(cc) BY

Автор:

Шакирова Ризаля Зуфаровна

ученица 8 класса

Руководитель:

Шакирова Лилия Фаритовна

учитель математики

МБОУ «Именьковская СОШ»

Лаишевского муниципального района Республики Татарстан

с. Именьково, Республика Татарстан

СХЕМА ГОРНЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ

Аннотация*: содержание текстов Основного государственного экзамена показало, что материал учебника не достаточен для успешной сдачи экзамена. Знаний, полученных на школьных уроках, хватает только для решения примеров из части 1. Данная работа освещает решение уравнений высших степеней схемой Горнера. Этот материал позволяет решать уравнения высших степеней не способом группировки многочленов, а более рациональным путем, экономящим время.*

Ключевые слова*: уравнения высших степеней, схема Горнера, бином, коэффициент.*

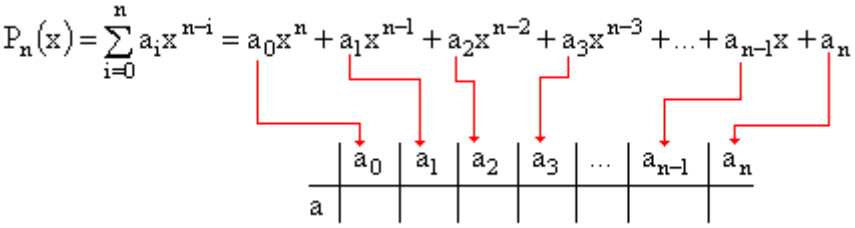
Задания, содержащие уравнения высших степеней, в последние годы стали появляться в ОГЭ. Большинство учащихся с трудом справляются с решением уравнений со степенью выше 3, поскольку в школьном курсе алгебры при непрофильном обучении отводится этой теме малое количество времени, но умение решать такие уравнения необходимо при написании экзамена в форме ОГЭ, причем математика является обязательным для сдачи предметом. Рассмотрим решение уравнений высших степеней, используя метод деления с помощью схемы Горнера.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Схема Горнера – способ деления многочлена

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-i} = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

на бином *x*-*a*. Работать придётся с таблицей, первая строка которой содержит коэффициенты заданного многочлена. Первым элементом второй строки будет число *a*, взятое из бинома *x*-*a*:



После деления многочлена n-ой степени на бином *x*-*a*, получим многочлен, степень которого на единицу меньше исходного, т.е. равна *n*-1. Разберем на примере.

Дано уравнение:

$$x^4 = (2x - 3)^2.$$

Решение:

$$x^4 = 4x^2 - 12x + 9;$$

$$x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = 0.$$

Методом подбора найдем один корень. Обычно он является делителем свободного члена. В данном случае делителями числа *–9* являются *±1*, *±3*, *±9*.

Подставим число *1*: 1 – 4 + 12 – 9 = 0. Мы выяснили, что число *1* является корнем уравнения. Если бы делитель *1* не подошел, то мы бы проверяли все делители, пока не нашли тот, который бы являлся корнем.

Мы нашли один из корней многочлена. Корнем многочлена является *1*, а значит, исходный многочлен должен делиться на *x – 1*. Для того, чтобы выполнить деление многочленов, воспользуемся схемой Горнера:

	1	0	–4	12	–9
1					

В верхней строке выставляются коэффициенты исходного многочлена. В первой ячейке второй строки ставится найденный нами корень *1*. Во второй

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

строке пишутся коэффициенты многочлена, который получится в результате деления. Они считаются так.

Во вторую ячейку второй строки запишем число *1*, просто перенеся его из соответствующей ячейки первой строки:

	1	0	–4	12	–9
1	*1*				

1*1 + 0 = 1

	1	*0*	–4	12	–9
1	*1*	*1*			

1*1 + (–4) = –3

	1	0	*–4*	12	–9
1	1	*1*	*–3*		

1*(-3) + 12 = 9

	1	0	–4	*12*	–9
1	1	1	*–3*	*9*	

1*9 + (–9) = 0

	1	0	–4	12	*–9*
1	1	1	–3	*9*	*0*

Последнее число – это остаток от деления. Если он равен *0*, значит, мы все верно посчитали.

Таким образом, мы исходный многочлен разложили на множители:

$$x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = (x-1)(x^3 + x^2 - 3x + 9). \ (1)$$

Продолжим поиск корней. Теперь уже нужно искать корни многочлена $(x^3 + x^2 - 3x + 9)$. Опять-таки, корни этого многочлена ищут среди делителей его свободного члена, – числа *9*. Попробуем ещё раз проверить число *1*. Новую таблицу составлять не будем, а продолжим использование предыдущей таблицы, т.е. допишем в нее еще одну строку:

	1	0	–4	12	–9
1	1	1	–3	9	0
1	1	2	–1	8	

Как видите, значение многочлена $(x^3 + x^2 - 3x + 9)$ при x=1 равно *8* (последнее число в третьей строке), а не *0*, посему единица не является корнем данного многочлена. Так как проверка для единицы окончилась неудачей, проверим

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

значение x=-1. Третью строку, в которой проверялось значение 1, выделим красным цветом и в дальнейших рассуждениях использовать её не будем.

	1	0	–4	12	–9
1	1	1	–3	9	0
1	1	2	–1	8	
–1	1	0	–3	12	

Таким образом, продолжаем искать корней многочлена $(x^3 + x^2 - 3x + 9)$, пока не нашли ее.

	1	0	–4	12	–9
1	1	1	–3	9	0
1	1	2	–1	8	
–1	1	0	–3	12	
3	1	4	9	36	
–3	1	–2	3	0	

Итак, число *-3* является корнем многочлена $(x^3 + x^2 - 3x + 9)$. Этот результат можно записать так:

$$(x^3 + x^2 - 3x + 9) = (x + 3)(x^2 - 2x + 3) \qquad (2)$$

Учитывая равенство (2), равенство (1) можно переписать в такой форме:

$$x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = (x - 1)(x + 3)(x^2 - 2x + 3). \qquad (3)$$

И теперь, всего лишь, осталось найти корни квадратного уравнения

$$(x^2 - 2x + 3) = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8.$$

$D < 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет корней.

Итак, корни данного уравнения: *–3*; *1*.

Список литературы

1. Высоцкий И.Р. ОГЭ 2016. Математика. 3 модуля. Основной государственный экзамен. 50 вариантов типовых тестовых заданий. – И.Р. Высоцкий [и др.]; под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2016. – 114 с.

2. Математика. Интенсивный курс подготовки к экзамену / О.Ю. Черкасова, А.Г. Якушев. – М.: Айрис, 1997.

3. Профильное обучение математике старшеклассников: Учебно-дидактический комплекс. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

4. Тумаркин Л.А. История математики. – М., 1975.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)