УДК 521.1; 522.7; 523.8

В.И. Кулик, И.В. Кулик

О КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ НЕБЕСНОГО ТЕЛА, ВРЕМЕНИ, СКОРОСТИ И РАБОТЕ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТЕЛО, ДВИЖУЩЕЕСЯ ПО ОРБИТЕ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

Аннотация*: в статье ставится цель понять причины и особенности движения небесного тела по орбите и те энергетические потенциальные системы и силы, которые управляют этим движением. Графически изображаются изменения основных параметров обращающегося вокруг Центра небесного тела. Все параметры в алгебраических выражениях рассматриваются зависимыми друг от друга и, прежде всего, от «радиус-вектора» положения небесного тела от фокуса эллиптической орбиты.*

Ключевые слова*: квазиупругая сила, центробежная сила, центростремительная сила, энергия, движущееся тело, орбита, скорость, время, колебание, обращение, силовой Центр.*

V.I. Kulik, I.V. Kulik

ON THE OSCILLATORY MOTION OF A CELESTIAL BODY, TIME, SPEED, AND THE FORCES ACTING ON A BODY MOVING ALONG THE SOLAR SYSTEM ORBIT

Abstract*: the article aims to consider the reason why a celestial body moves along the solar system orbit and the features of this movement. Moreover, the paper discovers those potential energy systems, which manage the movement of a celestial body. Critical parameters' changes of a celestial body rotating around the Center are graphically represented. All the parameters in algebraic expressions are considered to be dependent from each other and, primarily, from the proximity of «radius-vector» of a celestial body place and the focus of an elliptic orbit.*

Keywords*: quasi-elastic force, centrifugal force, centripetal force, energy, celestial body in motion, orbit, speed, time, fluctuation, rotation, Center of force.*

Мы опираемся на положения, которые признаны в научном мире как азбучные. «Скромные» числа служат лишь для наглядности и иллюстрации выводимых зависимостей, и не могут быть предметом спора. Можно подставить вместо этих «скромных» чисел реальные (*астрономические*) числа, взятые из эксперимента или наблюдений (или из справочников), и удостоверится в справедливости предлагаемых зависимостей. Здесь принято: $\gamma = 1$ *г·см*^{3}/*с*^{2}; $m = 1$ *г*; $M = 64$ *г*; $R_B = 6$ *см*; $R_O = 4$ *см*; $R_H = 3$ *см*. Фокус эллиптической орбиты находится в точке *M*. Мы ставим цель выяснить: как изменяется энергия во вращающемся поле, в гравитационном поле, изменения кинетической энергии движущегося тела массой *m* и различные соотношения между этими энергиями и другими параметрами (время, скорость …) в различных точках пространства, т. е. на различных расстояниях от центра тяжёлой неподвижной массы *M*. Рассмотрим две задачи.

Условия и постановка первой задачи заключается в следующем.

К свободному концу B_O вертикально висящей упругой нити (или пружины) AB_O определённой длины подвешен груз $P = mg$, рис. 1.

Под действием этого груза нить растянется на величину *x* и натяжение нити уравновесится действием груза: $mg = k\cdot(B_O B) = k\cdot x$, где mg – сила тяжести, kx – сила пружины. Графики сил – линейны. Точка *B* есть положение равновесия, где графики сил пересекаются. В точке B_O сила пружины равна нулю. Груз *m* из состояния равновесия можно вывести, подняв его в т. B_B (где пружина будет предварительно сжата), в т. B_O (B''_B), где сила пружины равна нулю, или в т. B'_B, где пружина будет предварительно растянута.

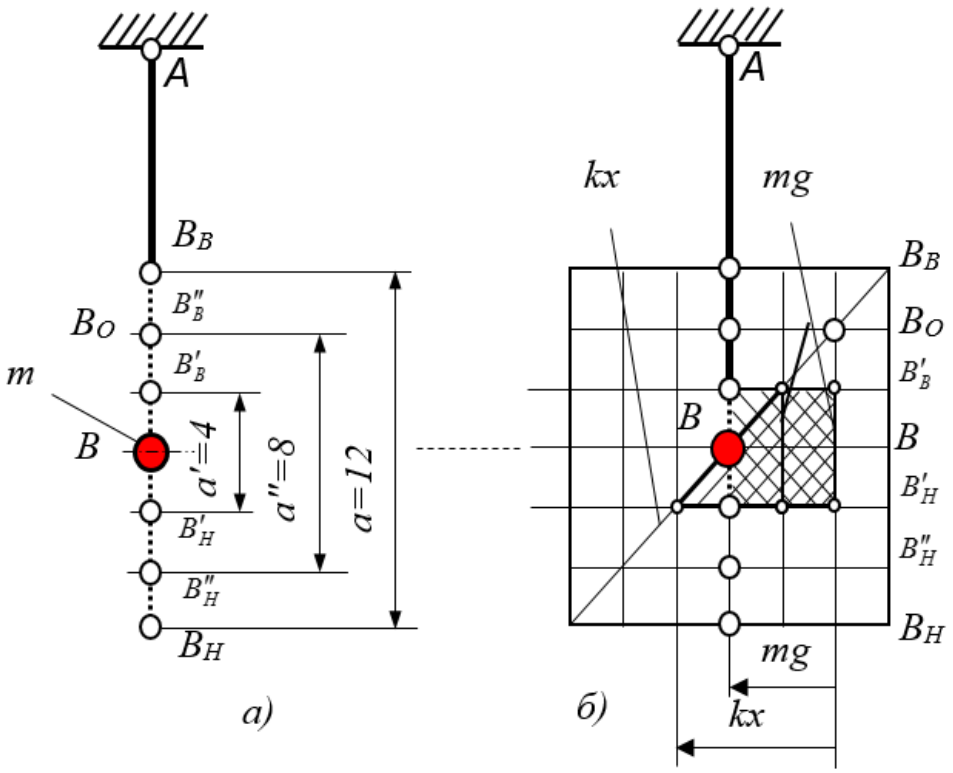


Рис. 1. Колебания тела на упругой подвеске:

а) размах колебания; б) графики линейных сил

Самый «насыщенный» вариант исследования – тело поднято в т. B_B, где она в начальный момент сжата. В силу малости расстояния B_BB_H принимаем ускорение свободного падения постоянной величиной, а, следовательно, сила тяжести на пути B_BB_H остается также величиной постоянной.

Здесь принято: m = 1 [*г*]; k = 1 [$^{г}/_{с^2}$]; g = 4 [$^{см}/_{с^2}$].

Если груз массой m = 1 [*г*], прикреплённый к пружине, начнёт двигаться (падать сверху вниз) из любой т. B_B^i (рис. 1 *а*) под действием силы тяжести $m{\cdot}g$, то он не остановится возле своего положения равновесия в т. *B*, а по инерции опустится ниже, например, до т. B_H^i. В этот момент сила растяжения пружины окажется больше, чем вес груза, а так как сила пружины $k{\cdot}(B_O B_H^i)$ *направлена вверх*, то груз, предварительно остановившись в т. B_H^i, затем начнёт двигаться вверх. При движении вверх груз пройдёт точку равновесия *B* по инерции, поднимется выше, в т. B_B^i остановится, и затем опять начнёт движение вниз и т. д. совершая колебания около положения равновесия, точки *B*.

Опыт показывает, что в верхней и нижней точках движение тело останавливается и меняет направление движения на противоположное. В этих точках скорость равна нулю. Эти колебания называются свободными или собственными. Общее выражение скорости движения тела можно записать следующим образом:

$$\uparrow\downarrow V = \sqrt{\frac{k}{m}} \times \sqrt{a \times x - x^2} \text{ или } V = w \times r.$$

Так как угловая скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, где φ – угол [*рад*], см. рис. 2, то

$$\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ откуда } \int dt = \sqrt{\frac{m}{k}} \times \int d\varphi; \; t = \varphi \times \sqrt{\frac{m}{k}}; \; \varphi = t \times \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Здесь важно понять следующее: при движении сверху вниз потенциальная энергия, накапливающаяся в деформированной пружине, рис 1 *б*, равна той работе, которую производит сила (потенциальная энергия) гравитационного поля земли, сначала работа поля переходит в кинетическую энергию массы *m*, а затем эта кинетическая энергия массы *m* переходит в потенциальную энергию деформированной пружины. При движении снизу-вверх всё происходит в обратном порядке. На рис. 2 показана круговая модель колебания, а на рис. 3 изображены графически изменения:

– W_P – энергии гравитационного поля,

– W_F -энергии в пружине,

– W_K – кинетической энергии тела массой *m*, при движении тела из верхней т. B_B в нижнюю т. B_H.

На рис. 3 по горизонтали отложен пройденный телом путь, а по вертикали – величина изменения энергии в каждом элементе системы.

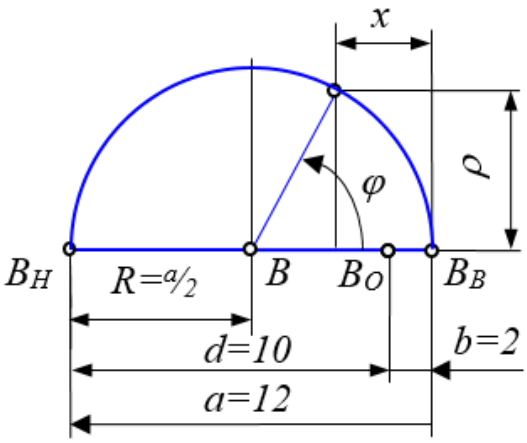


Рис. 2. Круговая модель колебания

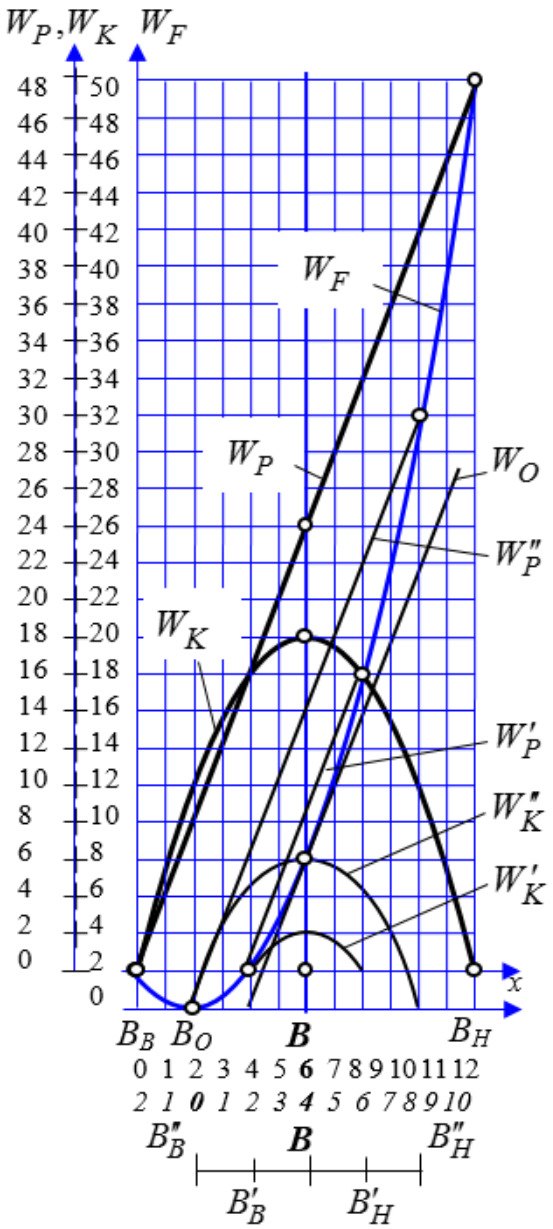


Рис. 3. Графики изменения энергий в элементах системы

Рисунок 3 построен так, что расстояние, измеренное по вертикали между графиками изменения двух потенциальных энергий (линией – W_P и линией – W_F) и есть величина этой кинетической энергии, т. е. линия – W_K. Если тело массой m пройдет путь равный 6 [*см*], то, работа, которую совершит гравитационное поле равна $W_P = mg \times 6 = 24\,[ед]$, потенциальная энергия *растянутой* пружины будет равна $W_F = \frac{k \cdot 4^2}{2} = 8\,[ед]$, энергия в первоначально *сжатой* пружине равна $\frac{kb^2}{2} = \frac{1 \cdot 2^2}{2} = 2\,[ед]$, а кинетическая энергия движущегося тела равна $W_K = 18\,[ед]$. Соблюдается закон сохранения энергии.

Масса *m* может быть выведена из положения равновесия (из т. *B*), например, в т. B_O, (или B''_B), в которой сила пружины равна нулю, или в т. B'_B (точка B'_B находится ниже точки B_O, см. рис. 1 *б*), когда пружина в начальный момент растянута, см. рис. 1–3. Во всех этих случаях график изменения энергии в пружине остаётся прежним, а график изменения энергии гравитационного поля (расходование энергии на перемещение массы *m*), представляющий наклонную прямую линию, смещается в соответствие с точками B''_B и B'_B, см. рис. 3. При этом точки B_O и *B* остаются неподвижными. На рис. 3 в соответствие с графиками W'_P и W''_P изменения энергии гравитационного поля, показаны и графики W'_K и W''_K изменения кинетической энергии колеблющегося тела массой *m*. Линия W_O, касательная к графику изменения энергии пружины, соответствует статическому равновесию системы (колебания отсутствуют, тело свободно висит).

Однако в природе есть сила, которой можно заменить пружину. Это есть – центробежная сила Х. Гюйгенса, и потому *условия и постановка второй задачи* формулируется следующим образом:

«По какому закону будет двигаться материальная точка массы *m*, вышедшая из состояния покоя и начавшая падать из точки *B*, рис. 5, по направлению к центру Земли в точку *H*, если сопротивление этому падению оказывает «центробежная сила», *отталкивающая* её с силой, прямо пропорциональной массе *m* и *обратно пропорциональной третьей степени расстояния* R_i, где $R_B{}^3(R_i = R_B - s)^3 R_H$», т. е. представляет выражение:

$$P_G = mg_G = m \times \frac{v_i^2}{R_i} = \frac{mL_O^2}{R_i^3} = m \times \frac{k_G}{R_i^3}\left[\frac{г \times см}{c^2}\right]. \qquad (1)$$

– сила отталкивания, где

$$g_G = \frac{k_G}{R_i^3} = \frac{256}{R_i^3}\left[\frac{см}{c^2}\right] \qquad (2)$$

– ускорение направлено от центра Земли!

Изменение ускорения силы тяжести в связи с изменением расстояния от центра Земли представляется выражением:

$$g_N = \frac{\gamma M}{R_i^2} = \frac{64}{R_i^2}\left[\frac{см}{с^2}\right] \tag{3}$$

– ускорение направлено к центру Земли!

$$P_N = mg_N = m \times \frac{\gamma M}{R_i^2} = m \times \frac{k_N}{R_i^2}\left[\frac{г \times см}{с^2}\right] \tag{4}$$

– сила *притяжения*.

Как известно из механики, *скорость* точки выражается *первой* производной пути по времени, $\frac{ds}{dt}$, а *ускорение – второй* производной, $\frac{d^2s}{dt^2}$.

Будем считать положительным направление по вертикали вниз; тогда скорость и ускорение падающей точки *m* будут положительны. Произведение из массы *m* материальной точки на сообщаемое ей ускорение служит, согласно известному положению динамики, мерой силы, действующей на тело; в данном случае этой силой является равнодействующая двух сил, а именно: силы *притяжения* (центростремительной) и силы *отталкивания* (центробежной).

Считая положительным направлением на любой вертикальной прямой направление к центру Земли, по которому действует сила тяжести, а расстояние между точкой и центром $s_i = R_i$, мы будем иметь:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{mk_N}{R_i^2} - \frac{mk_G}{R_i^3},\ \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{k_N}{R_i^2} - \frac{k_G}{R_i^3},\ \text{но}\ \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = v\frac{dv}{ds}.$$

Отсюда $vdv = \left(\frac{k_N}{R_i^2} - \frac{k_G}{R_i^3}\right)ds$, или $\int vdv = k_N\int\frac{dR}{R_i^2} - k_G\int\frac{dR}{R_i^3}$.

Если материальная точка движется от точки R_B до точки R_H, рис. 1, и рис. 2, то можно записать:

$$\int_{v_B}^{v_H} vdv = k_N\int_{R_B}^{R_H}\frac{dR}{R_i^2} - k_G\int_{R_B}^{R_H}\frac{dR}{R_i^3},$$

и после интегрирования

$$\frac{1}{2}\left(v_H^2 - v_B^2\right) = \frac{k_G}{2}\times\left(\frac{1}{R_H^2} - \frac{1}{R_B^2}\right) - k_N\times\left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_B}\right). \tag{5}$$

Так как в точке *B* скорость вдоль радиуса (при движении тела между точками *B* и *H*) равна нулю по условию, то: $v_H^2 = k_G \times \left(\frac{1}{R_H^2} - \frac{1}{R_B^2}\right) - 2k_N \times \left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_B}\right)$.

Общее выражение скорости вдоль радиуса при движении тела от точки *B* – *сверху-вниз*:

$$v_{R(B\to i)} = \sqrt{\left[k_G \times \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_B^2}\right) - 2k_N \times \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_B}\right)\right]}. \qquad (6)$$

Поскольку движение идёт от большего радиуса R_B до меньшего радиуса R_H и в начальный момент на радиусе R_B скорость была $V_{RB} = 0$, а также $k_N = 64$, $k_G = 256$, $R_B = 6$, $R_H = 3$, то скорость в конце пути будет

$$v_{RH} = \sqrt{\left[256 \times \left(\frac{1}{3_H^2} - \frac{1}{6_B^2}\right) - 128 \times \left(\frac{1}{3_H} - \frac{1}{6_B}\right)\right]} = \sqrt{\left[256 \times 0{,}08(3) - 128 \times 0{,}1(6)\right]} = 0 \cdot$$

Скорость (вдоль радиуса) на радиусе $R_O = 4$ будет

$$v_{RO} = \sqrt{\left[256 \times \left(\frac{1}{4_H^2} - \frac{1}{6_B^2}\right) - 128 \times \left(\frac{1}{4_H} - \frac{1}{6_B}\right)\right]} = \sqrt{\left[256 \times 0{,}0347(2) - 128 \times 0{,}08(3)\right]} = 1{,}(3) \cdot$$

Итак, скорость массы *m* в начале (т. *B*) и в конце движения (т. *H*) равна нулю, но в промежутке между точками *B* и *H* скорость не равна нулю.

Общее выражение скорости вдоль радиуса при движении тела от точки *H* – *снизу-вверх*:

$$v_{R(H\to i)} = \sqrt{\left[k_G \times \left(\frac{1}{R_H^2} - \frac{1}{R_i^2}\right) - 2k_N \times \left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_i}\right)\right]}. \qquad (7)$$

Обнаруживаем, что тело (материальная точка – *m*) совершает колебательное движение между точками *B* и *H*, или между радиусами R_B и R_H. Кроме того, на радиусе R_O сила отталкивания $\frac{mk_G}{R_i^3}$ равна силе притягивания $\frac{mk_N}{R_i^2}$, а именно:

$$\left(\frac{mk_G}{R_O^3} = \frac{m \times 256}{4^3}\right) = 4 = \left(\frac{m \times 64}{4^2} = \frac{mk_N}{R_O^2}\right),$$

или в соответствие с формулами (1) и (4) запишем равенство:

$$\left(P_G = m \times \frac{v_O^2}{R_O} = 1 \times \frac{4_O^2}{4_O}\right) = 4 = \left(1 \times \frac{1 \times 64}{4_O^2} = m \times \frac{gM}{R_O^2} = P_N\right), \qquad (8)$$

где: $m = 1\,[г]$ – масса материальной точки (или движущегося тела), $v_{TO} = v_O \left[\frac{см}{с}\right]$ – тангенциальная составляющая орбитальной скорости или скорость перпендикулярная к радиус-вектору R_i (в данном случае к параметру орбиты, радиусу $R_O = 4\,[см]$), $M = 64\,[г]$ – масса неподвижного центра в т. *M*, $\gamma = 1\left[\frac{см^3}{г \cdot с^2}\right]$ – гравитационная постоянная. Тангенциальную скорость v_O определяем из равенства $L_O^2 = k_G$, где $L_O = R_O v_O = \sqrt{k_G} = const$ – кинетический момент. Откуда находим $v_O = \frac{\sqrt{k_G}}{R_O} = \frac{\sqrt{256}}{4} = 4\left[\frac{см}{с}\right]$.

Принимая во внимание, что $x = R_B - R_i$, можно написать закон изменения времени движения от точки R_B до точки R_H, т. е. от $x = 0$ до $x = R_B - R_H$, т. е. закон изменения времени движения сверху вниз:

$$t = \frac{\left(R_B R_H + R_B^2\right)}{\sqrt{2k_N R_B - k_G}} \cdot arcSin\sqrt{\frac{x}{R_B - R_H}} - \frac{R_B}{4 \cdot \sqrt{2k_N R_B - k_G}} \cdot \sqrt{\left(R_B - R_H\right)x - x^2}\,. \qquad (9)$$

И при $k_N = 64$; $k_G = 256$; $R_B = 6$; $R_H = 3.$, $x = R_B - R_H = 3$ период *колебания* тела равен

$$T = \pi \cdot \frac{\left(R_B R_H + R_B^2\right)}{\sqrt{2k_N R_B - k_G}} = 7{,}497364957\ c\,. \qquad (10)$$

На рис. 4 и рис. 5 показаны траектории и скорости движения тела, причём, на рис. 4 траекторией движения является прямая линия *B – H'*, которая получается если отталкивающей P_G силой (1) является пружина, а на рис. 5 траекторией движения теперь является эллиптическая орбита и отталкивающей силой является *центробежная* P_G *сила* Х. Гюйгенса (1).

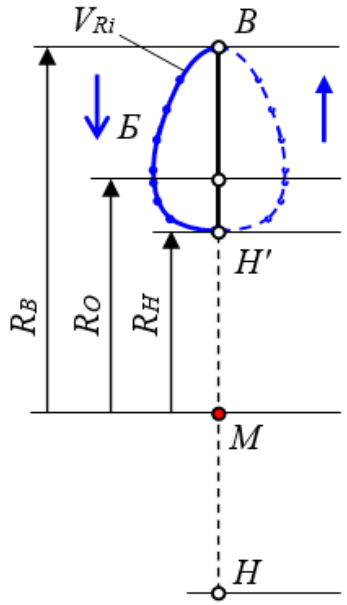


Рис. 4. Траектория (прямая линия) и скорость движения по прямой линии

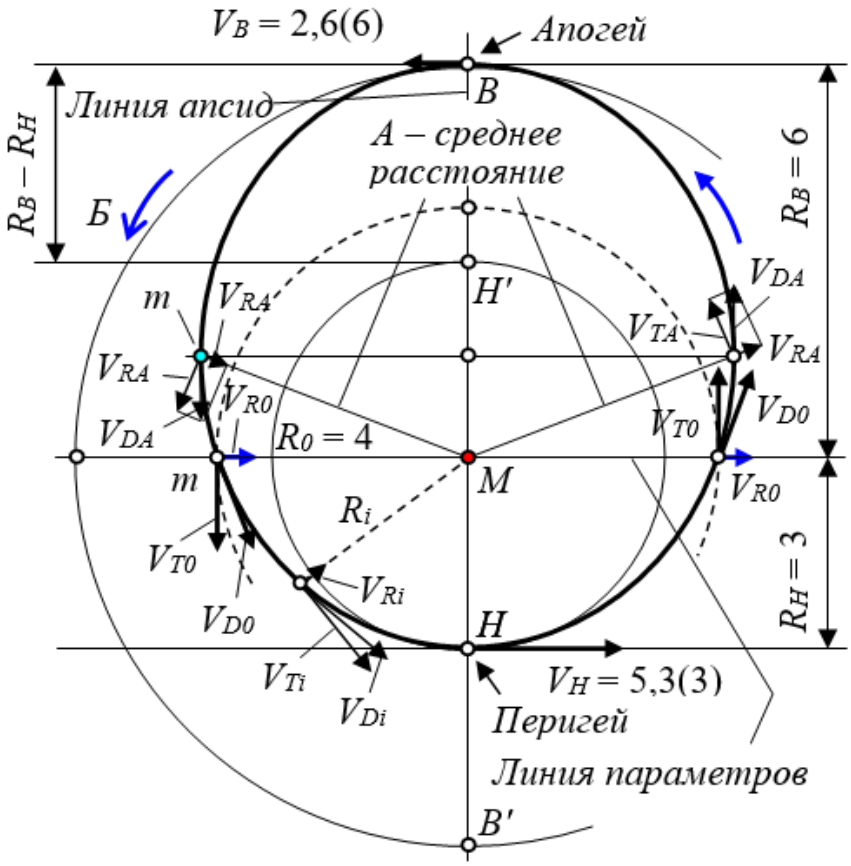


Рис. 5. Траектория (орбита) и составляющие скорости движения по орбите

К решению этой задачи можно подойти с позиции изменяющейся энергии в элементах системы.

Изменение *гравитационной* энергии (работа *центростремительной* силы Ньютона – P_N) при перемещении массы *m* от радиуса R_B (*апогей орбиты*) до радиуса R_O (*параметр орбиты*) равно

$$W_{N(BO)} = g\times m\times M\times\left(\frac{R_B - R_O}{R_B\times R_O}\right) = 1\times 1\times 64\times\left(\frac{6-4}{6\times 4}\right) = 5,3(3) \quad (11)$$

При этом изменение *вращательной* энергии (работа *центробежной* силы Х. Гюйгенса – P_G) при перемещении массы *m* от радиуса R_O (*параметра орбиты*) до радиуса R_B (*апогея орбиты*) равно

$$W_{G(BO)} = \frac{g\times m\times M\times R_O}{2}\times\left(\frac{R_B^2 - R_O^2}{R_B^2\times R_O^2}\right) = \frac{1\times 1\times 64\times 4}{2}\times\left(\frac{6^2 - 4^2}{6^2\times 4^2}\right) = 4,4(4). \quad (12)$$

Как видим, работа *центростремительной си*лы больше работы *центробежной силы*, смотри заштрихованные площади, рис. 7.

Разница этих двух энергий есть кинетическая энергия движения массы *m* вдоль радиуса R_i (или линии, соединяющей точки *m* и *M*).

Кинетическая энергия W_{RO} движения самого тела массой *m вдоль радиус-вектора* на радиусе R_O равна разности работ сил Ньютона и Гюйгенса на рассматриваемом участке движения, а именно:

$$\frac{mV_{RO}^2}{2} = \left(W_{N(BO)} - W_{G(BO)}\right) = gmM\left(\frac{R_B - R_O}{R_B R_O}\right) - \frac{gmMR_O}{2}\left(\frac{R_B^2 - R_O^2}{R_B^2 R_O^2}\right); \quad (13)$$

$$W_{R(BO)} = \frac{mV_{RO}^2}{2} = \left(W_{N(BO)} - W_{G(BO)}\right) = 5,3(3) - 4,4(4) = 0,8(8).$$

Откуда скорость движения массы *m* на радиусе R_O вдоль радиус-вектора к *Центру M* будет

$$V_{RO} = \sqrt{2W_{R(BO)}} = \sqrt{2\left(W_{N(BO)} - W_{G(BO)}\right)} = \sqrt{2\times 0,8(8)} = \sqrt{1,(7)} = 1,(3).$$

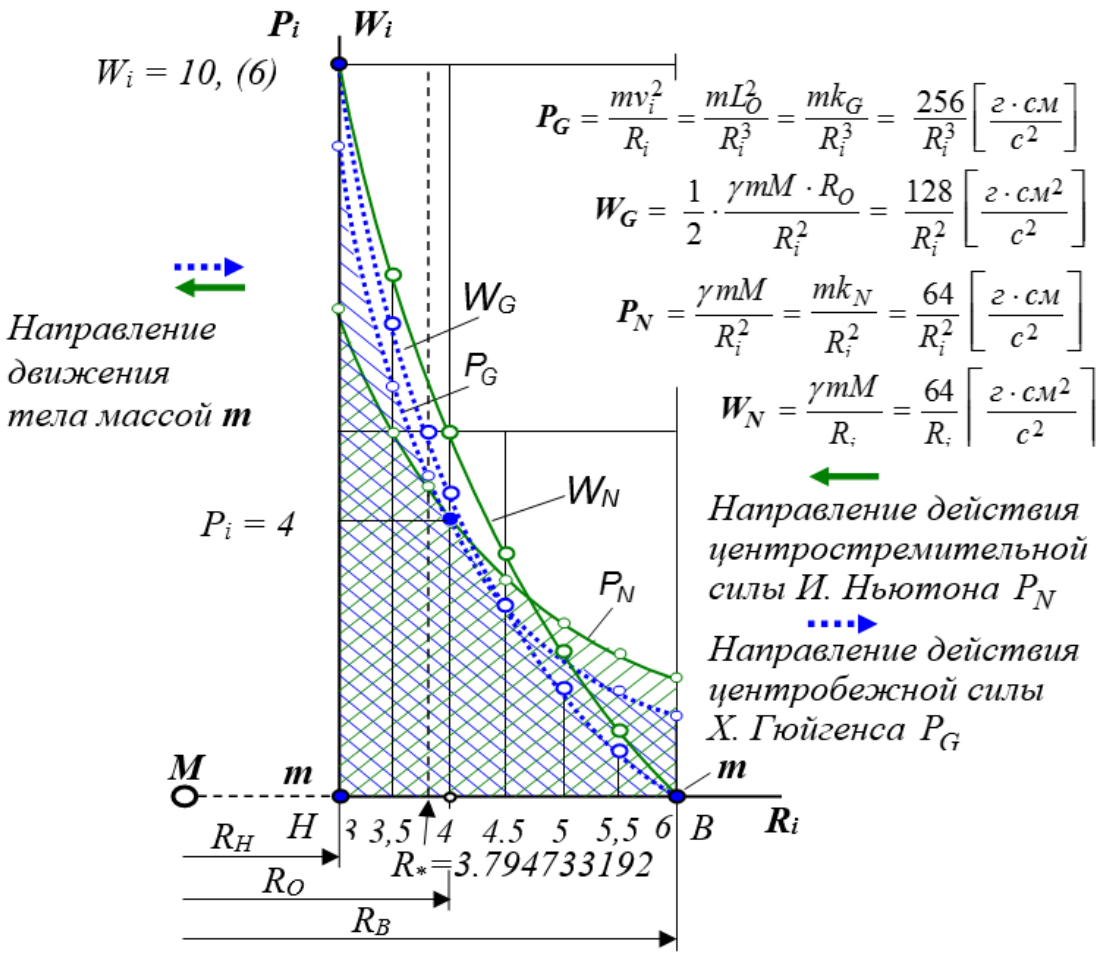


Рис. 6. Изменение сил и энергий притяжения и отталкивания

Изменение *гравитационной* энергии $W_{N(OH)}$ (работа *центростремительной* силы И. Ньютона – P_N) при перемещении массы m от радиуса R_O (*параметр орбиты*) до радиуса R_H (*перигей орбиты*) будет

$$W_{N(OH)} = gmM \times \left(\frac{R_O - R_H}{R_H \times R_O} \right) = 1 \times 1 \times 64 \times \left(\frac{4-3}{3 \times 4} \right) = 5,3(3) \quad . \qquad (14)$$

При этом изменение *вращательной* энергия $W_{N(OH)}$ (работа *центробежной* силы Х. Гюйгенса – P_G) при перемещении массы m от радиуса R_O (*параметр орбиты*) до радиуса R_H (*перигей орбиты*) будет

$$W_{G(OH)} = \frac{gmM \times R_O}{2} \times \left(\frac{R_O^2 - R_H^2}{R_H^2 \times R_O^2} \right) = \frac{1 \times 1 \times 64 \times 4}{2} \times \left(\frac{4^2 - 3^2}{3^2 \times 4^2} \right) = 6,2(2) \, . \qquad (15)$$

Как видим, на этом участке, напротив, работа *центробежной силы* больше работы *центростремительной силы*, см. рис. 6.

Разница энергий:

$$W_{G(OH)} - W_{N(OH)} = 6,2(2) - 5,3(3) = 0,8(8). \qquad (16)$$

Таким образом, скорость тела вдоль *радиус-вектора* на радиусе R_O и в этом случае равна

$$V_R = \sqrt{2 \times 0,(8)} = 1,(3)\,\text{см/с},$$

а скорость тела в точках *B* и *H* оказывается равной нулю, рис. 4, рис. 5, рис. 7–13.

Покажем теперь *общее выражение скорости движения тела по траектории и её составляющих*, в зависимости *только* от изменения «*радиус-вектора*» R_i, показанное нами ранее в работе [4]:

– скорость движения перпендикулярная к радиус-вектору R_i, или *тангенциальная* (движение по всей траектории)

$$V_{Ti} = \frac{V_O \times R_O}{R_i} \qquad (17)$$

– скорость движения вдоль радиус-вектора, или *радиальная* (при движении от апогея, от т. *B*, к перигею, к т. *H*, делаем замену $R_* = R_B$, а при движении от перигея, от т. *H*, к апогею, к т. *B*, делаем замену $R_* = R_H$)

$$V_{Ri} = V_O \times \sqrt{\frac{R_O^2}{R_*^2} - 2\frac{R_O}{R_*} + 2\frac{R_O}{R_i} - \frac{R_O^2}{R_i^2}}; \qquad (18)$$

– скорость касательная к траектории или *орбитальная* (при движении от перигея, от т. *H*, к апогею, к т. *B*, делаем замену $R_* = R_H$, а при движении от апогея, от т. *B*, к перигею, к т. *H*, делаем замену $R_* = R_B$)

$$V_{Di} = \sqrt{V_{Ti}^2 + V_{Ri}^2} = V_O \times \sqrt{\frac{R_O^2}{R_*^2} - 2\frac{R_O}{R_*} + 2\frac{R_O}{R_i}}. \qquad (19)$$

Кроме того, если известна *орбитальная скорость* V_{DA} на среднем радиусе *A* орбиты и соответствующий радиус R_i искомой скорости в данной точке орбиты, то *орбитальная скорость* в этой точке на орбите равна

$$V_{Di} = \sqrt{\frac{2g\sum M}{R_i} - V_{DA}^2}.$$

Составляющие скорости в зависимости от радиуса R_i: V_R, – радиальная, V_T, – тангенциальная и V_D – орбитальная показаны в табл. 1 и рис. 7, а также рис. 8–13.

Несмотря на то, что траектория обращения материальной точки *m* вокруг *Центра M* симметрична относительно линии апсид, тем не менее, параметры движения изменяются по-разному (угол φ, скорость *v* …).

Таблица 1

При движении от R_B до R_H (притяжение) ↓			
Радиус R_i	Скорость V_R	V_T	V_D
$R_i = R_B = 6$	$V_6 = 0{,}0$	$V_6 = 2{,}(6)$	$V_6 = 2{,}(6)$
$R_i = 5{,}9$	$V_{5,9} = 0{,}344215754$	$V_{5,9} = 2{,}711864407$	$V_{5,9} = 2{,}733622693$
$R_i = 5{,}5$	$V_{5,5} = 0{,}766612776$	$V_{5,5} = 2{,}(90)$	$V_{5,5} = 3{,}008405732$
$R_i = 5$	$V_5 = 1{,}0(6)$	$V_5 = 3{,}2$	$V_5 = 3{,}373096171$
$R_i = A = 4{,}5$	$V_{4,5} = 1{,}257078728$	$V_{4,5} = 3{,}(5)$	$V_{4,5} = 3{,}771236166$
$R_i = R_O = 4$	$V_4 = 1{,}(3)$	$V_4 = 4{,}0$	$V_4 = 4{,}216370214$
$R_i = R_* = 3{,}794733192$	$V_* = 1{,}315660185$	$V_* = 4{,}216370214$	$V_* = 4{,}416869874$
$R_i = 3{,}5$	$V_{3,5} = 1{,}204677209$	$V_{3,5} = 4{,}571428571$	$V_{3,5} = 4{,}727494722$
$R_i = 3{,}1$	$V_{3,1} = 0{,}655120276$	$V_{3,1} = 5{,}161290323$	$V_{3,1} = 5{,}202701256$
$R_i = R_H = 3$	$V_3 = 0{,}0$	$V_3 = 5{,}(3)$	$V_3 = 5{,}(3)$
При движении от R_H до R_B (отталкивание) ↑			

Скорость движения от т. *B* (самая удалённая точка от *Центра M*) постепенно увеличивается и в т. *H* (самая близкая точка от *Центра M*) становится наибольшей. При дальнейшем движении всё происходит в обратном порядке: при движении от т. *H* скорость постепенно уменьшается и в т. *B* становится наименьшей. В апогее (т. *B*) скорости тангенциальная и орбитальная становятся равными

$$V_{DB} = V_{TB} = 2{,}(6)\ \text{см/с},$$

а в перигее (т. *H*) скорости тангенциальная и орбитальная становятся равными

$$V_{DH} = V_{TH} = 5{,}(3)\ \text{см/с}.$$

Итак, материальная точка массы *m* обращается вокруг центральной тяжёлой массы *M* и одновременно с обращением осуществляет колебательное движение между точками *B* и *H* вдоль радиус-вектора, рис. 4 и 5.

Колебательный процесс осуществляется между окружностями радиусов R_B и R_H, рис. 5, причём слева от линии апсид радиальная скорость V_{Ri} точки *m* направлена в *Центр* (тело приближается к *Центру M*), а справа от линии апсид радиальная скорость точки *m* направлена от *Центра* (тело удаляется от *Центра M*). На радиусе R_O (так называемом – параметре орбиты) центростремительная сила И. Ньютона равна центробежной силе Х. Гюйгенса.

Период обращения обычно определяется уточнённым выражением И. Кеплера

$$T^2 = \frac{4p^2A^3}{g\sum M},$$

а также справедливы равенства:

$$T = \frac{2pA}{V_{DA}} \text{ или } T^2 = \frac{4p^2A^3}{V_{TO}^2R_O} = \frac{4p^2A^3}{V_{DA}^2A} = \frac{4p^2A^2}{V_{DA}^2}.$$

Общая формула, связывающая время и пройденный телом путь вдоль радиуса можно представить следующим выражением:

$$t = \sqrt{\frac{A}{V_{TO}^2R_O}} \times \left[2A \times \arcsin\sqrt{\frac{x}{2c}} \pm \sqrt{2c \times x - x^2}\right], \qquad (20)$$

– при движении от апогея, когда $x = R_B - R_i$ ставится знак плюс (+),

– при движении от перигея, когда $x = R_i - R_H$ ставится знак минус (-).

Если $x = 2c = R_B - R_H$, то время движения тела сверху вниз от т. *B* до т. *H*, либо снизу-вверх от т. *H* до т. *B* равно половине периода обращения тела вокруг *Центра M*.

$$\frac{T}{2} = t = \sqrt{\frac{A}{V_{TO}^2R_O}} \times \left[2A\frac{p}{2}\right] = p \times \sqrt{\frac{A^3}{V_{TO}^2R_O}}.$$

Период *обращения* тела вокруг *Центра M* оказывается равен периоду *колебания* тела вдоль радиуса, см (10)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{V_{TO}^2R_O}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R_B + R_H)^3}{8 \cdot V_{TO}^2R_O}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R_B + R_H)^3}{8 \cdot \gamma \sum M}} = 7{,}497364957\,c. \qquad (21)$$

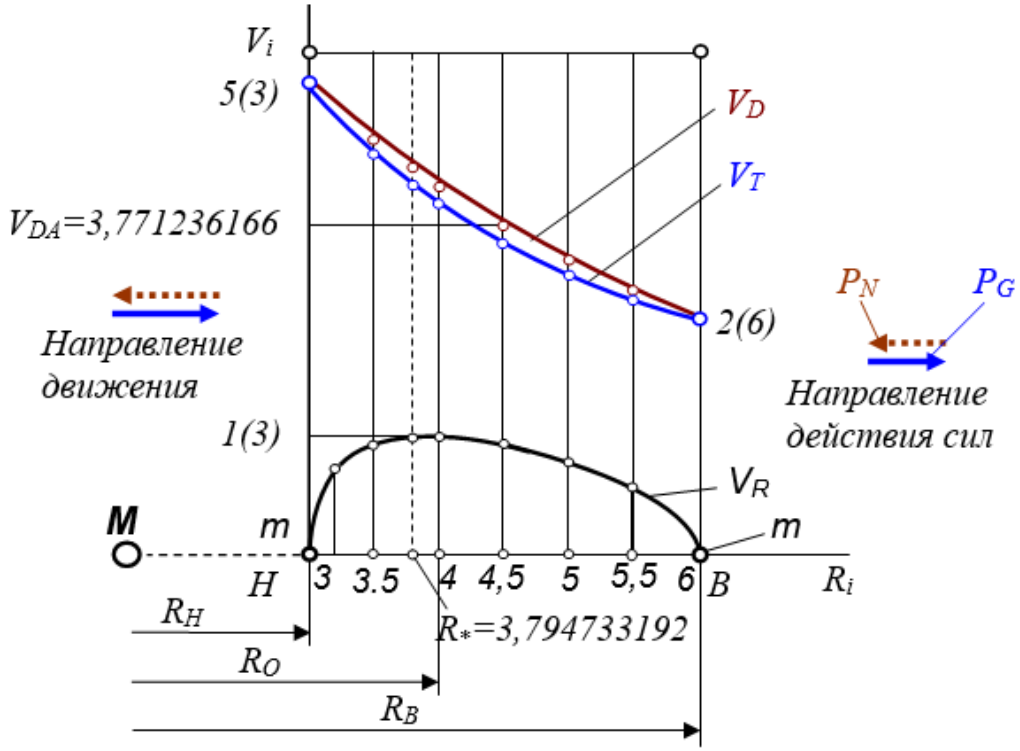


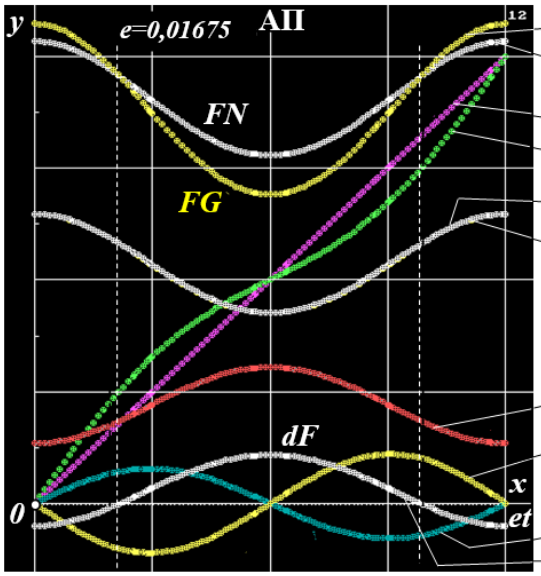
Рис. 7. Изменение всех составляющих скорости тела при одновременном движении тела от точки *B* до точки *H* вдоль радиуса R_i и обращении вокруг *Центра M*, т. е. при одновременном действии сил P_G и P_N

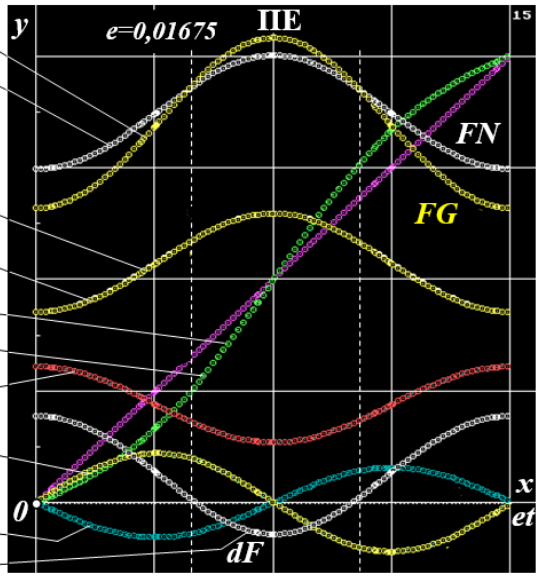
Колебательный или периодический процесс движения тела по орбите можно проследить по графикам, приведённым на рис. 8–13, смотри [7].

На рис. 8, 9 показаны графики *изменения* различных параметров планетной системы «Земля-Луна» (как единой системы, эксцентриситет которой $e = 0{,}01675$ при обращении вокруг Солнца), обращающейся вокруг солнечного *Центра*, в зависимости от времени – τ, или равномерно вращающегося луча проведённого из фокуса орбиты, как равномерно текущего угла времени – et, а на рис. 10 показаны те же графики, в зависимости от равномерно изменяющегося радиуса R_i. Движение начинается от линии апсид, либо от *перигея* (*ПЕ*) к *апогею* (*АП*), либо от *апогея* (*АП*) к *перигею* (*ПЕ*), см. рис. 5.

Эксцентриситет ($e = 0{,}01675$) орбиты при обращении системы «Земля-Луна» вокруг солнечного *Центра* мал, точки графиков численно различных $V_{ОРБ}$, $V_{ОКР}$, и других функций сливаются при пропорциональном отображении графиков. Поэтому чтобы увидеть, как *качественно* изменяются интересующие нас параметры, *некоторые* графики скорректированы, т. е. сознательно растянуты по оси *y* для наглядности.

Для *искусственной* (предполагаемой Земной) орбиты с эксцентриситетом $e = 0,(3)$, на рис. 11 показаны графики в зависимости от равномерно текущего угла времени – et при начале движения от *апогея* (*АП*) к *перигею* (*ПЕ*), а на рис. 12 и 13 показаны те же графики, при начале движения от *перигея* (*ПЕ*) к *апогею* (*АП*). На рис. 12 показаны графики, в зависимости от равномерно изменяющегося радиус-вектора – R_i, проведённого из фокуса орбиты к обращающемуся телу, а на рис. 13 – в зависимости от равномерно текущего времени – τ, или равномерно вращающегося луча, как равномерно текущего угла времени – et. Графики изображены за период *одного оборота* тела вокруг солнечного *Центра*. (Необходимо отличать вековые колебания небесных тел от периодических!). На всех рисунках 8–13, показаны *изменения* следующих параметров: всех составляющих скорости движения тела ($V_{ОРБ}$, $V_{ОКР}$, $V_{РАД}$); сил F_N, F_G и их разности dF и углов φ_i и et и их разности $d\varphi$, а именно: F_N – сила *центростремительная*; F_G – сила *центробежная*; разница сил центростремительной и центробежной $dF = F_N - F_G$ – сила, которая в действительности действует на небесное тело в любой момент времени; φ_i – текущий угол текущего радиус-вектора R_i, соответственно конкретному времени τ_i (или углу et) с момента начала движения; момента начала отсчёта, где T – период обращения небесного тела вокруг солнечного *Центра*, τ_i – текущее время с начала отсчёта движения тела; ($d\varphi = \varphi_i - et$) – разница между углом φ_i поворота радиус-вектора R_i и углом et равномерно вращающегося луча времени с начала отсчёта движения тела от линии апсид. На всех рисунках 8 – 13 вверху на поле рисунков показан эксцентриситет орбиты e, при котором получены графики. Кроме того, на рисунках сверху над средней вертикальной линией указано *АП* (апогей) или *ПЕ* (перигей) орбиты. Эта вертикаль указывает значения пара- метров, когда планета находится на линии апсид в апогее или перигее орбиты, а начало отсчёта или движение тела, напротив, началось либо в перигее орбиты, либо в апогее орбиты и там же и закончилось, совершив один полный оборот вокруг тяжёлого *Центра*. Графики построены с помощью авторской программы в среде Turbo Pascal 7.





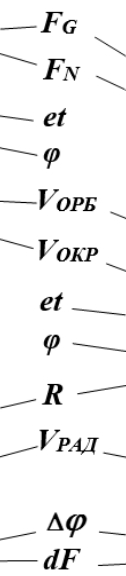
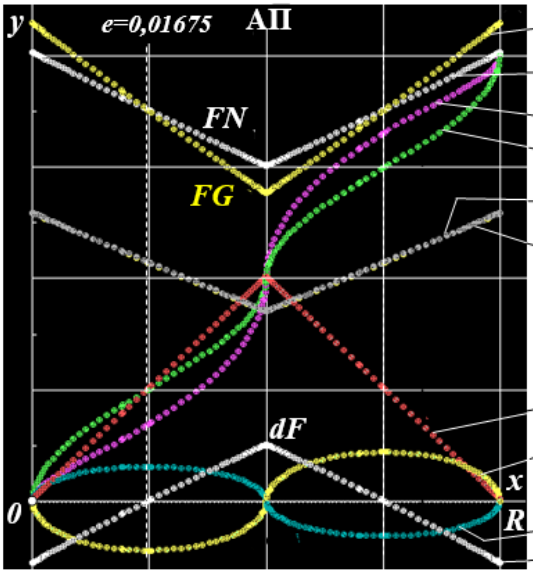
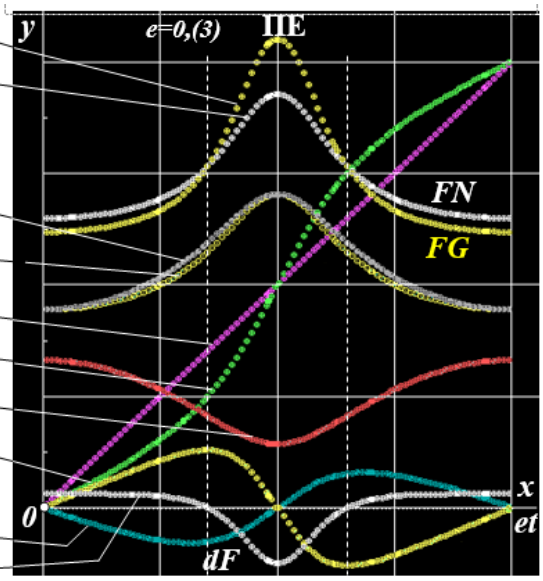


Рис. 8. Движение от ПЕ к АП

Рис. 9. Движение от АП к ПЕ





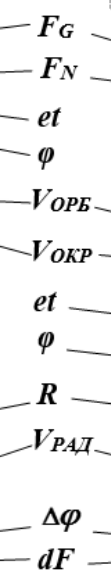
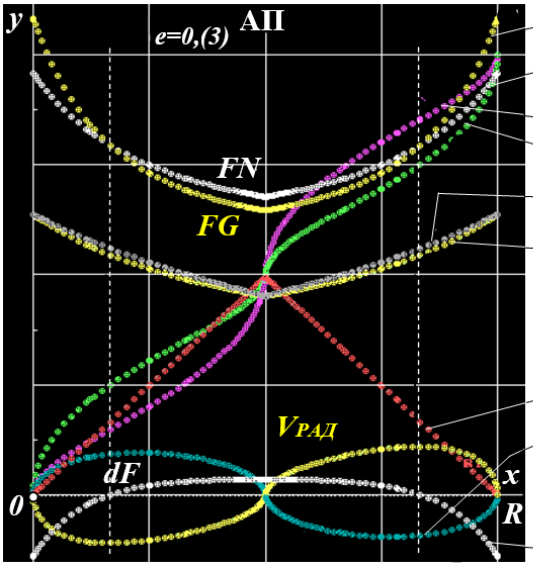
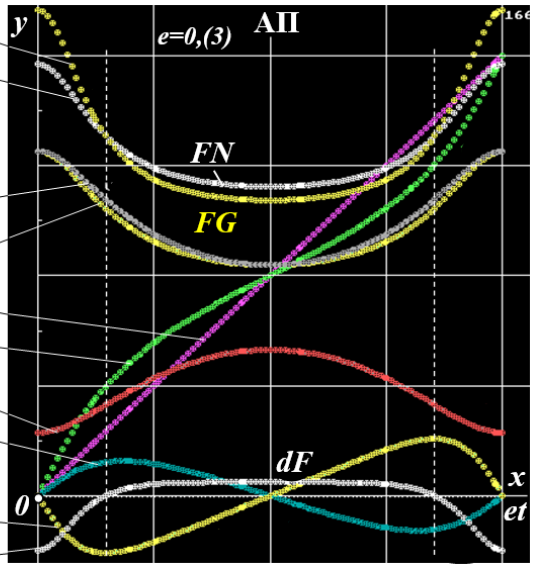


Рис. 10. Движение от ПЕ к АП

Рис. 11. Движение от АП к ПЕ





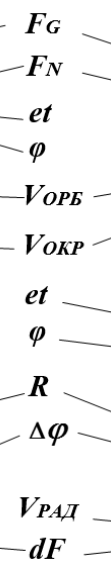


Рис. 12. Движение от ПЕ к АП

Рис. 13. Движение от АП к ПЕ

Теперь вернёмся к *первой* задаче, чтобы привлечь, внимание к ранее проведённому исследованию и обнаружить, что мы повторяем в *последовавших* задачах уже сделанные исследования, но на другом «предмете» и на другом уровне. Там у нас тело массой m было в «объятиях», двух потенциальных систем, где с одной стороны на массу m действовало гравитационное поле Земли, а с другой стороны – свойство упругого стержня или пружины. В обоих случаях тело массой m, как видим, находится в «ловушке» у двух потенциальных линейных систем. Там мы обнаружили и точку равновесия, когда вес тела (сила тяжести mg) уравновешен силой пружины (квазиупругой силой kx) и полное отсутствие равенства этих сил на всём пути колебания тела (кроме точки равновесия), когда оно выведено из состояния равновесия какой-либо внешней или присущей телу внутренней причиной. Мы видели, как две потенциальные системы, «вцепившись» в тело массой m, «таскали» его в колебательном процессе, перекачивая потенциальную энергию из одной системы в другую посредством кинетической энергии движущегося тела массы m, и, таким образом, компенсируя неодинаковость законов изменения своих энергий от пройденного телом расстояния, отсчитанного от точки равновесия. И теперь, в нашем новом (или последовавшем) исследовании *центростремительная* и *центробежная* силы равны только на радиусе R_O, т. е., есть также «точка равновесия», но не одна, а, подтверждая изотропность окружающего *Центр М* пространства, – геометрическое место точек, равноудалённых от центра, (в общем случае от барицентра системы) тяжёлой массы M – окружность радиуса R_O – расстояние между массами, на котором обнаруживается равенство *центростремительной* и *центробежной* сил.

Поэтому, основатель закона инерции в механике Г. Галилей не «ошибался» (как полагают некоторые исследователи), когда писал, что «для планет движением по инерции является равномерное круговое движение». «Степень скорости, обнаруживаемая телом, – писал Г. Галилей, – нерушимо лежит в самой его природе, в то время как причины ускорения или замедления являются внешними». В «Диалоге» он пишет: «Круговое движение естественно (т. е. без внешнего вмешательства) присуще телам, составляющим Вселенную…».

Аналогично тому, как при движении проводника в магнитном поле перпендикулярно магнитным силовым линиям в нём возникает электрический ток, а также и сопутствующие этому силовые взаимодействия, так и при движении тела массой *m* перпендикулярно силовым линиям гравитационного поля возникает центробежная сила, отодвигающая данное тело от центра.

Небесное тело находится под действием *центростремительной* силы гравитации И. Ньютона, однако не падает к центру, потому что движется перпендикулярно силовым линиям, сходящимся в силовом центре, и, тем самым, пробуждает в природе «дремлющие» силы, которые отталкивают или «оттаскивают» это тело от центра вращения, а точнее, пробуждает ту самую *реальную центробежную* силу Х. Гюйгенса, о которой и идёт здесь речь, и которую в предыдущем исследовании «заменяла» квазиупругая сила пружины.

Забвение *центробежной силы* при исследовании движения небесных тел неоправданно. *Центробежная* и *центростремительная* силы – *главные силы* одного порядка, действующие на небесное тело, обращающееся вокруг *Центра*. В сложившейся *Солнечной системе* силы от других небесных тел не могут на равных соперничать с ними, они лишь возмущают естественное движение тела.

Предложенный метод исследования движения небесных тел упрощает расчёты, благодаря использованию простых алгебраических выражений, вместо решения системы сложных дифференциальных уравнений, хотя и описывающих движение тела, но являющихся всего лишь следствием реальных причин движения.

Список литературы

1. Грэнвиль В. Курс дифференциального и интегрального исчислений / В. Грэнвиль, Н. Лузин. – М.-Л.: Гос техн.-теоретич. изд-во, 1933. – Ч. 1. – 588 с.

2. Дингельдей Ф. Сборник упражнений и практических задач по интегральному исчислению. – М.-Л.: Гос. техн.-теоретич. изд-во, 1933. – 399 с.

3. Курендаш Р.С. Конструирование пружин. – Киев-М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроительной литературы, 1958. – 108 с.

4. Kulik V.I. About oscillatory motion of celestial bodies or two bodies problem (towards solution of two mass system) // Study and application on new technology. – Harbin Engineering University Press, 1994.

5. Кулик В.И. Расчёт шпиндельного узла по критерию параметрической виброустойчивости: Методические указания к выполнению раздела курсовых и контрольных работ для студентов дневного и заочного обучения специальностей 120100, 120200, 120900. – Изд-во Хабар. Гос. Техн. Ун-та, 2002. – 19 с.

6. Кулик В.И. Организация планет в солнечной системе. Структурная организация и колебательные движения планетных систем в многомассовой солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Verlag. – Deutschland: LAP Lambert Academic Publishing, 2014. – 428 с.

7. Кулик В.И. О силах, действующих на небесное тело, и колебательном движении тела, движущегося по орбите, в солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Интерактивная наука. – 2016. – №2.

8. Грэнвиль В. Курс дифференциального и интегрального исчислений / В. Грэнвиль, Н. Лузин. – М.-Л.: Гос техн.-теоретич. изд-во, 1937. – Ч. 2. – 278 с.

Кулик Виктор Иванович – канд. техн. наук, доцент кафедры технологической информатики и информационных систем ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

Kulik Viktor Ivanovich – candidate of engineering sciences, associate professor at the technology informatics and information systems department of FSEI of HPE «Pacific National University», Russia, Khabarovsk.

Кулик Иван Викторович – канд. экон. наук, доцент кафедры экономики и менеджмента ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

Kulik Ivan Viktorovich – candidate of economic sciences, associate professor at the economic and management department of FSEI of HPE «Pacific National University», Russia, Khabarovsk.
