

*Авторы:*

**Завгородний Станислав Дмитриевич**

студент

**Швейкин Владислав Витальевич**

студент

**Танаев Иван Владимирович**

студент

**Дмитриев Егор Андреевич**

студент

ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский

университет им. академика С.П. Королева»

г. Самара, Самарская область

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОТЖИГА ДЛЯ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

*Аннотация: в данной работе рассматривается вероятностный алгоритм решения задачи глобальной оптимизации при помощи метода отжига. Метод отжига относится к вероятностным методам решения задач оптимизации.*

*Ключевые слова: оптимизация, градиент, отжиг, алгоритм, функция, метод, экстремум.*

### *Основные понятия*

Введем некоторые определения, которые будут использованы в работе.

*Определение 1.* Оптимизация – процесс максимизации положительных (выгодных) характеристик и минимизации отрицательных.

*Определение 2.* Целевая функция – функция, устанавливающая зависимость между критерием, по которому производится оптимизация, от неуправляемых и управляемых параметров.

*Определение 3.* Эвристический алгоритм – алгоритм поиска решения задачи, включающий в себя практический подход, но не дающий гарантированного точного и оптимального результата.

*Определение 3.* Экстремум – минимальное или максимальное значение функции на множестве.

*Определение 4.* Градиентный спуск – метод нахождения экстремумов функции при помощи движения вдоль направления градиента.

### *Введение*

Во многих сферах деятельности человека приходится сталкиваться с задачей совершенствования действующих и разработка новых продуктов и технологий. Та или иная цель может быть достигнута разными способами, но не всегда получается добиться наилучшего результата.

### *Методы оптимизации*

Все методы оптимизации можно классифицировать в соответствии с решаемыми задачами. Методы оптимизации можно разделить на две большие группы: локальные методы оптимизации и глобальные. Все обоснованные математические методы оптимизации являются методами локальной оптимизации, который находит экстремум целевой функции в какой-то окрестности. Для нахождения глобального минимума или максимума необходимо найти все экстремумы целевой функции и сравнить их между собой.

Глобальные методы оптимизации имеют дело с множеством экстремумов целевой функции, и решение задачи оптимизации заключается в выявлении тенденции поведения целевой функции. Все существующие методы глобальной оптимизации являются эвристическими, которые обеспечивают разумность поиска оптимального результата, но не имеют строгой математический доказательной базы и в связи с этим не вполне гарантируют оптимальное решение.

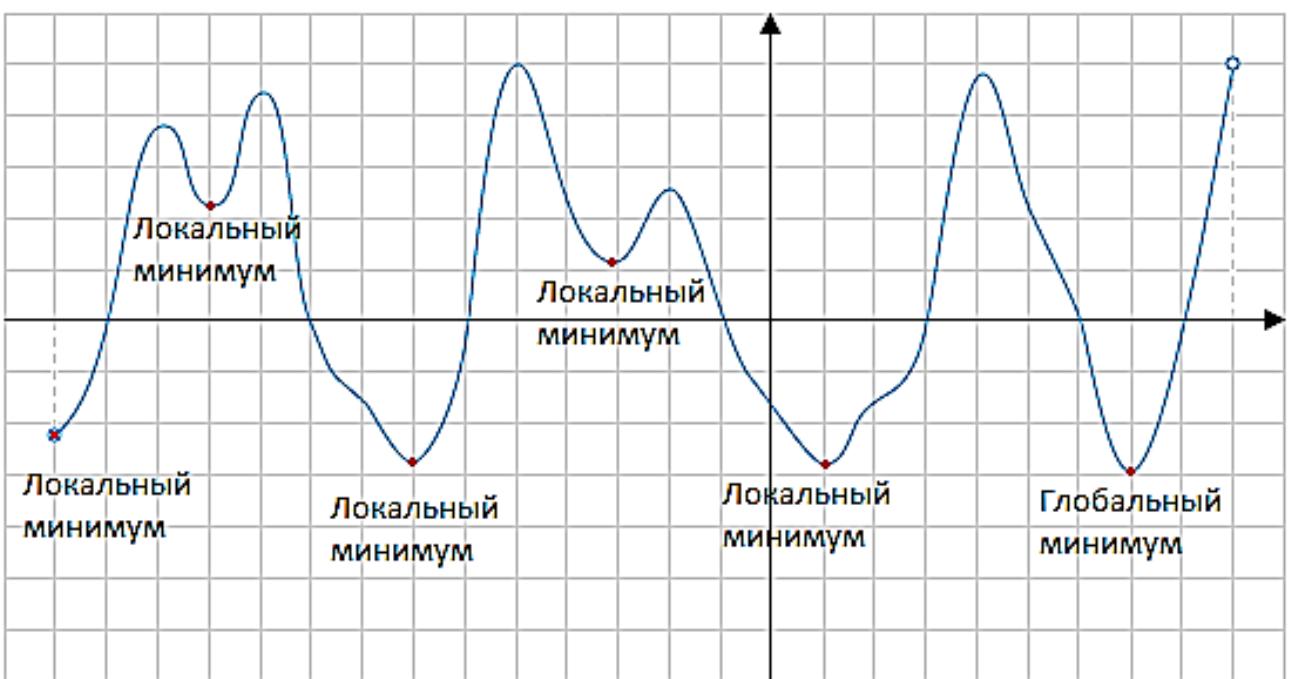


Рис. 1. График функции, демонстрирующий локальный и глобальный минимум

Для достижения оптимального решения можно воспользоваться различными алгоритмами оптимизации, в данном случае мы бы хотели рассказать про метод отжига.

#### *Описание алгоритма*

Идея метода основана на процессе, отражающем поведение расплавленного материала при применении процедуры управляемого охлаждения (отжига) при температуре, постепенно понижаемой до определенного уровня. В основе метода отжига лежит имитация физического процесса кристаллизации вещества. Каждое вещество имеет кристаллическую решетку, которая представляет собой геометрический образ расположения атомов. Предполагается, что в нагретом до определённой температуры состоянии атомы могут менять свои позиции. При постепенном понижении температуры атом может перейти из одной ячейки в другую. Изменение положения атома происходит с некоторой вероятностью, которая уменьшается при понижении температуры. Процесс завершается при падении температуры до определенного уровня. Если рассматривать положение атомов как состояние системы, процесс изменения энергии – целевая функция, а

устойчивое состояние атома, соответствующее минимуму энергии, как ограничение, то получим задачу оптимизации.

Для описания алгоритма введем некоторые понятия:

$S$  – множество всех состояний системы.

$cS$  – функция изменения состояния.

$S_i \in S$  – состояние системы на  $i$ -м шаге.

$S_c \in S$  – новое состояние (кандидат).

$T_{\max}$  – начальная температура.

$T_{\min}$  – минимальная температура.

$cT$  – функция изменения температуры.

$K$  – значение целевой функции.

Система начинает работать с исходного состояния  $S_1 \in S$ , начальной температурой  $t_1 = T_{\max}$  и с заданной минимальной температурой  $T_{\min}$ .

Пока  $t_i > T_{\min}$  повторять действия:

$$S_c = cS(s_{i-1})$$
$$\Delta K = K(S_c) - K(s_{i-1})$$

Если  $\Delta K \leq 0$ , тогда  $s_{i-1} = s_c$ .

Иначе ( $\Delta K > 0$ ) принятие нового состояния осуществляется с некоторой вероятностью  $e^{(-\Delta/T)}$ . Выбрать случайное число  $R$  на интервале  $(0,1)$ . Если  $e^{(-\Delta/T)} > R$  осуществить переход  $s_{i-1} = s_c$  иначе перейти к следующему шагу.

Снизить температуру  $t_{i+1} = cT(i)$ .

Вернуть последнее состояние  $s$ .

### Заключение

Подводя итоги, можно отметить, что метод отжига относится к вероятностным методам решения задач оптимизации, то есть осуществляет случайный выбор между одним или несколькими решениями вместо анализа каждого из них. В достаточно больших системах перебор всех вариантов не эффективен с точки зрения затрат ресурсов и времени, поэтому широкое применение получили вероятностные алгоритмы, дающие не всегда оптимальное решение, но допустимое.

Данный алгоритм имеет схожесть с методом градиентного спуска, за счёт случайного правильного выбора точки претендента, как правило, имеет лучший результат.

### ***Список литературы***

1. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. – М.: Физматлит, 2007. – С. 151–154.
2. Джонс М.Т. Программирование искусственного интеллекта в приложениях. – М.: ДМК Пресс, 2004. – С. 25–42.
3. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей. – М.: Издательский дом Вильямс, 2003. – С. 146–148.
4. Есипов Б.А. Методы оптимизации и исследование операций: Учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2007. – 180 с.