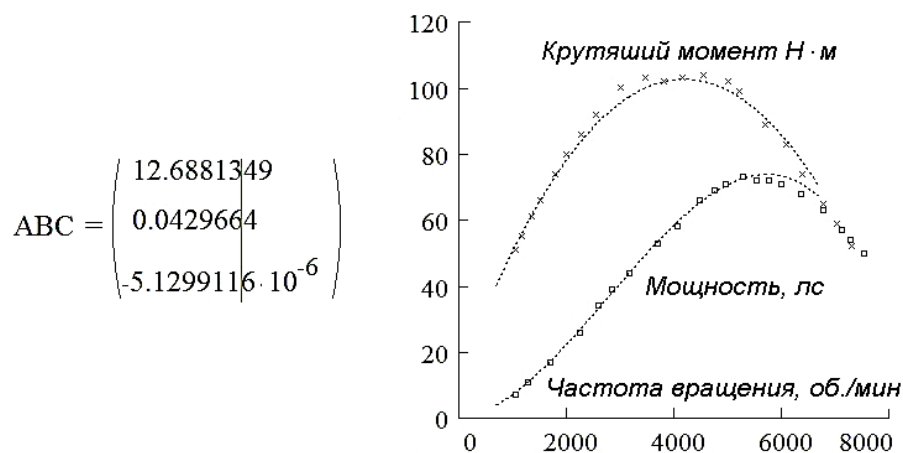


Рис. 2. Результат идентификации модели (1)–(2)  
по данным производителя рис. 1

Аппроксимирующая зависимость (1)–(2) согласуется с данными измерения на уровне коэффициента корреляции 94% при относительном среднеквадратичном расхождении 4–6% с максимальным относительным отклонением не более 10% как для данных  $M(n)$ , так и для  $P(n)$ .

Для получения зависимости типа (1)–(2) для данных типа приведенных в табл. требуется найти коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$ , решив переопределенную систему уравнений:

$$\begin{aligned} M(n_M) &= A + B n_M + C n_M^2 = M_{\max}, \\ P(n_P) &= (A + B n_P + C n_P^2) \cdot n / 7029 = P_{\max}, \\ -B / (2 C) &= n_{M \max}, \\ -(B + (B^2 - 3 A C)^{1/2}) / (3 C) &= n_{P \max}. \end{aligned} \quad (4)$$

На основании внешней скоростной характеристики ДВС (1)–(2) и модели ступенчатой трансмиссии

$$M(n) = \max_{i=1}^k \{k_i \cdot M(n \cdot k_i)\}, \quad (5)$$

где  $k_i$  – передаточное число  $i$ -й передачи, синтезируется тяговая характеристика автомобиля. Для выбранного нами автомобиля соответствующий результат показан на рис. 3. Эти данные свидетельствуют, что в процессе даже предельно интенсивного разгона мощность двигателя используется не полностью. Более того, чем большее число ступеней имеет трансмиссия, тем полнее может быть использована мощность ДВС.

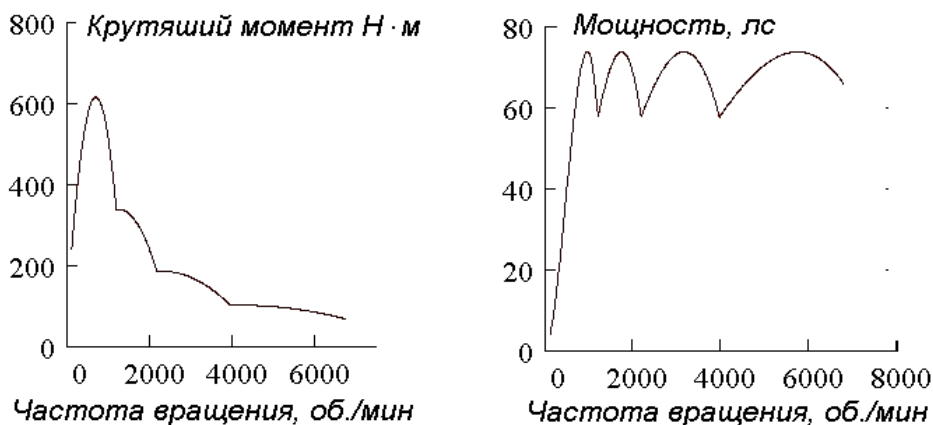


Рис. 3. Тяговая характеристика автомобиля ВАЗ 2101

Введем в рассмотрение коэффициент использования мощности ДВС в связке с конкретной трансмиссией. Его определим, численно интегрируя по  $n$  и затем средняя мощность системы ДТ на интервале  $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ :

$$\langle P \rangle = \int_{n_{\min}}^{n_{\max}} P(n) dn. \quad (6)$$

После чего коэффициент использования мощности  $K_P$  найдем как отношение  $K_P = \langle P \rangle / P_{\max}$ . Удобство предлагаемого коэффициента объясняется тем, что  $P(n)$  оказывается недифференцируемой функцией, не удобной для численного интегрирования уравнений движения автомобиля. Кроме того, это упрощение позволяет понизить порядок динамической системы, исключив из нее уравнение разгона/торможения двигателя. Для рассмотренного на рис. 3 варианта коэффициент использования мощности равен 87% для гипотетической семиступенчатой трансмиссии он выше – 94%, а для вариатора достигает 99%.

В соответствии с законом Ньютона ускорение движение автомобиля под действием силы тяги  $P/v$ , где  $P$  – мощность,  $v$  – скорость, дается уравнением:

$$dv(t)/dt = 1/m \cdot P/v - \alpha - \beta v^2. \quad (7)$$

В формуле (7)  $m$  – масса автомобиля,  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты, характеризующие сухое и жидкое трение.

Максимальная скорость автомобиля дается решением уравнения:

$$1/m \cdot P/v - \alpha - \beta v^2 = 0, \quad (8)$$

т. е. зависит от мощности ДВС, массы автомобиля и его технического совершенства (узлов трения –  $\alpha$  и формы –  $\beta$ ). Решение (7) определяет как разгонную динамику, так и предельные параметры движения. Согласно (8) скорость движения автомобиля есть функция мощности и др. технических характеристик.

Исключающее сингулярность при  $v \rightarrow 0$  ( $P/v \rightarrow F_{\max} = \xi M_{\max}$ , где  $\xi$  – коэффициент с размерностью обратной длины) уравнение динамики имеет вид:

$$dv(t)/dt = 6.2 \cdot P \cdot (\pi/2 - \arctg v) - 0.1 - 0.001 v^2. \quad (9)$$

Результаты численного интегрирования уравнения (9), показанные на рис. 4, свидетельствуют, что двукратное увеличение мощности двигателя приводит к росту максимальной скорости ВАЗ 2101 от 140 до 180 км/ч, а также к двукратному сокращению времени разгона.

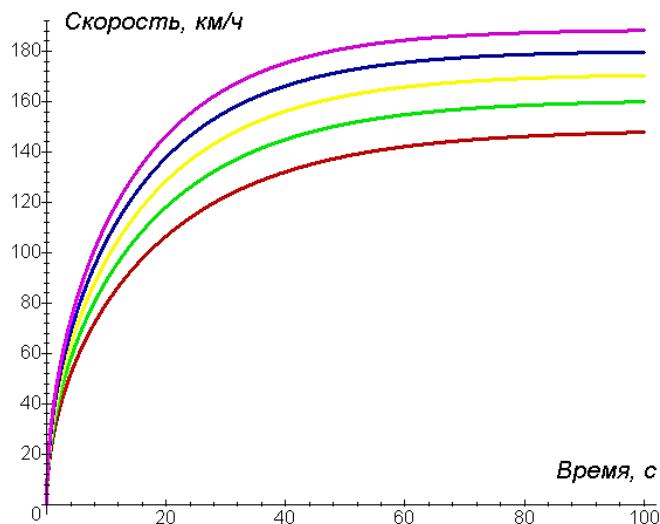


Рис. 4. Динамика ВАЗ 2101 с ДВС мощностью от 64 до 128 л.с.:

последовательность кривых отвечает увеличению мощности с шагом 25%

Таким образом, осреднение мощности и замена  $1/v \rightarrow \pi/2 - \arctg v$  позволили адекватно воспроизводить динамику современных отечественных и импортных автомобилей. Отметим, что демонстрируемое на рис. 4 улучшение ездовых качеств достигается за счет многократно возросшего потребления бензина.

Авторами реализованы и исследованы математические модели силовых и динамических показателей автомобиля. Отработаны возможности детализации данных производителя путем решения обратной задачи. Расчетами показаны динамические преимущества мощных двигателей и многоскоростных трансмиссий. Результаты работы можно использовать при проектировании узлов и агрегатов автомобиля, а также в учебном процессе вузов.

### **Список литературы**

1. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 2-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 115 с.
2. Дьячков Ю.А. Моделирование систем автомобилестроения: Учебное пособие. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2009. – 238 с.