УДК 37

DOI 10.21661/r-465011

С.В. Мечик, М.А. Осинцева

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ КАК СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ У БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

Аннотация: *в статье рассмотрены возможности формирования навыков математического моделирования в процессе обучения математике студентов инженерных специальностей посредством решения практико-ориентированных задач.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, математика, практико-ориентированные задачи.*

S.V. Mechik, M.A. Osintseva

PRACTICE-ORIENTED TASKS AS A WAY TO DEVELOP FUTURE ENGINEERS’ SKILLS OF MATHEMATICAL MODELLING

Abstract: *the article describes the possibilities of developing modelling skills in the process of teaching students at engineering faculties mathematics by means of practice-oriented problems solving.*

Keywords: *mathematical modelling, mathematics, practice-oriented problems.*

В настоящее время быстрые темпы развития науки и техники, информационных технологий, востребованных современным обществом и производством, ставят перед высшим образованием новые цели и задачи. Одной из приоритетных задач является «обеспечение инновационного характера базового образования, реализация компетентостного подхода, взаимосвязи академических знаний и практических умений» [2].

Анализируя Федеральные образовательные [8] и профессиональные стандарты [7] для студентов инженерных специальностей, можно сделать вывод о том, что ключевым навыком для осуществления профессиональной деятельности выпускниками является моделирование различных процессов и явлений, специфика которых зависит от конкретной направленности.

Например, для направлений 18.03.02 энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии:

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК-2);

– способность моделировать энерго- и ресурсосберегающие процессы в промышленности (ПК-16);

Можно отметить, что математическое моделирование приобретает общенаучный, универсальный характер, а владение приемами математического моделирования становится неотъемлемой частью современного культурного человека [9].

Формирование навыков моделирования, возможно, начинать уже с первых курсов обучения при изучении предметов естественнонаучного цикла: физика, химия, математика. При этом преподаватели, читающие данные дисциплины, должны ориентироваться на специфику той специальности, для которой ведется данная дисциплина. Одним из инструментов реализации данного подхода могут быть практико-ориентированные задачи.

По мнению А.Г. Мордковича, математика «это наука о математических моделях. Модели описываются в математике специфическим языком» [5].

При этом, по мнению А.В. Косикова, основным инструментарием исследований реального мира средствами математики выступают математически модели, применение которых позволяет показать учащимся универсальность математического аппарата как средства описания различных явлений и процессов [3].

Мы под математическим моделированием будем понимать замену реальных физических свойств и закономерностей изучаемых явлений математическими объектами с целью изучения свойств и особенностей протекания процесса на основе анализа построенной теоретической модели и с последующей интерпретацией полученных результатов [6].

На основе проведенного анализа описания этапов математического моделирования разными авторами [1; 4] выделим основные этапы математического моделирования:

1. Математическое обоснование модели, которое включает в себя определение цели моделирования и выделение существенных свойств и закономерностей, необходимых для исследования.

2. Математическое описание модели – перевод на математический язык, выделенных зависимостей закономерностей и зависимости на первом этапе.

3. Анализ и выбор возможных методов решения (аналитический, геометрический, численный) и их реализация.

4. Проверка адекватности модели.

5. Интерпретация полученных результатов.

6. Рассмотрение возможностей использования полученной модели для практического применения.

Рассмотрим реализацию данных этапов на примерах решения практико-ориентированных задач, которые могут быть инструментом формирования навыков моделирования в процессе обучения математике.

Пример 1. При автокаталитической реакции скорость образования некоторого вещества пропорциональна произведению концентраций исходного вещества *A* и продукта реакции *B*. При каком количестве исходного вещества *A* скорость образования продукта реакции начинает убывать?

Решение:

1 этап (выделение основных зависимостей и закономерностей):

а) в соответствии с законом сохранения массы (*масса веществ, вступивших в реакцию, равна массе продуктов реакции), то есть* прирост вещества *B*, будет равен убыли вещества *A*;

b) скорость образования вещества *B* прямо пропорциональна произведению концентраций исходного вещества и продукта;

c) скорость актокаталитической реакции в начале процесса возрастает, а затем в результате падения концентрации исходного вещества начинает убывать.

2 этап (математическое описание модели).

Пусть *a* – концентрация вещества *A*; *b* – концентрация вещества *B*; *x* – прирост вещества *B*.

Учитывая выделенную закономерность масс (пункт а, первого этапа) имеем

$$a = a_0 - x \text{ и } b = b_0 + x,$$

где a_0 и b_0 — начальные концентрации веществ *A* и *B*.

Скорость образования вещества *B* можно записать по формуле (пункт b):

$$v = kab \text{ или } v = k(a_0 - x)\cdot(b_0 + b),$$

где $k > 0$ – константа скорости реакции.

3 этап (выбор способа решения).

Учитывая особенность протекания реакции, необходимо найти точку экстремума полученной функции, описывающей процесс. Найдем производную функции:

$$v'(x) = k\cdot((a_0 - x)'\cdot(b_0 + x) + (a_0 - x)\cdot(b_0 + x)')$$

$$v' = -k(b_0 + x) + k(a_0 - x) = -2kx + ka_0 - kb_0.$$

Для нахождения экстремума функции, решим уравнение $v' = 0$:

$$-2kx + ka_0 - kb_0 = 0;\ -2kx = -k(a_0 - b_0);$$

откуда $x = \dfrac{a_0 - b_0}{2}$ – единственная критическая точка.

Для определения экстремума найдем вторую производную:

$$v'' = (-2kx + ka_0 - kb_0)' = -2k$$

Причем $v'' = -2k < 0$ для любого значения *x*.

Таким образом, $x_0 = \dfrac{a_0 - b_0}{2}$ — точка максимума функции ν.

4 и 5 этап (проверка адекватности и интерпретация результатов модели).

Полученная точка x_0 является точкой максимума функции v, описывающей данную реакцию, значит, при всех значениях $x > x_0$ функция убывает. Таким образом, при количестве $x > \frac{a_0 - b_0}{2}$ скорость образования продукта реакции начинает убывать.

6 этап (возможное применение модели).

Полученное уравнение и искомая точка были записаны в общем виде, поэтому решая задачу с конкретными значениями можно сразу узнать при каком количестве исходного вещества скорость образования продукта реакции начинает убывать и использовать это умение для решения более сложных задач.

Пример 2. Сосуд емкостью 1 л снабжен 2 трубками и заполнен воздухом, содержащим 21% кислорода по объему. Через одну трубку в сосуд медленно поступает чистый кислород, через другую вытекает смесь воздуха с кислородом. Сколько процентов кислорода будет содержать сосуд после пропуска 10 л газа?

Решение:

1 этап (выделение основных зависимостей и закономерностей).

a) из сосуда вытекает смесь, содержащая кислород;

b) изменение значения одной величины на протяжении некоторого времени.

2 этап (математическое описание модели).

Выделенные на первом этапе зависимости, запишем в математической форме.

В начальный момент времени в сосуде $\frac{21}{100}$ л кислорода. Так как смесь кислорода вытекает, то в некоторый момент времени, когда через сосуд прошло x л газа, в сосуде будет содержатся $\frac{a}{100}$ л кислорода. Причем, когда через сосуд проходит dx л газа, это означает, что в сосуд входит dx л кислорода и выходит $\frac{a}{100}dx$ л кислорода.

Содержание кислорода в сосуде можно выразить математически в следующем виде:

$$\frac{a}{100}+\left(dx-\frac{a}{100}dx\right)=\frac{a+(100-a)dx}{100} \text{ л.}$$

Значит, процент кислорода увеличился на величину $(100-a)dx$, т.е. $da=(100-a)dx$. Получили математическую модель в виде дифференциального уравнения, которая описывает данный процесс.

3 этап (выбор способа решения).

Полученной уравнение, является уравнением с разделяющимися переменными:

$$da=(100-a)dx$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$\frac{da}{100-a}=dx;\ \int\frac{da}{100-a}=\int dx;$$

$$-\ln|100-a|=x-\ln c;\ \ln|100-a|-\ln c=-x;$$

$$\ln\frac{|100-a|}{c}=-x;\ \frac{100-a}{c}=e^{-x};$$

$$100-a=Ce^{-x} \text{ или } a=100-Ce^{-x}.$$

Таким образом, получили зависимость, которая выражает процентное содержание кислорода от времени в общем виде.

Используем начальные условия, что в начальный момент времени (при $x=0$) воздух, содержал 21% кислорода по объему ($a=21$).

$21=100-Ce^{0}\Rightarrow c=79$. Значит, зависимость процентного содержания кислорода от времени с заданными начальными условиями, задается формулой $a=100-79e^{-x}$.

Тогда при $x=10$ имеем $a=100-79e^{-10}\approx 99{,}996$.

4 и 5 этап (проверка адекватности и интерпретация результатов модели).

Таким образом, в сосуде при прохождении 10 л газа процентное содержание кислорода будет 99,996%.

6 этап (возможное применение модели).

Подобные нестационарные процессы имеют нелинейный характер, и их математическая модель будет описываться различными дифференциальными уравнениями.

Решение подобных задач в процессе обучения математике, будет способствовать формированию начальных навыков математического моделирования с последующим применением их при моделировании более сложных технологических процессов.

Список литературы

1. Боголюбов А.Н. Основы математического моделирования [Текст] / А.Н. Боголюбов. – М.: МГУ им. Ломоносова, Физический факультет, 2003 – 137 с.

2. Концепция развития образования РФ до 2020 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://static.government.ru

3. Косиков А.В. Развитие индивидуальной проектно-исследовательской деятельности учащихся 10–11 классов в процессе обучения математике [Текст]: Дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Екатеринбург, 2014. – 292 с.

4. Мельников Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей [Текст]: Монография. – Екатеринбург: Уральское издательство, 2004. – 384 с.

5. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте [Текст]: Дисс. … д-ра пед. наук: 13.00.02. – М., 1986. – 355 с.

6. Осинцева М.А. Формирование навыков математического моделирования посредством решения профессионально-ориентированных задач [Текст]. / М.А. Осинцева, С.В. Мечик // Научное и образовательное пространство: перспективы развития: Материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 13 нояб. 2016 г.). В 2 т. Т. 1. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – 220 с.

7. Профессиональные стандарты Минтруда РФ 2017 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://profstandart.rosmintrud.ru

8. Федеральный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки специальностей: 18.03.01 Химическая технология (уровень бакалавриата); 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии (уровень бакалавриата) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://fgosvo.ru

9. Светлова Н.И. Обучение бакалавров экономического направления математическому моделированию в вузе [Текст]: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Чебоксары, 2013. – 157 с.

Мечик Софья Валерьевна – ассистент ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Россия, Тюмень.

Mechik Sofia Valeryevna – assistant at FSBEI of HE “Industrial University of Tyumen”, Russia, Tyumen.

Осинцева Марина Александровна – канд. пед. наук, доцент ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Россия, Тюмень.

Osintseva Marina Aleksandrovna – candidate of pedagogical sciences, associate professor at FSBEI of HE “Industrial University of Tyumen”, Russia, Tyumen.
