Сахибназарова Виктория Бахтиёровна
магистрант
ФГАОУ ВО «Самарский государственный
аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королёва (НИУ)»
г. Самара, Самарская область

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ В НЕЦЕНТРАЛЬНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Аннотация: *в данной работе составлена и реализована в виде программного продукта математическая модель, описывающая движение космической тросовой системы в нецентральном гравитационном поле Земли и приведена часть результатов тестового моделирования.*

Ключевые слова: *космическая тросовая система, нецентральное гравитационное поле, математическое моделирование.*

В данной работе происходит моделирование движения космической тросовой системы (КТС) – связки двух космических аппаратов (космический аппарат (КА) и спускаемая капсула (СК)), соединенных тросом длиной в десятки или даже сотни километров [1]. Движение КТС описывается совокупностью дифференциальных уравнений.

Уравнения движения центров масс КА и СК основываются на втором законе Ньютона с учетом действия силы упругости и гравитационной силы.

Уравнения вращательного движения описываются динамическими (1) и кинематическими (2) уравнениями Эйлера [2]:

$$\begin{aligned} I_X \cdot \frac{d\omega_X}{dt} + \omega_Y \cdot \omega_Z \cdot (I_Z\text{-}I_Y) &= \sum M_X, \\ I_Y \cdot \frac{d\omega_Y}{dt} + \omega_X \cdot \omega_Z \cdot (I_X\text{-}I_Z) &= \sum M_Y, \\ I_Z \cdot \frac{d\omega_Z}{dt} + \omega_X \cdot \omega_Z \cdot (I_Y\text{-}I_X) &= \sum M_Z, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\omega_X \cdot \sin\varphi + \omega_Y \cdot \cos\varphi}{\sin\theta},$$
$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_Z - \frac{(\omega_X \cdot \sin\varphi + \omega_Y \cdot \cos\varphi) \cdot \cos\theta}{\sin\theta}, \qquad (2)$$
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_X \cdot \cos\varphi - \omega_Y \cdot \sin\varphi,$$

где I_X, I_Y, I_Z – моменты инерции груза; ω_i и $\sum M_i$ ($i = x,y,z$) – проекции угловых скоростей вращения груза и действующих на него моментов на оси главной связанной системы координат (ССК); ψ, φ, θ – углы Эйлера, определенные относительно ССК; $M_i = M_{elast_i}$, где $\vec{M}_{elast_i}$ – момент от силы упругости троса.

Момент от силы упругости троса ($\vec{M}_{elast_i}$) определяется из выражения $\vec{M}_{elast_i} = \overrightarrow{\Delta R}_e \times \vec{F}_{elast_i}$ (3), где $\overrightarrow{\Delta R}_e$ – радиус-вектор точки крепления троса относительно центра масс концевого тела; $\vec{F}_{elast_i}$ – сила упругости.

Модуль силы упругости определяется односторонним законом Гука:

$$F_{elast} = \begin{cases} \frac{c \cdot (L_{AB} - L)}{L}, \text{при } L_{AB} - L > 0, \\ 0, \text{при } L_{AB} - L \le 0 \end{cases} \qquad (4)$$

где L_{AB} – расстояние между точками крепления троса на КА и на грузе, L – длина выпущенного из механизма троса, $c = ES$ – жесткость троса, E и S – модуль Юнга и площадь поперечного сечения троса.

Уравнения работы механизма управления, записываются в виде:

$$m_{in} \cdot \frac{dV_T}{dt} = F_{elast} - F_c$$
$$\frac{dL}{dt} = V_T \qquad (5)$$

где $F_c = K_L \cdot (L - L_{progr}) + K_V \cdot (V_T - V_{progr})$ – управляющая сила в механизме развертывания, m_{in} – коэффициент инерционности механизма; K_L и K_V – коэффициенты обратной связи системы управления; V_T – скорость троса.

В уравнениях движения как одна из возмущающих сил учитывается гравитационная сила, обусловленная нецентральным гравитационным полем Земли, гравитационный потенциал которого определяется следующим образом:

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots \qquad (6)$$

Для практических исследований гравитационный потенциал записывают с учётом только трёх составляющих потенциала (6), в следующей форме [3]:

$$U=\frac{\mu}{r}+\frac{\varepsilon}{r^3}\left(\frac{1}{2}-\sin^2\varphi\right)+\frac{\chi}{r^5}\left(\sin^4\varphi-\frac{6}{7}\sin^2\varphi+\frac{3}{35}\right), \tag{7}$$

где $\varepsilon=2.634\cdot10^5$ км$^5\cdot$с$^{-2}$, χ=6.773$\cdot10^5$ км$^5\cdot$с$^{-2}$.

В ортогональной геоцентрической системе координат, гравитационные силы имеют вид:

$$\begin{gathered} G_x=m\frac{\partial U}{\partial x}, \\ G_y=m\frac{\partial U}{\partial y}, \\ G_z=m\frac{\partial U}{\partial z}. \end{gathered} \tag{8}$$

Здесь m – масса тела, движение которого исследуется.

Описанная выше математическая модель реализована в программном продукте, позволяющем проводить моделирование с учетом и без учета вращательного движения концевых тел и нецентральности гравитационного поля Земли. Результаты моделирования программа позволяет сохранять в виде таблицы (таблица 1).

Таблица 1

Фрагмент таблицы результатов моделирования

Время	0	500	1000	…
Координата X положения КА	–3312621,323	337577,7029	3885985,043	…
Координата Y положения КА	6588,72	7626,188954	6172,26759	…
Координата Z положения КА	2723982,713	3678798,662	3430296,003	…
Проекция скорости КА на ось X	2975,22	746,1308207	–1706,287791	…
…	…	…	…	…

На рисунке 1 приведен график изменения длины выпущенного троса и график изменения расстояния между КА и СК, в зависимости от времени.

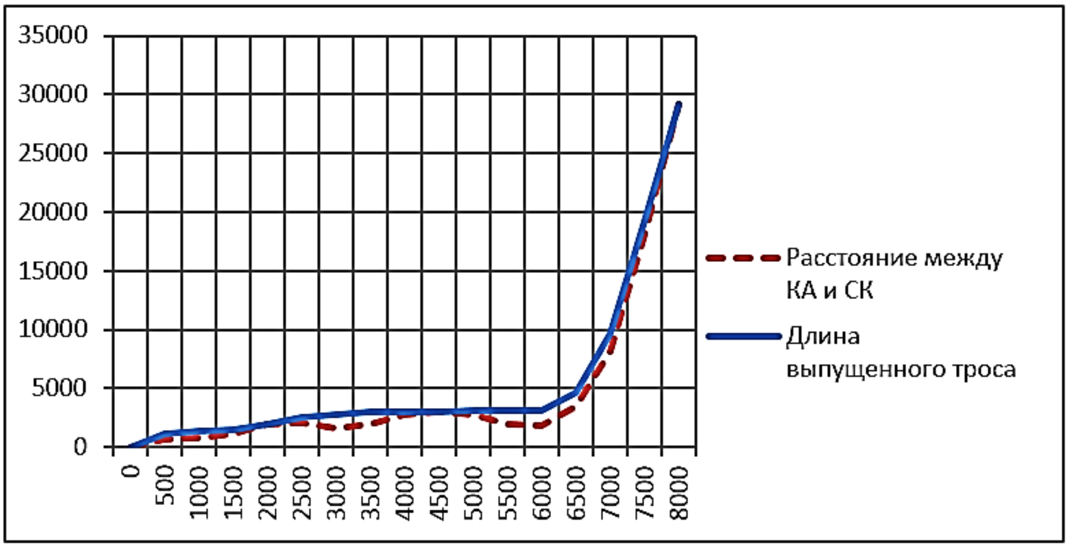

Рис. 1. График зависимости от времени длины выпущенного троса и расстояния между КА и СК

Список литературы

1. Осипов В.Г. Космические тросовые системы: история и перспективы / В.Г. Осипов, Н.Л. Шошунов // Земля и Вселенная – 1998. – №4. – С. 19–29.

2. Заболотнов Ю.М. Анализ пространственного вращательного движения концевого тела при развертывании орбитальной тросовой системы [Текст] / Ю.М. Заболотнов, О.Н. Наумов // Управление и навигация летательных аппаратов. – Самара: СГАУ, 2012. – С. 104–107.

3. Анучин О.Н. Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли / О.Н. Анучин, И.Э. Комарова, Л.Ф. Порфирьев. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. – 326 с.