Ткаченко Роман Юрьевич

аспирант

Федоренко Екатерина Андреевна

аспирант

Скочок Андрей Петрович

аспирант

Афонин Олег Сергеевич

аспирант

Сандуляк Александр Васильевич

д-р техн. наук, профессор

ФГБОУ ВО «Московский технологический университет»

г. Москва

DOI 10.21661/r-129888

ОГРАНИЧЕНИЯ В ПРИМЕНЕНИИ МОДЕЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ПОЛИШАРОВОЙ СРЕДЫ

Аннотация: авторами показана возможность ограниченного применения получаемых расчетных (с использованием физической модели поканального намагничивания гранулированной среды и степенной связи магнитной проницаемости металла гранул с напряженностью поля – в постэкстремальной области) зависимостей кривой намагничивания засыпки шаров: в диапазоне напряженности поля от 20–30 до 70–80 кА/м.

Ключевые слова: полишаровая среда, магнитная проницаемость, магнитная индукция, кривая намагничивания.

Значения средней магнитной проницаемости гранулированных ферромагнетиков $\langle \mu \rangle$ и средней индукции B в них (разумеется, в зависимости от напряженности намагничивающего поля H), как правило, получают экспериментально, используя (как и при изучении сплошных магнетиков [1]) кольцевые или достаточно длинные образцы [2–4]. Найти теоретически (основываясь на физи-

ческих и/или феноменологических моделях) значения этих параметров, охватывая при этом весь возможный диапазон концентрации ферромагнитного компонента, сложно.

Решение такой задачи упрощается для весьма распространенного частного случая [5] – когда значения этой концентрации стабильны. Например, к этим ферромагнитным средам относится сравнительно большая группа гранулированных ферромагнетиков, представляющих собой засыпки гранул (шаров), используемых, в частности, в качестве фильтрующих матриц тех магнитных сепараторов, которые предназначены для тонкого выделения магнитоактивных частиц из различных жидкостей и газов. Именно для таких матриц пористость является практически постоянной величиной – в среднем 37–40%, а концентрация металла (нередко называемая плотностью упаковки) – соответственно 60–63% [2; 5–7].

С учетом указанной особенности магнитные свойства подобного рода матричных сред (в частности, их средняя магнитная проницаемость $\langle \mu \rangle$) определяются лишь магнитными свойствами (магнитной проницаемостью μ) металла гранул.

В [2; 8–10] изложены основы физической модели поканального намагничивания гранулированных магнетиков, согласно которой магнитная проницаемость уединенной цепочки гранул-шаров находится по одной из оригинальных расчетных формул:

$$\langle \mu \rangle = \frac{2\mu}{\mu - 1} \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \ln \mu - 1 \right) \quad (1)$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{2\mu}{\mu - 1} \ln \left(\frac{\mu + 1}{2} \right) \quad (2)$$

а гранулированной среды (как квазисплошного магнетика):

$$\langle \mu \rangle = K \frac{2\mu}{\mu - 1} \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \ln \mu - 1 \right) \quad (3)$$

$$\langle \mu \rangle = K \frac{2\mu}{\mu - 1} \ln \left(\frac{\mu + 1}{2} \right) \quad (4)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная константа, $K=1,44$ [9] – коэффициент «магнитного сращивания» цепочек гранул в намагничиваемой гранулированной среде.

Тогда среднюю, зависящую от напряженности поля H магнитную индукцию B в гранулированной среде можно найти как:

$$B = \mu_0 \langle \mu \rangle H \quad (5)$$

Отметим, что в формулах (3) и (4) аргументом выступает магнитная проницаемость металла гранул μ , а в формуле (5), записанной в развернутом виде, т. е. с учетом выражений (3) и (4) – еще и напряженность намагничивающего поля H , от которой, собственно, зависят значения μ и соответственно $\langle \mu \rangle$.

Конечно же, более удобными были бы варианты расчетных формул с одним аргументом, в данном случае – предпочтительно с H . Для этого необходимо располагать соответствующей функциональной связью между μ и H применительно к тому или иному материалу.

В литературе приводятся многочисленные экспериментальные зависимости μ от H , а также зависимости B от H (кривые намагничивания), из которых легко найти графические зависимости μ от H . Эти зависимости, как известно, являются экстремальными.

Для получения соответствующих аналитических зависимостей μ от H имеет смысл ограничиться определенным диапазоном H . Например, в диапазоне от $H = 5\text{--}10$ до $H = 80\text{--}100 \text{ кА/м}$ и более находится постэкстремальный, удобный для этой цели, нисходящий участок зависимости μ от H , тем более, что этот диапазон охватывает диапазон практической работы многочисленных магнитных фильтр-сепараторов.

Так, по меньшей мере в указанном диапазоне от $H = 5\text{--}10 \text{ кА/м}$ до $H = 160\text{--}180 \text{ кА/м}$ и более связь проницаемости μ с напряженностью намагничивающего поля H , в частности, для слаболегированной стали представляется (это хорошо отслеживается в логарифмических координатах) весьма точной степенной зависимостью [5,9] типа $\mu \sim 1/H^{0,9}$, а именно:

$$\mu = (H_*/H)^{0,9} \quad (6)$$

где величину H^* можно считать неким параметром приведения постэкстремального участка зависимости μ от H к степенному виду (для слаболегированной стали $H^* = 24,4 \cdot 10^5 \text{ A/м}$) [5].

Если записать классическое выражение (5) в расширенном виде, т. е. с учетом выражений (3) и (4), и там, где есть μ , использовать связь (6), то в принципе поставленную задачу можно считать решенной [5]: в полученном выражении для магнитной индукции B напряженность намагничивающего поля H будет выступать единственным аргументом. Однако сами выражения при этом становятся несколько громоздкими и неудобными для практического использования.

Вместе с тем, эти выражения можно искусственно упростить. Так, если в выражениях (1) и (2) для цепочки шаров как «элементарной единицы» объекта намагничивания, ответственной за намагничивание гранулированной среды в целом, придерживаться вполне реального условия $\mu \geq 10-20$, то оправданными могут стать допущения: $\mu - 1 \cong \mu$ и $\mu + 1 \cong \mu$. Это повлечет упрощение выражений (1) и (2) до вида [5]:

$$\langle \mu \rangle = \frac{2\mu}{\mu - 1} \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \ln \mu - 1 \right) \cong 2(\ln \mu - 1) \quad (7)$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{2\mu}{\mu - 1} \ln \frac{\mu + 1}{2} \cong 2 \cdot \ln \frac{\mu}{2} \quad (8)$$

Легко убедиться, что здесь все (четыре) зависимости не только функционально близки, но и сходны между собой практически с точностью до индивидуальных констант. Значит, для «сближения» интересующих нас выражений, записанных вторыми в (7) и (8), с базовым выражением (1) (или, что тоже – с первым выражением в (7)), достаточно ввести в эти выражения индивидуальные поправочные коэффициенты. Тогда они примут вид соответственно [5]:

$$\langle \mu \rangle = 2,2(\ln \mu - 1) \quad (9)$$

$$\langle \mu \rangle = 1,9 \ln \frac{\mu}{2} \quad (10)$$

а для гранулированной (полишаровой) среды (с учетом указанного выше коэффициента $K = 1,44$):

$$\langle \mu \rangle = 3,2(\ln \mu - 1) \quad (11)$$

$$\langle \mu \rangle = 2,7 \ln \frac{\mu}{2} \quad (12)$$

При этом в соответствии с (5), (11) и (12) модифицированные выражения для средней магнитной индукции B в такой среде приобретают вид [5]:

$$B = 3,2\mu_0 H(\ln \mu - 1), \quad (13) \quad B = 2,7\mu_0 H \ln \frac{\mu}{2} \quad (14)$$

Если в (11) и (13) и/или (12) и (14) перейти, как уже оговорено, к одному аргументу (именно напряженности поля H) посредством связи (6), то последуют такие выражения для средней магнитной проницаемости [5]:

$$\langle \mu \rangle = 3,2 \left(0,9 \ln \frac{H_*}{H} - 1 \right), \quad (15) \quad \langle \mu \rangle = 2,5 \cdot \ln \left(0,46 \frac{H_*}{H} \right) \quad (16)$$

и средней магнитной индукции:

$$B = 3,2\mu_0 H \left(0,9 \ln \frac{H_*}{H} - 1 \right) \quad (17) \quad B = 2,5\mu_0 H \ln \left(0,46 \frac{H_*}{H} \right) \quad (18)$$

Согласно выражениям (17) и (18), кривая намагничивания гранулированной (в данном случае – полишаровой, из шаров ШХ15) среды описывается зависимостями 1 и 2 на рис. 1. Здесь же (рис. 1, точки) показаны прямые экспериментальные данные по намагничиванию такой среды.

На рис. 1 видно, что расчетные данные (линии), полученные с использованием модифицированных выражений (17) и (18), неплохо согласуются с экспериментальными данными (точки) в пределах напряженности намагничивающего поля H от $H=20-30$ кА/м до $H=70-80$ кА/м. Это свидетельствует о возможности использования этих выражений в указанном диапазоне для расчета средних значений магнитной индукции в гранулированной (полишаровой) среде B и, разумеется, выражений (15) и (16) для расчета средних значений магнитной проницаемости этой среды $\langle \mu \rangle$.

Рис. 1. Сравнение экспериментальных и расчетных данных средней магнитной индукции в гранулированной (полишаровой) среде в зависимости от напряженности намагничивающего поля: точки $\blacklozenge$ – эксперимент [2], линии 1 и 2 – расчет по выражениям в (17) и (18)

Список литературы

1. Кифер И.И. Испытания ферромагнитных материалов. – 3-е изд. – М.: Энергия, 1969. – 360 с.
2. Сандуляк А.В. Магнитно-фильтрационная очистка жидкостей и газов. – М.: Химия. 1988. – 133 с.
3. Mattei J.-L. Effects of the magnetic dilution on the ferromagnetic resonance of disordered heterostructures / J.-L.Mattei, M. Le Floc'h // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2003. – Vol. 264. – P. 86–94.
4. Chevalier A. Ferromagnetic resonance of isotropic heterogeneous magnetic materials: theory and experiments / A. Chevalier, J.-L. Mattei, M. Le Floc'h // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2000. – Vol. 215–216. – P. 66–68.
5. Sandulyak D. Granular Ferromagnets: Formulas for Effective Magnetic Permeability / D. Sandulyak, A.A. Sandulyak, D. Kiselev [et. al.] // Proceedings of International Conference on Materials Engineering and Industrial Applications. – Hong Kong. – Sept. 20–21. 2015. – P. 261–266.
6. Wu A.X. Pore structure of ore granular media by computerized tomography image processing / A.X. Wu, B.H. Yang, Y. Xi, H.C. Jiang // Journal of Central South University of Technology. – 2007. – 14 (2). – P. 220–224.

7. Zhang D.Z. Effects of long and short relaxation times of particle interactions in dense and slow granular flows / D.Z. Zhang, R.M. Rauenzahn // Proceedings of FEDSM' 4th ASME_JSME Joint Fluids Engineering Conference. – Honolulu, Hawaii, USA. – July 6–10. 2003.
8. Сандуляк А.В. К вопросу о модели поканального намагничивания гранулированной среды (с радиальным профилем проницаемости квазисплошного канала) / А.В. Сандуляк, А.А. Сандуляк, В.А. Ершова // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79. – Вып. 5. – С. 140–143.
9. Сандуляк А.А. О свойствах «коротких» гранулированных магнетиков с неупорядоченными цепочками гранул: поле между гранулами / А.А. Сандуляк, В.А. Ершова, Д.В. Ершов [и др.] // Физика твердого тела. – 2010. – Т. 52. – Вып. 10. – С. 1967–1974.
10. Сандуляк А.В. Кривая намагничивания гранулированной среды с позиций модели поканального намагничивания (новый подход) / А.В. Сандуляк, А.А. Сандуляк, В.А. Ершова // Доклады Академии наук. – 2007. – №4. – Т. 413. – С. 469–471.