(cc) BY

Каменева Анастасия Евгеньевна
магистрант
Горбунова Алина Викторовна
студентка
ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный
технический университет им. Г.И. Носова»
г. Магнитогорск, Челябинская область

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

***Аннотация**: в данной статье авторами рассматривается понятие «интерполяция» с точки зрения математики, а также объясняется ее применение в сфере обработки изображений.*

***Ключевые слова**: обработка изображений, интерполяция.*

Интерполяция – операция приближения функции, заданной в отдельных точках внутри некоторого заданного промежутка. Простейшая задача интерполяции заключается в следующем. На отрезке $[a, b]$ заданы $n+1$ точек x_i (i = 0, 1, 2, …, n), называемые *узлами интерполяции*, и значения некоторой функции *f(x)* в этих точках $f(x_0) = y_0, f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n$. Требуется построить интерполирующую функцию *F(x)*, принимающую в узлах интерполяции те же значения, что и *f(x)*, т.е. $F(x_0) = y_0, F(x_1) = y_1, \dots, F(x_n) = y_n$.

Интерполяционную формулу *y=F(x)* получают различными способами и используют для приближенного вычисления значений данной функции *f(x)* для тех *x*, которые отличны от узлов интерполяции. Такая операция называется интерполяцией функции *f(x)*.

Дискретная модель цифрового изображения размерами $\mathrm{M} \times \mathrm{N}$ представляется в форме следующей матрицы [1]:

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,N\text{-}1) \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ f(M\text{-}1,0) & f(M\text{-}1,1) & \cdots & f(M\text{-}1,N\text{-}1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Элемент данной матрицы называется пикселем и является некоторым вещественным числом. По сути, изображение есть дискретно заданная функция двух переменных, т.е. мы имеем множество точек $\{f(x_i, y_j), i = \overline{0, N}, j = \overline{0, M}\}$.

Для решения таких задач, как изменение размера, смена перспективы, поворот изображения и т. д. используется интерполяция. Интерполяция изображений пытается достичь наилучшего приближения в цвете и яркости пикселя, основываясь на значениях окружающих пикселей.

Рассмотрим наиболее популярные методы интерполяции изображений:

1. Метод ближайших соседей. При этом методе рассматривается пиксель, находящийся в непосредственной близости от обрабатываемого, и информация об этом пикселе используется для создания нового. Это достаточно быстрый метод, хотя и не очень точный. Он не подходит для большей части изображений, содержащих плавные переходы между отдельными участками, поскольку дает в них заметно более зубчатые края.

$$f(x, y) = f\left(x * \frac{W_{old}}{W_{new}}, y * \frac{H_{old}}{H_{new}}\right), \quad (3)$$

где W_{old}, H_{old} – ширина и высота изначального изображения, а W_{new}, H_{new} – конечного.

2. Билинейная интерполяция рассматривает квадрат 2x2 известных пикселя, окружающих неизвестный. В качестве интерполированного значения используется взвешенное усреднение этих четырёх пикселей. В результате изображения выглядят значительно более гладко, чем результат работы метода ближайшего соседа.

Пусть необходимо интерполировать значение функции f в точке P(x,y) и известны значения функции в точках $Q_{11} = (x_1, y_1), Q_{12} = (x_1, y_2), Q_{21} = (x_2, y_1), Q_{22} = (x_2, y_2)$.

Во-первых, производится интерполяция во вспомогательных точках $R_1 = (x, y_1)$ и $R_2 = (x, y_2)$:

$$f(R_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}), f(R_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}).$$

Далее интерполяция проводится между R_1 и R_2 :

$$f(P) \approx \frac{y_2\text{-}y}{y_2\text{-}y_1} f(R_1) + \frac{y\text{-}y_1}{y_2\text{-}y_1} f(R_2).$$

Таким образом, результирующая формула для билинейной интерполяции:

$$f(x,y) \approx \frac{f(Q_{11})}{(x_2\text{-}x_1)(y_2\text{-}y_1)}(x_2\text{-}x)(y_2\text{-}y) + \frac{f(Q_{12})}{(x_2\text{-}x_1)(y_2\text{-}y_1)}(x\text{-}x_1)(y_2\text{-}y) +$$

$$\frac{f(Q_{21})}{(x_2\text{-}x_1)(y_2\text{-}y_1)}(x_2\text{-}x)(y\text{-}y_1) + \frac{f(Q_{22})}{(x_2\text{-}x_1)(y_2\text{-}y_1)}(x\text{-}x_1)(y\text{-}y_1). \quad (4)$$

3. Бикубическая интерполяция рассматривает массив из 16 окружающих пикселей. Бикубическая интерполяция производит значительно более резкие изображения, чем предыдущие два метода, и возможно, является оптимальной по соотношению времени обработки и качества на выходе.

Один из способов бикубического интерполирования – последовательная кубическая интерполяция, значение функции *f* находится по формуле:

$$f(x,y) = [1\ y\ y^2\ y^3]A \begin{bmatrix} f(\text{-}1,\text{-}1) & f(0,\text{-}1) & f(1,\text{-}1) & f(2,\text{-}1) \\ f(0,\text{-}1) & f(0,0) & f(1,0) & f(2,0) \\ f(1,\text{-}1) & f(0,1) & f(1,1) & f(2,1) \\ f(2,\text{-}1) & f(0,2) & f(1,2) & f(2,2) \end{bmatrix} A^T \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Список литературы

1. Каменева А.Е. Градационные преобразования матрицы изображения [Текст] / А.Е. Каменева, А.В. Горбунова // Электронный научный журнал: Сб. статей. – М., 2016. – №3 (3).

2. Маркелов К.С. Модель повышения информативности цифровых изображений на базе метода суперразрешения // Инженерный вестник: Электронный научно-технический журнал. – М., 2013. – №3.