

Татьянкин Виталий Михайлович

старший преподаватель

ФГБОУ ВО «Югорский государственный университет»

г. Ханты-Мансийск, ХМАО – Югра

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИИ

Аннотация: в данной статье рассмотрено определение и прогнозирование численности популяции. В работе выделены основные методы прогнозирования, предложено решение одной из задач.

Ключевые слова: определение численности популяции, прогнозирование численности популяции, задача, апробация технологии.

Введение

Определение и прогнозирование численности популяции является актуальной задачей во многих областях человеческой деятельности [5–7]. Среди основных подходов к прогнозированию можно выделить: статистические методы, регрессионные методы [2], нейронные сети [3; 4] и различные модели описывающих численность популяции [1].

Экспоненциальная модель численности популяции в основном используется в экологии, при исследовании живых систем: клеток в ткани, водорослей, бактерий в культуре, животных в популяции [1]. Данная модель справедлива на определённой стадии роста, то есть на коротком промежутке времени, что позволяет её использовать во многих социально – экономических исследованиях [1], где исследуемый временной интервал не превышает 10–20 лет. Основная сложность использования рассматриваемой модели:

$$P(t) = C \times e^{k \times t}, \quad (1)$$

где $P(t)$ – численность популяции в году t ; C, k – коэффициенты, которые определяются согласно временному ряду значений численности популяции, заключается в определении коэффициентов C, k .

Описание задачи

Имеется временной ряд, описывающий численность популяции не которого биологического вида, размерность больше двух. Для прогнозирования дальнейшей динамики численности популяции используется модель (1), для которой определяются коэффициенты C и k , через решение системы из двух уравнений:

$$\begin{cases} P(t_1) = C \times e^{k \times t_1} \\ P(t_2) = C \times e^{k \times t_2} \end{cases} \quad (2)$$

Так как размер временного ряда $P(t)$ больше двух, то количество возможных систем уравнений, через которые определяются коэффициенты C и k , больше единицы, поэтому встаёт вопрос о выборе оптимальной системы уравнений.

Решение задачи

В качестве критерия оптимальности, предлагается использовать наименьшую среднеквадратическую ошибку. В результате предлагается следующая технология определения оптимальных коэффициентов:

1. Используя исходный временной ряд, составляем все возможные системы уравнений для нахождения коэффициентов C_i и k_i , где i количество систем уравнений.

2. Используя коэффициенты C_i и k_i , полученные на первом этапе и модель (1), находим $P_i^*(t_j)$ для каждого i и j , где j размер исходного временного ряда.

3. Для каждого i находим среднеквадратическую ошибку, следующим образом:

$$E^i = \sum_i (P_i^*(t_j) - P(t_j))^2 / j. \quad (3)$$

4. Среди получившихся среднеквадратических ошибок (3), находим E^m , которое соответствует минимальному значению, тогда C_m и k_m являются искомыми оптимальными значениями.

Апробация предложенной технологии

Рассмотрим эффективность предложенной технологии на примере г. Москвы. Для этого исследуем временной ряд среднеквадратических ошибок,

получившийся при нахождении оптимальных коэффициентов модели (1). В качестве исходного временного ряда рассмотрим численность популяции г. Москвы с 1985 по 2011 гг.

Используя предложенную технологию и численность населения г. Москвы, найдём временной ряд среднеквадратических ошибок коэффициентов модели, представленный на рисунке 1.

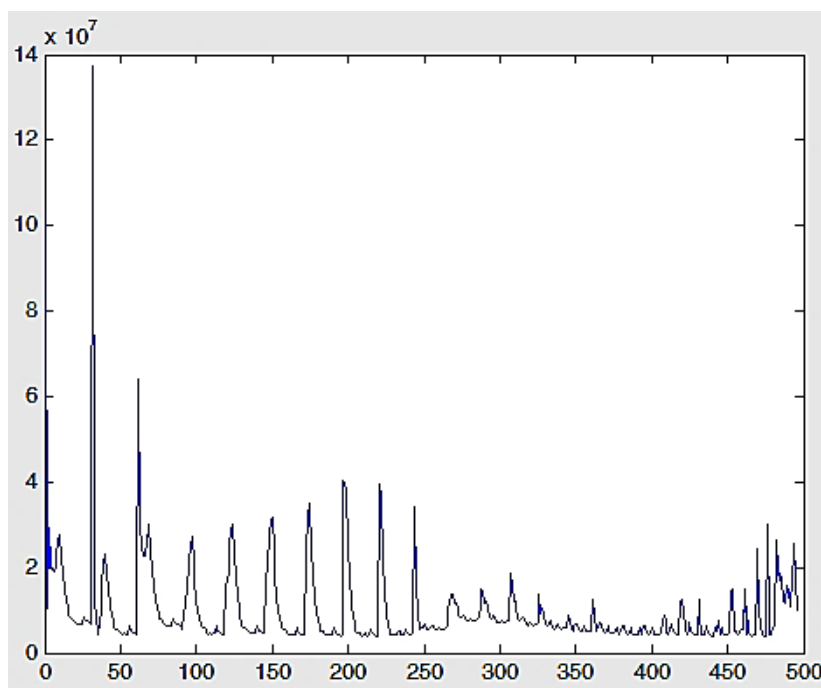


Рис. 1. Временной ряд, описывающий среднеквадратическую ошибку

Заключение

При анализе рисунка 1, становится очевидным, что в зависимости от выбора коэффициентов модели (1), результаты сильно варьируются. Так если сравнить наименьшую среднеквадратическую ошибку и наибольшую, то они отличаются в 34 раза, что еще раз подтверждает, актуальность и значимость выбора оптимальных коэффициентов, которые используются в экспоненциальной модели численности популяции.

Список литературы

1. Главный закон роста численности изолированной популяции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://avmol51.narod.ru/Glavnyj_zakon_rosta.html (дата обращения: 6.09.2016).

2. Татьянакин В.М. Использование многослойных нейронных сетей в прогнозирование временных рядов [Текст] / В.М. Татьянакин // Приоритетные направления развития науки и образования: Материалы III междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2014 г.) / Редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 195–197.

3. Татьянакин В.М. Прогнозирование популяции императорских пингвинов при помощи однослойной нейронной сети [Текст] / В.М. Татьянакин, И.С. Дюбко, В.Ю. Петроченко // Приоритетные направления развития науки и образования : Материалы VII Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2015 г.) / Редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2015. – №4 (7). – С. 205–207.

4. Татьянакин В.М. Алгоритм формирования оптимальной архитектуры многослойной нейронной сети [Текст] / В.М. Татьянакин // Новое слово в науке: перспективы развития: Материалы II междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 30 дек. 2014 г.) / Редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 187–188.

5. Косыгин А.Н. Пример прогнозирования временных рядов с помощью многослойной нейронной сети [Текст] / А.Н. Косыгин, В.М. Татьянакин // Приоритетные направления развития науки и образования: Материалы VII Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2015 г.) / Редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2015. – №4 (7). – С. 187–189.

6. Татьянакин В.М. Прогноз кадровой потребности ХМАО – Югры в 2020 году по уровням образования и специальностям [Текст] / В.М. Татьянакин // Новое слово в науке: перспективы развития: Материалы II междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 30 дек. 2014 г.) / Редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – 324 с.

7. Тей Д.О. Прогнозирование потребностей региональной экономики в подготовке квалифицированных кадров с учётом миграции населения / Д.О. Тей, М.А. Русанов, В.М. Татьянакин // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2011. – №4. – С. 129–132.