(cc) BY

Карцев Никита Владимирович
магистрант
Салыкова Ольга Сергеевна
канд. техн. наук, заведующая кафедрой
Костанайский государственный
университет им. А. Байтурсынова
г. Костанай, Республика Казахстан

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КВАДРОКОПТЕРА КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

***Аннотация**: в представленной статье авторами рассматривается вопрос математической и концептуальной моделей квадрокоптера, приведена реализация данной системы.*

***Ключевые слова**: квадракоптер, БПЛА, алгоритм полета, система моделирования.*

Квадрокоптер это летательный аппарат с 4 роторами, расположенными на концах двух, обычно перпендикулярных, осей. Роторы квадрокоптера, расположенные на разных осях вращаются в противоположных направлениях для компенсации крутящего момента. Существуют также модификации с большим или меньшим количеством винтов: 3, 6, 8, 10, 12. Общее название для этих летательных аппаратов мультикоптеры или мультироторы. Однако, несмотря на конструктивные отличия, большинство решаемых задач не зависят от количества винтов.

В пространстве квадрокоптер имеет шесть степеней свободы, и его движение описывается шестью дифференциальными уравнениями (уравнения Эйлера). Решение этих уравнений в общем случае позволило бы определять характер пространственного движения квадрокоптера в любой момент времени и, в частности, судить об устойчивости этого движения. Однако непосредственное решение этих уравнений представляет известные трудности даже при применении современных вычислительных машин. Если же за исходный режим полета

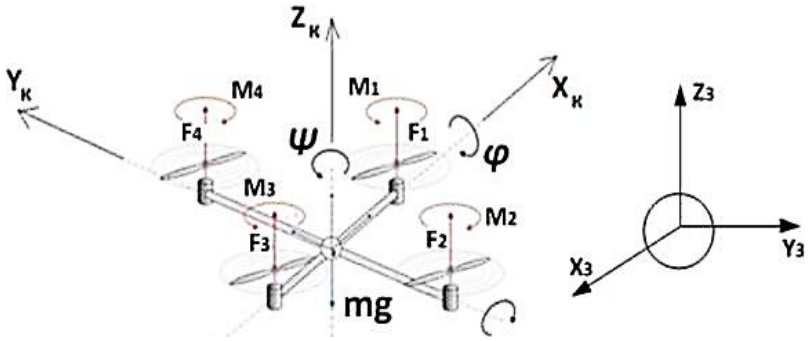
Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

принять прямолинейный установившийся полет без скольжения и считать отклонения параметров движения от исходных значений достаточно небольшими, то благодаря симметрии квадрокоптера, систему шести уравнений движения можно разделить на две независимые системы уравнений с неизвестной степенью точности, описывающих движение квадрокоптера в плоскости симметрии (так называемое продольное движение) и в двух других плоскостях (боковое движение).

Для количественного описания положения и движения квадрокоптера в пространстве используют разнообразные системы координат: инерциальные, земные и подвижные. Выбор той или иной системы координат обычно обусловлен решаемой задачей.

Фиксированная или нормальная земная система координат $0_3X_3Y_3Z_3$. Ее начало 0_3 лежит на поверхности земли и оси фиксированы по отношению к ней. Ось 0_3X_3 направлена вверх по местной вертикали, т.е. по прямой, совпадающей с направлением силы тяжести. Оси 0_3Y_3 и 0_3Z_3 лежат в местной горизонтальной плоскости, образуя правую прямоугольную Декартову систему координат. Направление осей 0_3X_3 и 0_3Z_3 выбирается в соответствии с задачей.

Связанная или подвижная система координат $O_кX_кY_кZ_к$. Эта система координат совпадает с осями тела квадрокоптера. Ее начало $O_к$ лежит в центре массы квадрокоптера, а оси $X_кY_кZ_к$ повернуты на углы крена, тангажа и рыскания от осей фиксированной системы координат $X_3Y_3Z_3$, как показано на рис. 1. Продольная ось $0_кX_к$ расположена в плоскости симметрии квадрокоптера и направлена от хвостовой части к носовой. Нормальная ось OkYk расположена в плоскости симметрии квадрокоптера и направлена вверх. Поперечная ось O_kZ_k перпендикулярна плоскости симметрии квадрокоптера.



Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Рис. 1. Система координат и отсчета положения квадрокоптера

Таким образом, пространственное положение квадрокоптера относительно земли полностью описывается шестью параметрами: пройденным расстоянием L, боковым отклонением δ, высотой H, углами рыскания ψ, тангажа θ и крена φ.

Квадрокоптер может летать только в четырех режимах: крен, тангаж, рыскание и нависание. С помощью законов аэродинамики можно составлять обобщенные уравнения движения, которые служат для описания математической модели полета квадрокоптера. Аэродинамический расчет основан на двух теориях: теории моментов и теории конструкции и действия лопастей. Теория моментов моделирует ротор как идеальный привод, представленный как бесконечно тонкий диск, вращение которого вызывает постоянную скорость вдоль оси вращения без учета трения. Все аэродинамические силы и моменты, действующие на роторе определяются с помощью теории действия лопастей.

Приводим аэродинамическую модель квадрокоптера с допущением следующих факторов:

– толщина диска бесконечно малая величина;

– вертикальная скорость воздуха постоянна вокруг ротора;

– воздух является идеальным несжимаемым газом;

– роторы – жесткие, сила, параллельная валу ротора, определяется как тяга ротора T, и сила, перпендикулярная оси ротора, определяется как сила ступицы T_c. Действующие моменты на роторе являются тормозным M_T и подвижным $M_П$ моментами.

Так как расчет производится без учета трения, то можно предположить, что подъемная сила, действующая на лопасти, примерно на порядок выше, чем силы сопротивления. На рис. 2 четко видны все расписанные аэродинамические силы и моменты.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

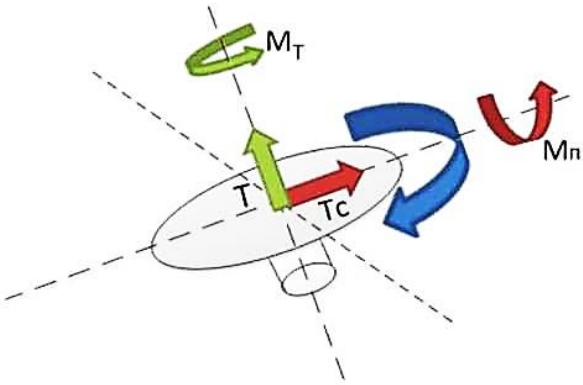


Рис. 2. Аэродинамические силы и моменты, действующие на роторе

Квадрокоптеры моделируются, как сообразование четырёх роторов, которые работают по принципу поперечной конфигурации. Достаточно тонкий крестообразный каркас соединяет механические двигатели (которые тяжелее каркаса). Каждый винт (пропеллер) соединен с двигателем редукторами. Все оси вращения винтов – зафиксированы жестко и расположены параллельно. Кроме того, они обладают фиксированным шагом вращения лопастей, потоки воздуха которых направляются вниз, чтобы получить направление подъёмной силы вверх. Двигатели и редукторы не являются основными факторами полета квадрокоптера, поскольку движение непосредственно связано только со скоростями вращения винтов. Второстепенным механическим компонентом является коробка передач, в том смысле, что она не играет существенной роли в понимании того, как летает квадрокоптер.

С помощью полученного графика можно составлять функциональную контура оси тангажа. Она включает в себя вращательное движение оси крена (φ) и поступательное движение (x). Функциональная контура крена представлена на рис. 3.

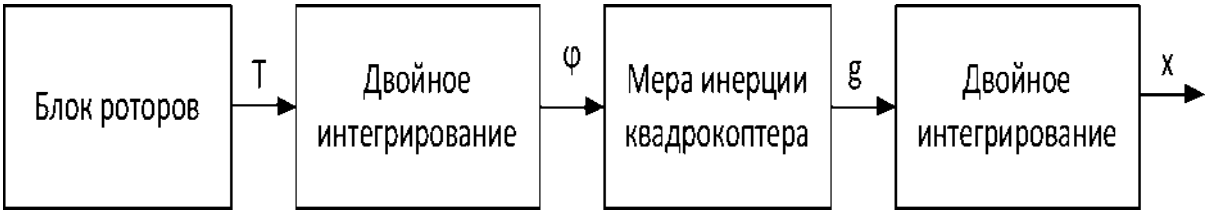


Рис. 3. Функциональная схема контура крена Подобным образом получим уравнение перемещения квадрокоптера по оси Y и схему разомкнутого контура Y

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

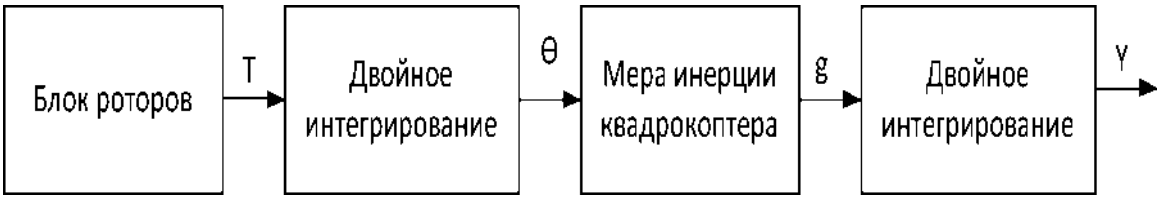


Рис. 4. Функциональная схема контура тангажа

Функциональная схема контура тангажа представлена на рис. 4. Она включает в себя углы тангажа (Θ) и поступательное движение (Y). Для реализации законов движения в трёхмерном пространстве получим уравнение контура высоты полета. Контур нависания или высоты представляется с помощью уравнения:

$$dz _ \Pi(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) \quad (1)$$

Контур высоты не включает в себя вращение вокруг оси рыскания. Функциональная схема контура представлена на рис. 5.

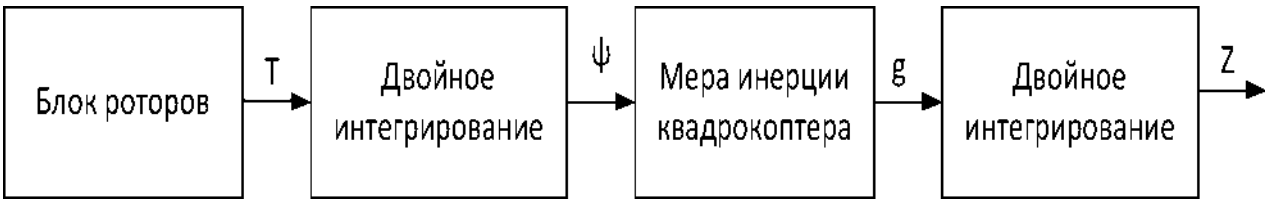


Рис. 5. Функциональная схема контура высоты полета

Полученные в результате анализа квадрокоптера функциональные схемы (рис. 3–5) представляют полную структуру квадрокоптера.

Список литературы

1. Адаптивные робототехнические комплексы / А.В. Тимофеев. – Л.: Машиностроение, 1988.

2. Интеллектуализация систем автоматического управления / Известия АН., А.В. Тимофеев, Р.М. Юсупов // Техническая кибернетика. – 1994. – №5.

3. Система управления полетом квадрокоптера и планирование траектории методами оптической одометрии [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.konf.x-pdf.ru/18tehnicheskie/681220-2-sistema-upravleniya-poletom-kvadrokoptera-planirovanie-traektorii-metodami-opticheskoy-odometrii.php (дата обращения: 19.11.2016).

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)