

Авторы:

Завгородний Станислав Дмитриевич

студент

Швейкин Владислав Витальевич

студент

Танаев Иван Владимирович

студент

Дмитриев Егор Андреевич

студент

ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский

университет им. академика С.П. Королева»

г. Самара, Самарская область

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОТЖИГА ДЛЯ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Аннотация: в данной работе рассматривается вероятностный алгоритм решения задачи глобальной оптимизации при помощи метода отжига. Метод отжига относится к вероятностным методам решения задач оптимизации.

Ключевые слова: оптимизация, градиент, отжиг, алгоритм, функция, метод, экстремум.

Основные понятия

Введем некоторые определения, которые будут использованы в работе.

Определение 1. Оптимизация – процесс максимизации положительных (выгодных) характеристик и минимизации отрицательных.

Определение 2. Целевая функция – функция, устанавливающая зависимость между критерием, по которому производится оптимизация, от неуправляемых и управляемых параметров.

Определение 3. Эвристический алгоритм – алгоритм поиска решения задачи, включающий в себя практический подход, но не дающий гарантированного точного и оптимального результата.

Определение 3. Экстремум – минимальное или максимальное значение функции на множестве.

Определение 4. Градиентный спуск – метод нахождения экстремумов функции при помощи движения вдоль направления градиента.

Введение

Во многих сферах деятельности человека приходится сталкиваться с задачей совершенствования действующих и разработка новых продуктов и технологий. Та или иная цель может быть достигнута разными способами, но не всегда получается добиться наилучшего результата.

Методы оптимизации

Все методы оптимизации можно классифицировать в соответствии с решаемыми задачами. Методы оптимизации можно разделить на две большие группы: локальные методы оптимизации и глобальные. Все обоснованные математические методы оптимизации являются методами локальной оптимизации, который находит экстремум целевой функции в какой-то окрестности. Для нахождения глобального минимума или максимума необходимо найти все экстремумы целевой функции и сравнить их между собой.

Глобальные методы оптимизации имеют дело с множеством экстремумов целевой функции, и решение задачи оптимизации заключается в выявлении тенденции поведения целевой функции. Все существующие методы глобальной оптимизации являются эвристическими, которые обеспечивают разумность поиска оптимального результата, но не имеют строгой математической доказательной базы и в связи с этим не вполне гарантируют оптимальное решение.



Рис. 1. График функции, демонстрирующий локальный и глобальный минимум

Для достижения оптимального решения можно воспользоваться различными алгоритмами оптимизации, в данном случае мы бы хотели рассказать про метод отжига.

Описание алгоритма

Идея метода основана на процессе, отражающем поведение расплавленного материала при применении процедуры управляемого охлаждения (отжига) при температуре, постепенно понижаемой до определенного уровня. В основе метода отжига лежит имитация физического процесса кристаллизации вещества. Каждое вещество имеет кристаллическую решетку, которая представляет собой геометрический образ расположения атомов. Предполагается, что в нагретом до определённой температуры состоянии атомы могут менять свои позиции. При постепенном понижении температуры атом может перейти из одной ячейки в другую. Изменение положения атома происходит с некоторой вероятностью, которая уменьшается при понижении температуры. Процесс завершается при падении температуры до определенного уровня. Если рассматривать положение атомов как состояние системы, процесс изменения энергии – целевая функция, а

устойчивое состояние атома, соответствующее минимуму энергии, как ограничение, то получим задачу оптимизации.

Для описания алгоритма введем некоторые понятия:

S – множество всех состояний системы.

cS – функция изменения состояния.

$S_i \in S$ – состояние системы на i -м шаге.

$S_c \in S$ – новое состояние (кандидат).

T_{\max} – начальная температура.

T_{\min} – минимальная температура.

cT – функция изменения температуры.

K – значение целевой функции.

Система начинает работать с исходного состояния $S_1 \in S$, начальной температуры $t_1 = T_{\max}$ и с заданной минимальной температурой T_{\min} .

Пока $t_i > T_{\min}$ повторять действия:

$$\begin{aligned} S_c &= cS(s_{i-1}) \\ \Delta K &= K(S_c) - K(s_{i-1}) \end{aligned}$$

Если $\Delta K \leq 0$, тогда $s_{i-1} = s_c$.

Иначе ($\Delta K > 0$) принятие нового состояния осуществляется с некоторой вероятностью $e^{(-\Delta/T)}$. Выбрать случайное число R на интервале $(0,1)$. Если $e^{(-\Delta/T)} > R$ осуществить переход $s_{i-1} = s_c$ иначе перейти к следующему шагу.

Снизить температуру $t_{i+1} = cT(i)$.

Вернуть последнее состояние s .

Заключение

Подводя итоги, можно отметить, что метод отжига относится к вероятностным методам решения задач оптимизации, то есть осуществляет случайный выбор между одним или несколькими решениями вместо анализа каждого из них. В достаточно больших системах перебор всех вариантов не эффективен с точки зрения затрат ресурсов и времени, поэтому широкое применение получили вероятностные алгоритмы, дающие не всегда оптимальное решение, но допустимое.

Данный алгоритм имеет схожесть с методом градиентного спуска, за счёт случайного правильного выбора точки претендента, как правило, имеет лучший результат.

Список литературы

1. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. – М.: Физматлит, 2007. – С. 151–154.
2. Джонс М.Т. Программирование искусственного интеллекта в приложениях. – М.: ДМК Пресс, 2004. – С. 25–42.
3. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей. – М.: Издательский дом Вильямс, 2003. – С. 146–148.
4. Есипов Б.А. Методы оптимизации и исследование операций: Учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2007. – 180 с.