

Автор:

Григоренко Андрей Анатольевич

магистрант

Научный руководитель:

Антибас Имад Ризакалла

канд. техн. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Донской государственный

технический университет»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

***Аннотация:** оценивая роль использования композитных материалов, мы должны знать характеристики компонентов, из которых они произведены. В работе рассматривали напряженно-деформированное состояние композитных материалов и получили, что если слоистый материал подвергается нагрузкам, лежащим в его плоскости, то получаемая относительная деформация имеет линейный вид и равна величине средней деформации, а когда он подвергается нагрузкам, лежащим за пределами его плоскости, то относительная деформация имеет вращательный вид.*

***Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, слоистый материал, деформация.*

Оценивая роль использования композитных материалов, мы должны знать характеристики компонентов, из которых они произведены. При добавлении волокон к связующему материалу, мы получаем исключительные свойства, которые являются секретом связующего материала [1]. Связующий материал равномерно распределяет нагрузку, приложенную к каждому из слоёв композитного материала, защищает волокна от повреждений, вызванных трением и ударами, помогает выдерживать большие напряжения, облегчает получение сложных

форм, способствует устойчивости к окружающей среде и высоким температурам, а в дополнение к низкой плотности, делает полученный материал лучшим по сравнению со многими применяемыми металлами, в том числе композитных материалов, сочетающих комбинированный и связующий материал, скрепляющий волокна [2; 3].

При этом, свойства производимых композитных материалов будут состоять из свойств связующих материалов и свойств слоёв материалов, показанных на рисунке 1.

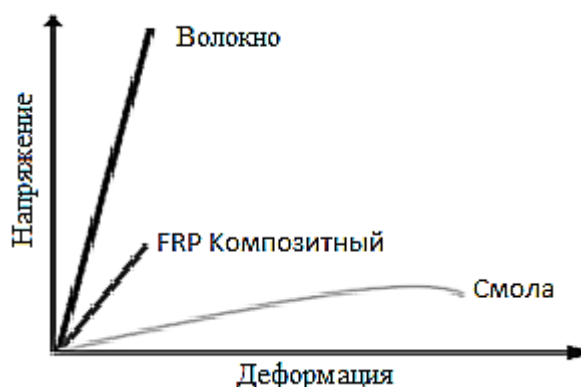


Рис. 1. Напряжённо-деформированное состояние композитного материала

Соотношение волокон и связующего компонента оценивается, исходя из производственного процесса, и используется для объединения волокнистого материала. Свойства композитных материалов зависят также от типа используемого связующего материала, форма которых представляет собой сочетание волокон и показывает, что механические свойства волокон значительно выше, чем механические свойства связующего материала, особенно микроразмерных волокон, у которых механические свойства намного выше и служат для образования соединения [4; 5]. Однако на это имеются некоторые ограничения, так как они должны охватывать всю связь волокон и связующего материала, чтобы быть эффективными существует оптимальное распределение волокон в круглом поперечном сечении. Кроме того, в процессе производства для лучшего объединения волокна и связующего материала, в них могут содержаться различные количества примесей и пузырьков воздуха.

Слоистый материал имеется слоистый материал, содержащий:

n – слой в направлении (0^0) , n_1 – слой в направлении (90^0) , n_2 – слой – в направлении $(\pm 45^0)$, как показано на рисунке 2.

Есть целый ряд шагов, которые необходимо соблюдать при укладке слоёв:

1. Определить или установить ось симметрии слоистого пакета в плоскости (XY) или уровень симметрии.
2. Должен соблюдаться принцип симметрии: количество слоев, расположенных ниже оси должно быть равно числу слоёв над осью.
3. Нумерация слоёв начинается снизу вверх.
4. Набирать слои без соблюдения симметрии не допускается.
5. Мы не должны увеличивать число различий между слоями и значения угла.

*Напряжённно-деформированное состояние материала
в направлении координат X, Y, Z*

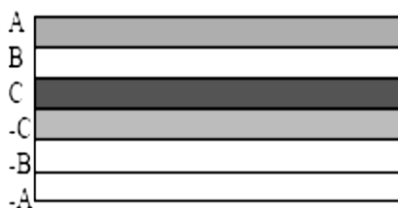


Рис. 2. Нумерация слоёв

Перемещения осуществлялись между локальными координатами, взаимосвязанными с координатами слоистого материала и имели напряжённно-деформированное поведение среди локальных координат (1.2.3) в направлении моно-слоя и могут быть представлены в следующем виде [6; 7]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_{1,2} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}_{1,2} - \Delta T \times \begin{Bmatrix} \alpha_{q_{11}} \\ \alpha_{q_{22}} \\ \alpha_{q_{12}} \end{Bmatrix}_{1,2} \quad (1)$$

*Матрица перехода между локальными координатами и координатами,
расположенными в плоскости слоистого материала:*

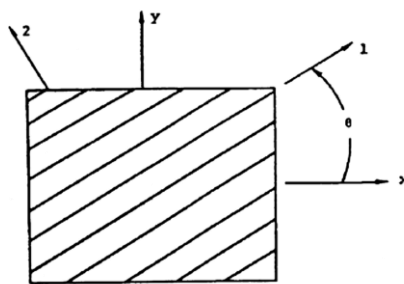


Рис. 3. Локальные координаты и координаты, лежащие в плоскости слоистого материала

Рассматривается односторонний слой, который состоит из химических волокон, где (1 ось), θ – угол наклона с осью X (рисунок 3).

Значения напряжений, расположенные в плоскости слоистого материала, будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2CS \\ S^2 & C^2 & 2CS \\ CS & -CS & C^2-S^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\{\sigma\}_{x,y} = [T]_{1,2 \rightarrow x,y}^{\sigma} \times \{\sigma\}_{1,2} \quad (3)$$

Преобразовав эту матрицу, получим её в следующем виде:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -CS \\ S^2 & C^2 & CS \\ 2CS & -2CS & C^2-S^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\{\sigma\}_{1,2} = [T]_{x,y \rightarrow 1,2}^{\sigma} \times \{\sigma\}_{x,y} \quad (5)$$

Значение относительной деформации выглядят следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -CS \\ S^2 & C^2 & CS \\ 2CS & -2CS & C^2-S^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\{\varepsilon\}_{x,y} = [T]_{1,2 \rightarrow x,y}^{\varepsilon} \times \{\varepsilon\}_{1,2} \quad (7)$$

Преобразовав эту матрицу, получим её в следующем виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2CS \\ S^2 & C^2 & 2CS \\ CS & -CS & C^2-S^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\{\varepsilon\}_{1,2} = [T]_{x,y \rightarrow 1,2}^{\varepsilon} \times \{\varepsilon\}_{x,y} \quad (9)$$

$$\{\sigma\}_{1,2} = [Q] \times (\{\varepsilon\}_{1,2} - \Delta T \times \{\alpha\}_{1,2}) \quad (10)$$

$$\{\sigma\}_{x,y} = [T]_{1,2 \rightarrow x,y}^{\sigma} \times [Q] \times (\{\varepsilon\}_{1,2} - \Delta T \times \{\alpha\}_{1,2}) \quad (11)$$

$$\{\sigma\}_{x,y} = \underbrace{[T]_{1,2 \rightarrow x,y}^{\sigma} \times [Q]}_{[Q]} \cdot \underbrace{[T]_{x,y \rightarrow 1,2}^{\varepsilon} \times \{\varepsilon\}_{x,y} - \Delta T \cdot [T]_{1,2 \rightarrow x,y}^{\sigma} \times [Q]}_{\{\alpha_q\}_{x,y}} \quad (12)$$

$$\{\sigma\}_{x,y} = [\bar{Q}] \times \{\varepsilon\}_{x,y} - \Delta T \times \{\bar{\alpha}_q\}_{x,y} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \Delta T \times \begin{Bmatrix} \bar{\alpha}_{q_{xx}} \\ \bar{\alpha}_{q_{yy}} \\ \bar{\alpha}_{q_{xy}} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

*Поведение слоистого материала, в зависимости от нагрузок,
лежащих в её координатной плоскости*

Для показанного на рисунке 4 слоистого материала, содержащего n -слоёв и набранного в соответствии с принципом симметрии, введены следующие обозначения: общая толщина – h ; толщина одного слоя – e).

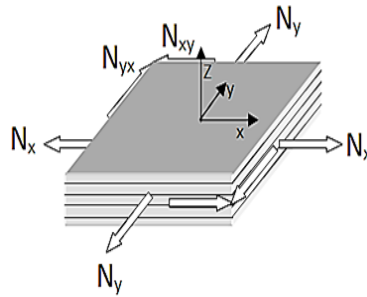


Рис. 4. Слоистый материал, подверженный растягивающим нагрузкам, лежащими в его координатных плоскостях

На этот материал оказывают влияние суммарные нагрузки от каждого слоя, лежащие в их плоскости.

Силы, действующие на поперечном сечении среза и представленные на рисунке 4, имеют следующие обозначения:

N_X – в направлении оси X ; N_Y – в направлении оси Y ; N_{XY} – в направлении осей XY .

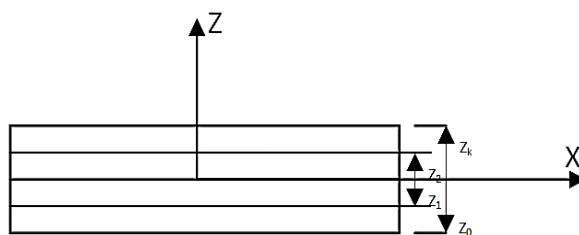


Рис. 5. Силы, действующие на срезе

Суммарные силы, действующие на слоистый пакет, определяются по формулам:

$$\sigma_x = \frac{F_x}{2y \cdot h} \rightarrow N_x = \frac{F_x}{2y} \rightarrow N_x = \sigma_x \cdot h; N_y = \sigma_y \cdot h; N_{xy} = \sigma_{xy} \cdot h \quad (15)$$

Высота слоистого пакета является высотой верхней поверхности этого слоя, как показано на рисунке 6, и если затронуты энергетические потоки (N_x , N_y ; N_{xy}) на размеры слоёв (h ; $2x$; $2y$), то будут происходить смещения (U_0 ; V_0) по каждой из двух осей (X , Y) соответственно, как показано на рисунке 6 [6; 8].

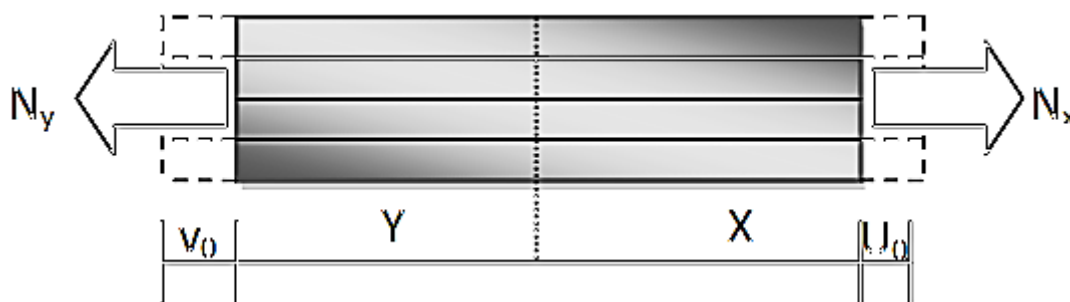


Рис. 6. Смещения по осям X, Y

Таким образом, поле смещения приведено следующим соотношением:

$$\{\delta\}_{x,y} = \begin{Bmatrix} u_x^0 \\ v_y^0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Деформация при сдвиге в средней плоскости будет выражаться следующим соотношением:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Поля напряжений, возникающих в том же слое пакета, представлено соотношением:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \{\sigma\}_{x,y}^k \cdot dz \quad (18)$$

Так как распределение напряжений по толщине слоя распределяется неравномерно, то мы будем использовать суммарное значение напряжения:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} \left[[\overline{Q}]_{i,j}^k \times \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \times \{\overline{\alpha}_q\}_{x,y}^k \right] \cdot dz \quad (19)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} [\overline{Q}]_{i,j}^k \cdot dz \cdot \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \cdot \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k-1}} dz \cdot \{\overline{\alpha}_q\}_{x,y}^k \quad (20)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n [\overline{Q}]_{i,j}^k \cdot (Z_k - Z_{k-1}) \cdot \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \cdot \sum_{k=1}^n (Z_k - Z_{k-1}) \cdot \{\overline{\alpha}_q\}_{x,y}^k \quad (21)$$

$$[A] \{F\}_{x,y}$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = [A] \cdot \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \{F\}_{x,y} \quad (22)$$

$$\{N\}_{x,y} = [A]_{i,j} \cdot \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \{F_{i,j}\}_{x,y} \quad (23)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\overline{Q}]_{i,j}^k \cdot (Z_k - Z_{k-1}) \cdot ; i, j = 1, 2, 6 \quad (24)$$

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n (Z_k - Z_{k-1}) \cdot \{\overline{\alpha}_q\}_{i,j}^k ; i, j = x, y \quad (25)$$

Матрица (A) иллюстрирует упругость слоистого пакета в целом, когда эта матрица имеет вид мембраны.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} - \Delta T \cdot \begin{Bmatrix} F_{xx} \\ F_{yy} \\ F_{xy} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Поэтому в слоистом материале, асимметричное линейное поведение в плоскости слоя может быть связано с силами, влияющими на уровень всего слоистого пакета.

Напряжённно-деформируемое состояние слоистого материала под воздействием изгибных и крутящих моментов (нагрузок за пределами плоскости):

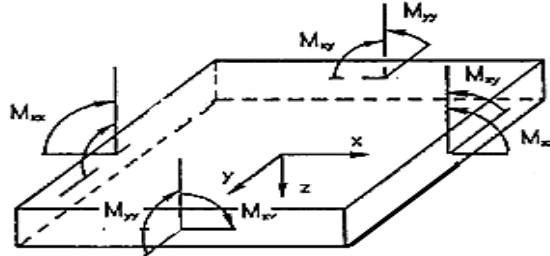


Рис. 7. Слоистый материал, подверженный изгибным и крутящим моментам

Слоистый материал, показанный на рисунке 7, с учетом приложенных нагрузок лежащих в их плоскости, от изгиба и кручения по отношению к осям [9; 10].

Таким образом, поля смещений приведены в виде матрицы:

$$\delta = \begin{Bmatrix} -Z_k \cdot \theta_y \\ -Z_k \cdot \theta_x \\ W_0 + Z_k \cdot \cos \theta_y + Z_k \cdot \cos \theta_x \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} -Z_k \cdot \frac{d^2 w^0}{dx^2} \\ -Z_k \cdot \frac{d^2 w^0}{dy^2} \\ -2Z_k \cdot \frac{d^2 w^0}{dy \cdot dx} \end{Bmatrix} = Z_k \begin{Bmatrix} -\frac{d^2 w^0}{dx^2} \\ -\frac{d^2 w^0}{dy^2} \\ -2 \cdot \frac{d^2 w^0}{dy \cdot dx} \end{Bmatrix} = Z_k \begin{Bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Что касается компенсации напряжений, находим:

$$\{\sigma\}_{x,y}^k = [\bar{Q}]_{i,j}^k \times \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \times \{\bar{\alpha}_q\}_{x,y}^k \quad (29)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{\sigma\}_{x,y}^k \cdot Z \cdot dZ \quad (30)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}] \cdot \int_{z_{k-1}}^{z_k} Z \cdot dZ \cdot \{\varepsilon\}_{x,y}^k - \Delta T \{\bar{\alpha}_q\}_{x,y}^k \cdot \int_{z_{k-1}}^{z_k} Z \cdot dZ. \quad (31)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}] \cdot \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} Z^2 \cdot dZ \cdot \{K\}_{x,y}^0 - \Delta T \sum_{k=1}^n \{\bar{\alpha}_q\}_{x,y}^k \cdot \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} Z \cdot dZ. \quad (32)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}] \cdot (Z_k^3 - Z_{k-1}^3) \cdot \{K\}_{x,y}^0 - \frac{1}{2} \Delta T \sum_{k=1}^n \{\bar{\alpha}_q\}_{x,y}^k \cdot (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \quad (33)$$

$$\{M\}_{x,y} = [D]_{i,j} \cdot \{k\}_{x,y}^0 - \Delta T \{G_{i,j}\}_{x,y} \quad (34)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{Bmatrix} - \Delta T \cdot \begin{Bmatrix} G_{xx} \\ G_{yy} \\ G_{xy} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_{i,j}^k \cdot (Z_k^3 - Z_{k-1}^3); i, j = 1, 2, 6 \quad (36)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \{\bar{\alpha}_q\}_{i,j}^k \cdot (Z_k^2 - Z_{k-1}^2); i, j = x, y \quad (37)$$

Матрица [D] демонстрирует упругость слоистого материала при изгибе и кручении, действующих за пределами плоскости, связывает суммарные моменты с абсолютными удлинениями.

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Когда слоистый материал подвергается нагрузкам, лежащим в его плоскости, то получаемая относительная деформация имеет линейный вид и равна величине средней деформации.
2. Когда слоистый материал подвергается нагрузкам, лежащим за пределами его плоскости, то порожденная ими относительная деформация имеет вращательный вид.

Список литературы

1. Youn B.D. Selecting Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization / B.D. Youn, K.K. Choi // AIAA Journal. – Vol. 42. – №1. – January. – 2004.
2. Антибас И.Р. Влияние формы гофрированного картона на амортизирующие свойства упаковки / И.Р. Антибас, А.Н. Сиротенко // Состояние и перспек-

тивы развития сельскохозяйственного машиностроения: Материалы 7-й Международной научно-практической конференции, в рамках 17-й Международной агропромышленной выставки «Интерагромаш–2014». – С. 200–202.

3. Антибас И.Р. Влияние параметров плодов на их повреждения при транспортировке / И.Р. Антибас, С.А. Партко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения: Сборник статей 9-й международной научно-практической конференции в рамках 19-й международной агропромышленной выставки «Интерагромаш–2016». – 2016. – С. 79–82.

4. Антибас И.Р. Исследование процесса обмолота тангенциально-аксиальным сепарирующим устройством в зависимости от распределения зерновой массы по зонам / И.Р. Антибас, А.Г. Дьяченко, Т.П. Савостина // Научное обозрение. – 2016. – №23. – С. 87–91.

5. Антибас И.Р. Конструирование цилиндрических зубчатых передач в отечественных CAD/CAE АРМ winmachine и компас 3-d / И.Р. Антибас, А.Н. Сиротенко // Инновационные технологии в науке и образовании – ИТНО–2014: Сборник научных трудов Международной научно-методической конференции. – 2014. – С. 156–159.

6. Kharmanda G. Integration of reliability concept into soil tillage machine design / G. Kharmanda, I. Antypas // Вестник Донского государственного технического университета. – 2015. – Т. 15. – №2 (81). – С. 22–31.

7. Kharmanda G. 2016: Reliability-Based Design Optimization Strategy for Soil Tillage Equipment Considering Soil Parameter Uncertainty / G. Kharmanda, I. Antypas // Вестник донского государственного технического университета. – 2016. – Т. 16. – №2 (85). – С. 136–147.

8. Antibas I.R. Evaluation of soil force of resistance to penetration with the use of new design of penetrometer's probe tip / I.R. Antibas, A.G. Dyachenko // International Journal of Environmental and Science Education. – 2016. – Т. 11. – №18. – С. 10941–10950.

9. Антибас И.Р. Исследование зависимости силы сопротивления проникновению и размеров пор некоторых видов почв методом сжатого воздуха при различных влажностях / И.Р. Антибас, А.Г. Дьяченко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения: Сборник статей 8-й международной научно-практической конференции в рамках 18-й международной агропромышленной выставки «Интерагромаш–2015». – С. 81–84.

10. Антибас И.Р. Влияние формы гофрированного картона на амортизирующие свойства упаковки / И.Р. Антибас, С.А. Партко, А.Н. Сиротенко // Вестник Донского государственного технического университета. – 2016. – Т. 16. – №1 (84). – С. 36–42.