Ложкин Александр Гермогентович

д-р техн. наук, профессор

Суслов Юрий Борисович

магистрант

ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный

технический университет им. М.Т. Калашникова»

г. Ижевск, Республика Удмуртия

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИ РАСЧЕТЕ СЛОЖНЫХ КРИВЫХ

***Аннотация**: расчет точных параметров сложных кривых требуется для многих машиностроительных задач, но сделать это в современной геометрии затруднительно. На основе ранее разработанного метода прямых произвольных линейных преобразований и теории симметрий было получено новое решение для четырех групп. Вместе с тем, для некоторых преобразований расчеты получались некорректные. Применив методы геометрического моделирования, выявлена новая особенность линейных преобразований.*

***Ключевые слова**: расчеты мехатронных систем, произвольные линейные преобразования, жордановы кривые, симметрии.*

Точность расчета геометрических параметров является самой важной характеристикой мехатронных систем. Особенно она критична для нано-роботов, изделий точного машиностроения. Ранее была представлена информационно-лингвистическая интерпретация геометрии [1–3], построенная на теории подобий Лейбница – Г. Вейля с расширением количества симметрий (автоморфизмов) предложенных Дьедонне. Наиболее важнейшим вопросом для применения в машиностроении является: насколько предлагаемая интерпретация позволяет точно рассчитывать геометрическую модель, как для конических сечений, так и для более сложных (жордановых) кривых.

Разница между классическим и новым методами [4; 6] покажем на примере плоского шатуна. Сиситема параметрических уранений, описавающая положений очки вне оси шатуна будет $\begin{cases} x = e\cos t + c\sin t \\ y = c\cos t + (d-e)\sin t \end{cases}$, где d – длина шатуна, e,c – координаты точки (x,y) в координатной системе мехатронной системы. Получаемое решение будет $\begin{cases} x = (d-e+c\cot\alpha)\cos(t+\alpha) \\ y = (e-c\cot\alpha)\sin(t+\alpha) \end{cases}$ и $\begin{cases} x = (e+c\tan\alpha)\cos(t+\alpha) \\ y = (d-e-c\tan\alpha)\sin(t+\alpha) \end{cases}$, где $\tan 2\alpha = 2c/(2e-d)$. Решение классическим методом по матрице преобразования $\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e} & \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{c} & \boldsymbol{d-e} \end{pmatrix}$ происходит по обратной матрице $\boldsymbol{T}^{-1} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{detT}}\begin{pmatrix} \boldsymbol{d-e} & \boldsymbol{-c} \\ \boldsymbol{-c} & \boldsymbol{e} \end{pmatrix}$ и будет $\begin{cases} x = \lambda_1 \cos(t+\alpha) \\ y = \lambda_2 \sin(t+\alpha) \end{cases}$ или $\begin{cases} x = \lambda_2 \cos(t+\alpha) \\ y = \lambda_1 \sin(t+\alpha) \end{cases}$, где $\lambda_{1,2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4((d-e)e - c^2)}}{2((d-e)e-c^2)}$. Угол α не изменяется. Как видно из результатов, решение новым методом позволяет провести дальнейшие математические расчеты, например, решить дифференциальное уравнение.

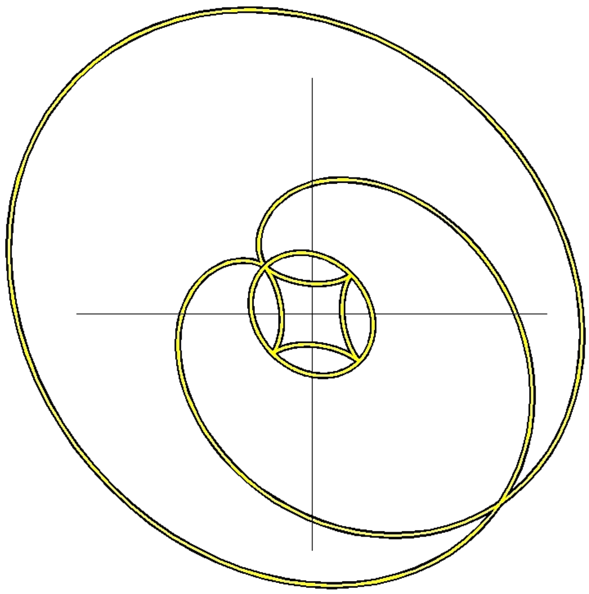

Рис. 1. Кинематический механизм

Теоретически для четырех групп $\boldsymbol{H_1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{m} & \boldsymbol{-n} \\ \boldsymbol{m} & \boldsymbol{n} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{H_2} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-m} & \boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{m} & \boldsymbol{n} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{H_3} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{km} & \boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{-kn} & \boldsymbol{m} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{H_4} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{m} & \boldsymbol{kn} \\ \boldsymbol{-n} & \boldsymbol{km} \end{pmatrix}$, где $k,m,n \in R$ метод применим для жордановых кривых, но эксперименты на языке Autolisp 2007 показали, что не всегда. Было предположено [5], что характеристическое $\boldsymbol{T\vec{v} = \lambda\vec{v}'}$ изменяет результирующий вектор и он принадлежит множеству $\vec{v}' \in \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} \right\}$ в соответствии с перестановной симметрией.

Экспериментальные исследования подтвердили правильность данной теории. Эксперименты проводились независимо обоими соавторами статьи, но с разными преобразованиями, из которых 32 совпадали. В экспериментах рассчитывался мехатронный механизм, состоящий из трех окружностей (эллипсов). Вид кинематического механизма представлен на рисунке 1.

Исследование получает поддержку по гранту ГЗ/ТВГ 14(01.10) Минобрнауки РФ.

Список литературы

1. Ложкин А.Г. Вычислительная планиметрия с вырожденными преобразованиями [Текст]: Монография / А.Г. Ложкин. – Екатеринбург: ИЭ Уро РАН. – 2009. – 158 с.

2. Ложкин А.Г. Автоморфизмы: от зеркального к симметрии знаний [Текст]: монография / А.Г. Ложкин, Н.Г. Дюкина. – Ижевск: А.Г. Ложкин, – 2011. – 183 с.

3. Ложкин А. Структурирование аналитической геометрии на основе симметрий [Текст]: Монография / А. Ложкин, Н. Дюкина. – Saarbrucken: LAP, 2012. – 176 с.

4. Lozhkin A.G. Abramov, I.V. Bozek, P. Nikitin, Yu. R The issue of calculating elliptic trajectories / Manufacturing technology. – V. 4 (14). – 2014. – Pp. 561–566.

5. Lozhkin, A. Lyalin, V. Tarasov, V. Bozek, P. Tothova M. The automorphisms and the characteristic equation. 12th International conference on geometry and applications. – Varna, 2015. – Pp. 18.

6. Lozhkin, A. Bozek, P. Lyalin, V. Tarasov, V. Tothova, M. Sultanov R. Reverse and Direct Methods for Solving the Characteristic Equation. AIP Conference Proceedings. – V. 1738, 480140(2016), doi: 10.1063/1.49544935.