

Авторы:

Танаев Иван Владимирович

студент

Дмитриев Егор Андреевич

студент

Завгородний Станислав Дмитриевич

студент

Швейкин Владислав Витальевич

студент

ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский
университет им. академика С.П. Королева»

г. Самара, Самарская область

АНАЛИЗ ТЕОРИИ ШЕСТИ РУКОПОЖАТИЙ.

МОДЕЛЬ БОЛЛОБАША – РИОРДАНА

Аннотация: в данной статье рассмотрена теория о связи каждого человека из определённой группы с любым другим членом этой группы не более, чем через шесть рукопожатий. В работе также описана модель Боллобаша – Риордана и её практическое применение.

Ключевые слова: граф, диаметр графа, функция, веб-страница.

Введем некоторые определения, которые будут использованы в работе.

Определение 1. Граф – совокупность двух множеств, где множество V непустое и конечное (элементы этого множества называются «вершинами»), а U – множество «ребер» – подмножество пар из их декартова произведения.

$$G(V, U); V \neq \emptyset; |V| = n; U \subseteq V \times V$$

Определение 2. Ориентированный граф – граф, рёбра которого имеют направление.

Определение 3. Диаметр графа – максимальное расстояние между вершинами графа [1].

На сегодняшний день существует огромное количество примеров тесного взаимодействия различных наук. Одним из таких примеров является «кооперация», казалось бы, совершенно несовместимых компонентов: социологии и теории графов, одного из самых интересных разделов дискретной математики. Эта взаимосвязь породила множество теорий, гипотез и правил. Некоторые из них так и не были признаны наукой. Однако есть и такие теории, которые по сей день увлекают простотой и относительной практичностью.

Теорию «шести рукопожатий» в 1969 году описал социолог Стэнли Милгрэм. Он предположил, что цепочка длиной не более шести знакомых вполне способна соединить два случайных субъекта. Чтобы это обосновать, в одном из американских городов был успешно проведен эксперимент, согласно которому каждый из трёхсот участников должен был передать письмо определённому человеку из другого населенного пункта. Позже специалисты компании Microsoft обосновали эту теорию математически (проанализировав порядка 4,5 ТБ данных, полученных за месяц общения более чем 240 миллионов человек), благодаря чему она получила общественное одобрение и по сей день изучается и используется в различных сферах.

Чтобы понять смысл идеи «шести рукопожатий», нам потребуются базовые знания и определения из курса «Теории графов». Положим, что у каждого человека есть какое-либо фиксированное число знакомых. Например,². Изобразим это на рисунке 1, используя ориентированный граф, имея в виду, что каждая вершина графа – человек, а каждое ребро – рукопожатие (знакомство).

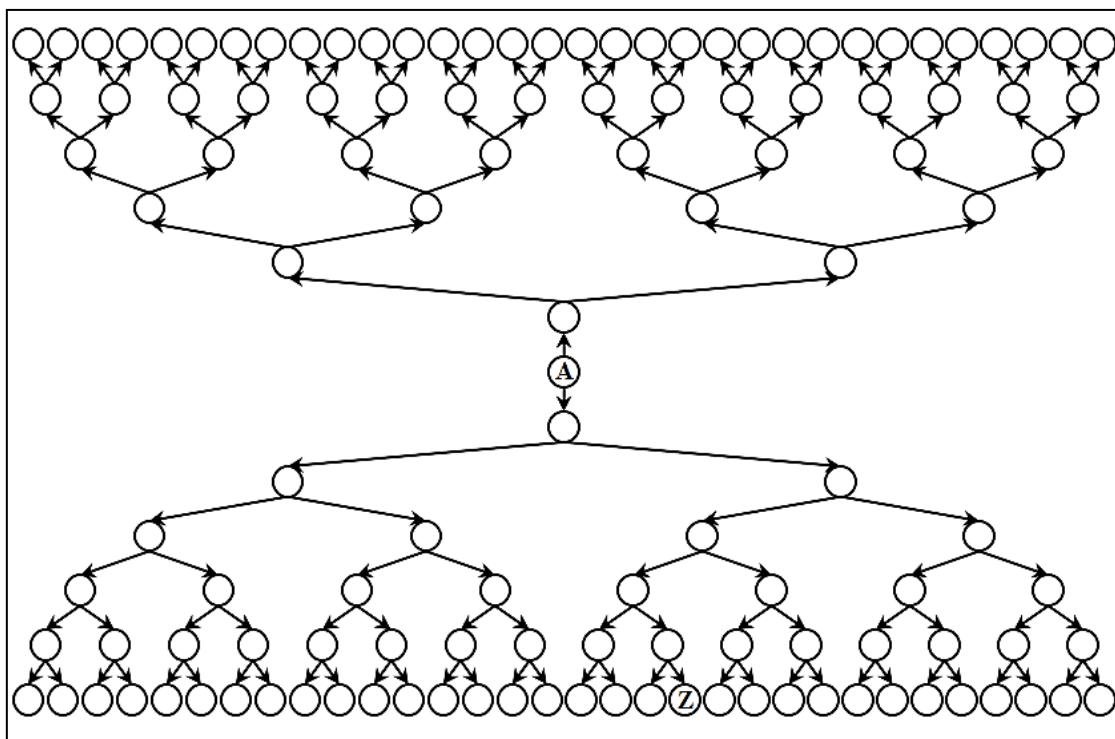


Рис. 1. Ориентированный граф

На этом рисунке видно, что из вершины А можно попасть в любую другую за несколько итераций. Причем максимальное число таких итераций i равно 6. Если А хочет «пожать руку» Z, то для этого ему не придется знакомиться более чем с пятью субъектами. То есть потенциально А может (с помощью друзей и их знакомых) подружиться с незнакомыми $2^6 = 64$ людьми при $i \leq 6$. В реальности же количество знакомых персон у каждого человека может исчисляться десятками, сотнями, десятками сотен. Следовательно, если допустить, что каждый человек на Земле лично знает еще сотню, то можно сделать вывод о том, что любой из нас, при желании, способен установить контакт с кем угодно, потому что отдельно взятый субъект косвенно связан со 100^6 другими, что намного больше населения планеты.

Следует отметить модель Боллобаша-Риордана, аналогичную теории «шести рукопожатий». Её смысл заключается в том, что вершинам графа соответствуют не люди, а сайты в глобальной сети, а ребрам – не «рукопожатия», а переходы по ссылкам. В основе этой модели лежит расчет диаметра графа. Авторы модели доказали, что при $m \geq 2$ и при любом $\varepsilon > 0$ с увеличением числа вершин

графа всё ближе к единице становится вероятность того, что диаметр графа заключен в пределах от $(1-\varepsilon)$ до $(1 + \varepsilon)$ [2]

Таким образом, диаметр графа рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{\ln n}{\ln \ln n},$$

где D – диаметр графа;

n – количество веб-страниц.

Боллобаш и Риордан выяснили, что количество вершин веб-графа n приблизительно равно 10^7 - 10^8 . Подставим эти значения в формулу и получим 5,798– 6,323.

Построим график зависимости диаметра от количества страниц в сети (рисунок 2).

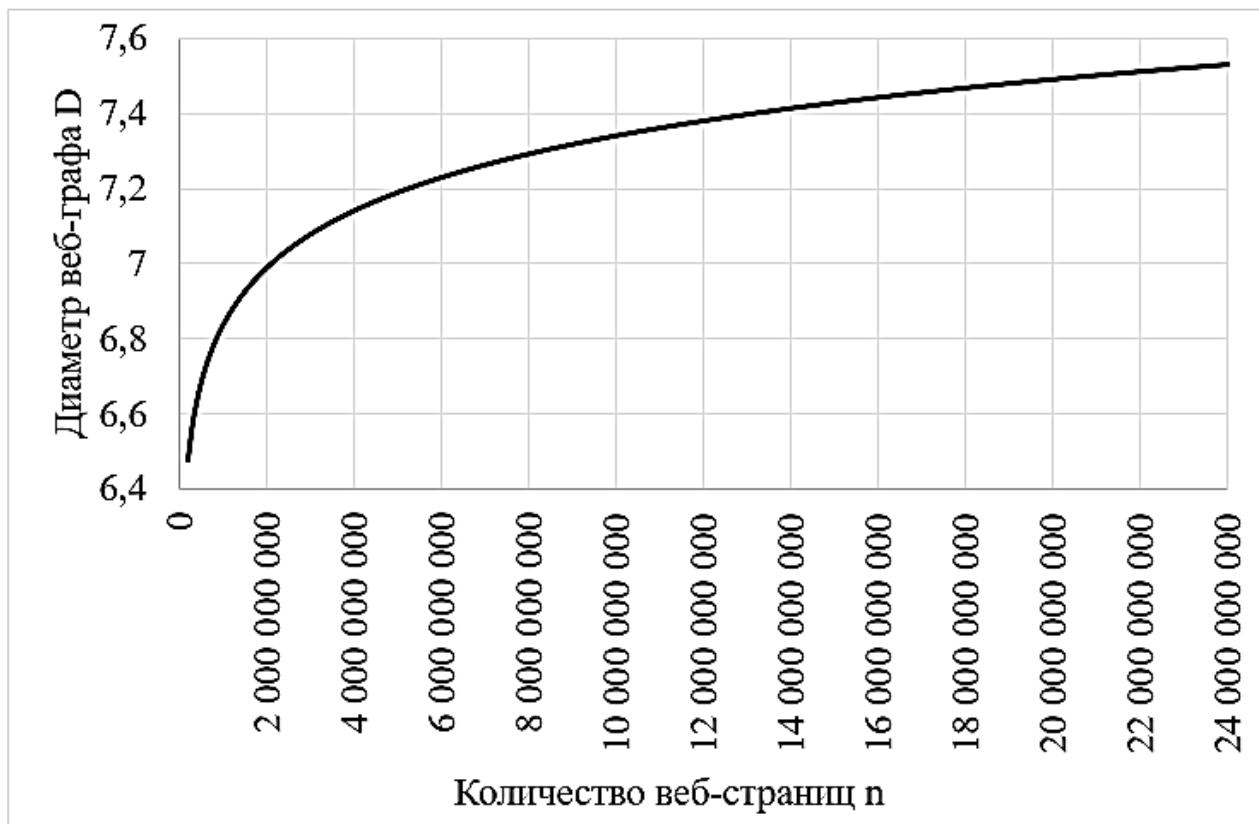


Рис. 2. График зависимости диаметра веб-графа от количества веб-страниц

Как видно на графике, это очень медленно растущая функция, поэтому закон «шести рукопожатий» столь универсален. Тем не менее, существуют про-

тивники данного правила, которые находят в нем изъяны. Поэтому можно констатировать, что эта теория имеет свое применение с определенной вероятностью.

В заключение следует отметить, что теория «шести рукопожатий» и модель Боллобаша-Риордана олицетворяют взаимосвязь социологии и теории графов и поэтому находят своё применение в различных системах.

Список литературы

1. Додонова Н.Л. Конспект лекций по дисциплине теория конечных графов и ее применения. – Самара, 2010.
2. Рейгородский А.М. Модели случайных графов и их применения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://mipt.ru/upload/30d/Pages_130–140_from_Trud-8–14-raphcxl1tgs.pdf