CC BY

Автор:

Кузнецов Сергей Викторович

ученик 6 «А» класса

Руководитель:

Дрожина Валентина Ивановна

учитель математики

МОУ «СОШ №1 п. Пангоды»

пгт Пангоды, ЯНАО

ЛИСТ МЁБИУСА

Аннотация*: исследователями была проделана работа по доказательству некоторых свойств ленты Мёбиуса. Для доказательств были использованы свойства развёртывающихся поверхностей. Изучались свойства ленты на наглядных примерах. Авторы рассмотрели применение лист Мёбиуса в науке, технике и изучение свойств вселенной. Отмечается, что уже сейчас лента Мёбиуса находит различное применение в быту: абразивные ремни для заточки инструментов, красящиеся ремни для печатающихся устройств, ременные передачи, магнитофонные ленты. Кроме того, существует гипотеза, что наша Вселенная вполне вероятно замкнута в ту же самую ленту согласно теории относительности – чем больше масса, тем больше кривизна пространства.*

Ключевые слова*: теория относительности, Август Фердинанд Мёбиус, лента Мёбиуса, развертывающаяся поверхность, топологические свойства, абразивные ремни, красящиеся ремни, кривизна пространства.*

Введение

Лист Мебиуса – символ математики,
Что служит высшей мудрости венцом…
Он полон неосознанной романтики:
В нем бесконечность свернута кольцом.
В нем – простота, и вместе с нею – сложность,
Что недоступна даже мудрецам:
Здесь на глазах преобразилась плоскость

В поверхность без начала и конца.
Здесь нет пределов, нет ограничений,
Стремись вперед и открывай миры,
Почувствуй силу новых ощущений,
Прими познанья высшего дары…

В наше время актуально изучение различных свойств и нестандартных применений.

За последнее столетие большое влияние на ряд совершенно различных областей знания приобрела новая ветвь геометрии – топология. В наше время эта наука бурно развивается и находит применение в различных областях. Однако ей не уделяется должного внимания в школьном курсе геометрии.

Топология не имеет границ. Она проникает не только во все области математики, но и во многие другие науки. Топологию нельзя заключить ни в какие рамки и поэтому мы взяли наиболее интересные (как нам кажется) факты.

У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое «поверхность». Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии?

Да! Это односторонняя поверхность.

Пример топологии – таинственный и знаменитый *лист Мебиуса*.

Во многих парках и скверах и даже в художественных музеях можно встретить необычный круг-ленту. У входа в Музей истории и техники в Вашингтоне медленно вращается на пьедестале стальная лента, закрученная на полвитка. Что это за лента и почему она вызывает такой интерес у художников и скульпторов? Оказывается это лента Мебиуса и имеет самое прямое отношение к математике, а точнее к геометрии. Нам захотелось как можно больше узнать о листе Мебиуса еще и потому, что эту ленту часто называют загадочной.

Кроме того существует гипотеза, что наша Вселенная, вполне вероятно, замкнута в ту же самую ленту согласно теории относительности – чем больше

масса, тем больше кривизна пространства. Более того, эта теория полностью согласуется с теорией относительности Энштейна и его предположением, что космический корабль, всё время летящий прямо, может вернуться к месту старта, что подтверждает неограниченность и конечность Вселенной. Из этого можно сделать вывод о реальности теории зеркальных миров – ведь астронавты, совершившие путешествие по ленте Мёбиуса и вернувшиеся в исходную точку, превратятся в исходных своих двойников. Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе является фрагментом ленты Мебиуса и только поэтому генетический код так сложен для расшифровки и восприятия. Такая структура вполне логично объясняет причину наступления биологической смерти – спираль замыкается сама на себе и происходит самоуничтожение. Или аннигиляция, как подтверждают физики. Они также утверждают, что все оптические законы основаны на свойствах ленты Мёбиуса, в частности отражение в зеркале. Это своеобразный перенос во времени, краткосрочный, длящийся сотые доли секунды, ведь мы видим перед собой зеркального своего двойника.

1. Цели, задачи, методика исследования

Актуальность исследования.

Тема исследования листа Мёбиуса, является актуальной, так как в последнее столетие большое влияние на ряд совершенно различных областей знания приобрела ветвь геометрии – топология. На основе этих секретов создано много полезных вещей и изобретений, поэтому изучение этих секретов просто необходимо. Сегодня в математическую жизнь вошла компьютерная геометрия, позволяющая представить сложные математические модели. Бумажное моделирование развивает умственные способности и пространственное воображение, т.к. на пальцах рук находится много нервных окончаний, влияющих на мозговую деятельность. И это полезно тем учащимся, у которых недостаточно развито пространственное воображение.

Мы выбрали тему листа Мёбиуса, потому что считаем, что она имеет наиболее важное научное и практическое значение и просто интересна для ученика. В своей работе мы рассмотрели ленту Мёбиуса и её применение в науке, технике.

Уже сейчас лента Мёбиуса находит различное применение в быту: абразивные ремни для заточки инструментов, красящие ремни для печатающих устройств, ременные передачи и т. д. Самое интересное когда мы начинаем разрезать ленту Мёбиуса. Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и для графического искусства. Нас так заинтересовал этот лист, что мы стали искать про него разную информацию и проводить с ним разные опыты, о результатах которых вам расскажем в своей работе.

Цель: изучить разнообразные свойства листа (ленты) Мёбиуса как одного из объектов топологии.

Задачи:

1) познакомиться с понятием «топология»;

2) собрать всевозможную информацию о листе Мебиуса;

3) исследовать опытным путем свойства листа Мебиуса;

4) найти области применения ленты Мёбиуса на практике;

5) сделать выводы на основании полученной информации;

Предмет исследования: Лист (лента) Мёбиуса.

Объект исследования: свойства и использование на практике листа Мебиуса.

Гипотеза: удивительные свойства ленты Мёбиуса используются в самых различных изобретениях;

миллионы людей во всех частях света даже не подозревают, что они каждый день используют ленту Мёбиуса.

Новизна работы заключается в том, что учащиеся 6-х классов нашей школы выявлением свойств листа Мёбиуса ранее не занимались.

Методы исследования:

– практический;

– работа с литературой;

– работа с источниками всемирной сети Интернет.

2. Из истории

В середине XIX столетия появилось новое течение в геометрии – топология. «Топология» в переводе с греческого «topos» – место и «логос» – наука.

Топология – наука, изучающая непрерывные среды и пространство. Это название ей дал Иоганн Листинг, профессор Геттингенского университета.

Образцом топологического свойства объекта служит наличие дырки у бублика (причем, дырка не является частью бублика). Какую бы непрерывную деформацию ни претерпел бублик, дырка останется. Существует крылатая фраза, что тополог (математик, занимающийся топологией) – это человек, не отличающий бублик от чайной чашки. Это означает, что наиболее общие (топологические) свойства бублика и чашки одинаковы (они телесны и имеют одну дырку). Началом рождения новой науки топологии стал Момент открытия Листа Мёбиуса.

Лист Мёбиуса изобрели независимо друг от друга в 1858 году немецкие учёные – математик и астроном Август Фердинан Мебиус, ученик «короля математиков» К. Гаусса в Геттигенском университете, и математик и физик Иоганн Бенедикт Листинг.

Август Фердинанд Мёбиус (17.11.1790–26.09.1868), немецкий геометр и астроном, профессор Лейпцигского университета. Родился в Шульпфорте. Некоторое время под руководством К. Гаусса изучал астрономию. С 1816 г. начал вести самостоятельные астрономические наблюдения в Плейсенбургской обсерватории, в 1818 г. стал её директором, позже – профессором Лейпцигского университета. Известны труды по проективной геометрии. В частности, впервые ввёл систему координат и аналитические методы исследования, установил существование односторонних поверхностей (листов Мёбиуса), многогранников, для которых неприменим «закон рёбер» и которые не имеют объёма. Мёбиус – один из основоположников теории геометрических преобразований, а также топологии, теории векторов и многомерной геометрии. Получил важные результаты в теории чисел (функция Мёбиуса).

Наверное, так часто бывает – одна и та же яркая идея появляется у разных людей примерно в одно и то же время.

Именно Мёбиус и Листинг впервые обратили внимание многих на этот удивительный объект и описали его свойства.

У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое «поверхность». Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии?

Один край и одна сторона листа Мёбиуса не связаны с его положением в пространстве, с понятиями расстояния

Удивительные свойства ленты Мёбиуса используются в самых различных изобретениях.

Миллионы людей во всех частях света даже не подозревают, что они каждый день используют ленту Мёбиуса.

Лист Мёбиуса находит многочисленные применения в науке, технике и изучении свойств Вселенной.

В 2003 году японские учёные смогли получить в лабораторных условиях односторонние кристаллы в форме мёбиусной ленты.

В 2010 году на Международном автомобильном конкурсе нашумел автомобиль по проекту Мебиуса от TommasoGecchelin. При проектировке нового высокотехнологичного автомобиля удалось добиться практически идеального сочетания великолепного интерьера и экстерьера кузова, применение виртуальных технологий в лобовом стекле делает его почти невидимым. Интерьер кабины также возможно будет оснащен микрокамерами для повышения уровня защиты и безопасности вождения.

Совсем недавно ей нашли другое применение – она стала играть роль пружины, вот только пружины особенной. Как известно взведённая пружина срабатывает в противоположном направлении. Лист Мёбиуса же, вопреки всем зако-

нам, направление срабатывания не меняет, подобно механизмам с двумя устойчивыми положениями. Такая пружина могла бы стать бесценной в заводных игрушках – её нельзя перекрутить, как обычную – своего рода вечный двигатель.

Рис. 1

3. Лента Мёбиуса. Практические опыты

Лента Мёбиуса – бумажная лента, повёрнутая одним концом на пол-оборота (то есть на 180 градусов), и склеенная с его другим концом.

Поверхность ленты Мёбиуса имеет только одну сторону. Это легко проверить.

Опыт 1.

Возьмите карандаш и начните закрашивать ленту в каком-нибудь направлении. Вскоре вы вернётесь в то место, откуда начали. А теперь поглядите внимательно: закрашенной оказалась вся лента целиком! А ведь вы её не переворачивали, чтобы закрасить с другой стороны. Да и не смогли бы перевернуть, потому как поверхность ленты Мёбиуса – односторонняя.

Рис. 1

Рис. 2

Из этого следуют удивительные превращения ленты.

Опыт 2.

Если разрезать её вдоль, точнее посередине – получится не две, а одна лента.

Рис. 4

Опыт 3.

А вот если разрезать ленту на расстоянии 1/3 её ширины от края, то получаются два кольца – но! – одно большое и сцепленное с ним маленькое.

Рис. 5

Опыт 4.

Если же разрезать ещё и маленькое кольцо вдоль посередине, то у вас окажется весьма «затейливое» переплетение двух колец – одинаковых по размеру, но разных по ширине.

Рис. 6

Рис. 7

Опыт 5.

Если же перед склеиванием ленты перекрутить её два раза (то есть на 360 градусов), то поверхность будет уже двусторонней. И чтобы закрасить всё кольцо целиком, вам придётся непременно перевернуть ленту на другую сторону.

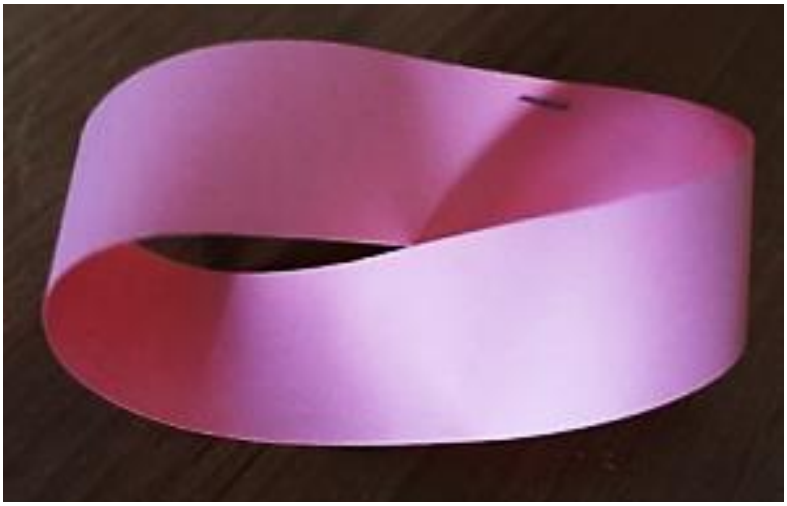

Рис. 8

Опыт 6.

Если разрезать её вдоль посередине, то вы получите два одинаковых кольца, но опять же сцепленных между собой.

Рис. 9

Опыт 7.

А разрезав каждое из них ещё раз вдоль посередине, вы обнаружите уже четыре кольца, соединённых друг с другом. Можно теперь рвать эти кольца по очереди, и каждый раз оставшиеся по-прежнему будут сцеплены вместе.

Рис. 10

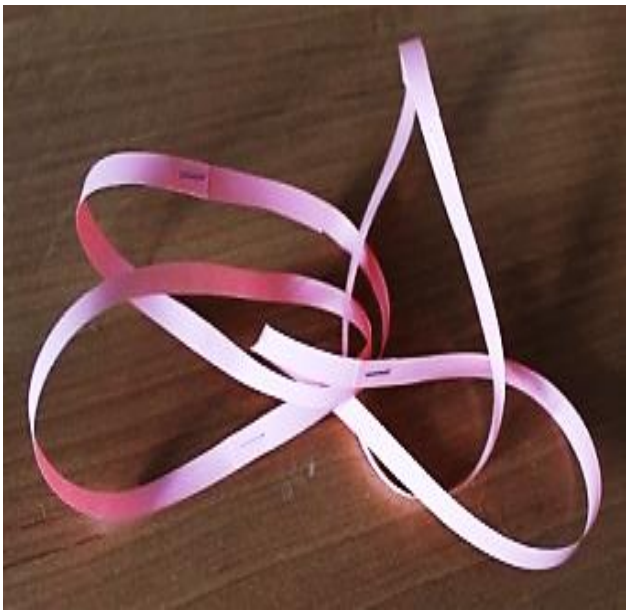

Рис. 11

Можно провести ещё немало опытов с перекручиванием ленты на три, четыре, пять, шесть оборотов и с последующим разрезанием кольца вдоль посередине и на расстоянии в 1/3 ширины от края, и в 1/4 … Но усложнение эксперимента часто не приводит к более эффективным результатам. Недаром говорится: «Просто, как всё гениальное». Видимо, верно и обратное утверждение: «Гениально, как всё простое».

И действительно, простая полоска бумаги, но перекрученная всего лишь раз и склеенная затем в кольцо, сразу же превращается в загадочную ленту Мёбиуса и приобретает удивительные свойства.

Главная ценность листа Мёбиуса состоит в том, что он дал толчок новым обширным математическим исследованиям. Его часто считают символом современной математики.

Лист Мёбиуса считают символом современной математики, так как именно он дал толчок Лист Мёбиуса – первая односторонняя поверхность, которую открыл учёный. Позже математики открыли ещё целый ряд односторонних поверхностей. Но эта – самая первая, положившая начало целому направлению в геометрии, по прежнему привлекает к себе внимание учёных, изобретателей, художников и даже школьников.

4. Топологические свойства Ленты Мёбиуса

1. Односторонность – топологическое свойство листа Мёбиуса, характерное только для него.

2. Непрерывность – с топологической точки зрения круг неотличим от квадрата, потому что их легко преобразовать один в другой, не нарушая непрерывность. На листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой. Разрывов нет – непрерывность полная.

3. Связность – чтобы разделить квадрат на две части, нам потребуется только один разрез. Но вот чтобы располовинить кольцо, потребуется уже два разреза. Что касается листа Мёбиуса, то количество связей меняется в зависимости от смены количества оборотов ленты: если один оборот – двусвязен, если два оборота – односвязен, если три – двусвязен и т. д. Связность принято оценивать числом Бетти, или иногда пользуются эйлеровой характеристикой.

4. Ориентированность – свойство, отсутствующее у листа Мёбиуса. Так, если бы человек смог пропутешествовать по всем изгибам листа Мёбиуса, то когда он вернулся бы в исходную точку, он превратился в своё зеркальное отражение.

5. «Хроматический номер» максимальное число областей, которые можно нарисовать на поверхности так, чтобы каждая из них имела общую границу со всеми другими. Хроматический номер листа Мёбиуса равен шести.

5. Выводы

На основании полученных результатов, сделали следующие выводы: изучив литературу, касающуюся данной темы, мы подтвердили выдвинутую гипотезу;

односторонние поверхности существуют. Нами была проделана работа по доказательству некоторых свойств ленты Мёбиуса. Изучались свойства ленты на наглядных примерах.

Уже сейчас лента Мёбиуса находит различное применение в быту: абразивные ремни для заточки инструментов, красящие ремни для печатающих устройств, ременные передачи, магнитофонные ленты и т. д.

Нами была проделана работа по доказательству некоторых свойств ленты Мёбиуса. Для доказательств были использованы свойства развёртывающихся поверхностей. Изучались свойства ленты на наглядных примерах.

Мёбиус сделал своё удивительное открытие очень давно, но, несмотря на это, оно очень популярно в наши дни.

Лист Мёбиуса – желтая страница,
Односторонний сказочный маршрут,
Летит метелью, песенкой, синицей,
Бульварной лентой, склеенный лоскут.
Эх, Мёбиус, спасибо за науку!
Поверхность одинокой стороны
Подобна закольцованному звуку,
Вибрацией неоновой струны.

С древних времён человечество сталкивалось с неизвестными загадочными явлениями. На сегодняшний день часть этих явлений разгадана наукой. Разгадка других явлений ещё предстоит. Однако, логика познаний такова, что чем больше мы узнаём, тем больше возникают новые загадки.

Думаю, что в будущем по мере дальнейшего развития научно-технического прогресса, мы столкнёмся с новыми неизвестными загадочными явлениями.

Примечание: авторами получено согласие и разрешение на размещение фотографий.

Список литературы

1. Марчукова С.М. Флатландия и трёхмерный мир. – СПб: СМИО Пресс, 2006. –192 с.

2. Шарыгин И.Ф. Наглядная геометрия. 5–6 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений / И.Ф. Шарыгин, Л.Н. Ерганжиева. – 14-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012. – С. 189.

3. Энциклопедия для детей «Математика». – М.: Аванта+, 2001. – С. 111–112.

4. Лента Мёбиуса. Вариации на старую тему [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://arbuz.uz/t_lenta.html

5. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.frei.ru/golos/books/

6. Chat.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://umiranie.chat.ru/sphere.htm

7. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.websib.ru/noos/math/listmebiusa/