Бородина Яна Геннадьевна
магистрант
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный
педагогический институт им. М.Е. Евсевьева»
г. Саранск, Республика Мордовия

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ У УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ

Аннотация*: в статье рассматриваются приемы решения геометрических задач повышенной трудности, которые можно использовать при обучении учащихся общеобразовательных организаций. Основной целью учебной деятельности является формирование у учащихся умения решать математические задачи. В обучении учащихся решению геометрических задач деятельностный подход занимает значимую позицию. Заключается он в изучении условий, требований задачи и связей между ними, поиск плана решения, осуществление плана решения задачи, анализ решения. В статье приведен задачный материал, а также блок вопросов и заданий, который способствует формированию умений решать геометрические задачи повышенной трудности у учащихся.*

Ключевые слова*: задача, решение задач, задачи повышенной трудности, геометрические задачи, углубленное обучение.*

Понятие «задача» используется в различных областях жизни и науки. В научно-методической литературе представлены различные трактовки этого понятия. Работы Г.А. Балла, Ю.М. Колягина, Л.М. Фридмана, Г.И. Саранцева, А.Ф. Эсаулова, А.А. Столяра, А.Н. Леонтьева, Л.Л. Гурова, П.М. Эрдниева были посвящены понятию «задача», роли задач, классификации задач, этапам решения задач, методике решения задач.

Последовательность элементарных шагов, оставляющих решение стандартной задачи, вполне определенна. Для нестандартной задачи ее нужно отыскать, сконструировать.

В процессе обучения в общеобразовательных организациях задачам повышенной трудности уделяется не так много внимания на уроках геометрии. Причинами этого являются: недостаток времени, слабая мотивация учащихся, ориентация на «среднего ученика» и отработку базовых умений. Решение задач повышенной трудности чаще всего организуются индивидуально.

Лишь у небольшой части учащихся умение решать задачи самостоятельно, без посторонней помощи формируется автоматически, непроизвольно. Для большинства требуется специальная работа учителя в этом направлении.

Необходимо формировать у учащихся умение решать как стандартные, так и нестандартные задачи.

Решение нестандартной задачи – процесс творческий. Как он осуществляется реально, каково соотношение в нем интуитивного и логического, уследить практически невозможно. Разумеется, необходимо создавать базу и для логики, и для интуиции, которые проявляются при решении задач.

К базовым компонентам умения решать задачи относятся методы и приемы решения задач, поиска решения и действия, входящие в состав этих методов [2].

Умение решать задачи повышенной трудности основано на сформированной у ученика системы знаний, умений применять эти знания в практической ситуации, трансформировать эти знания в новых, нестандартных условиях, владеть «банком» эвристик, логическими операциями, мотивацией к решению задач, методами научного познания, такими как аналогия, обобщение, синтез, анализ [4].

Для формирования данных умений необходимо организовать целенаправленную работу на уроках геометрии и во внеурочное время.

Для формирования системных знаний предлагается учащимся выделить понятия (математические факты) и установить взаимосвязи между ними. Пример упражнения (рис. 1).

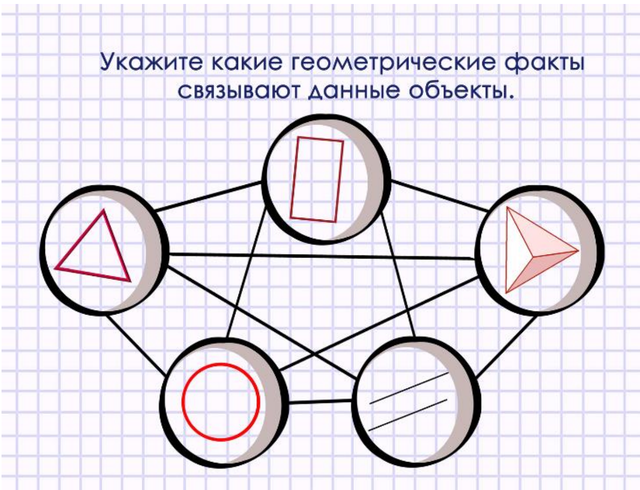

Рис. 1

Одним из важнейших составляющих умения решать задачи повышенной трудности является формирование «банка» эвристик и умение применять при решении задач. Для этого организуется целенаправленная работа по составлению банка эвристик, рассмотрим на примере:

Задача 1: Найти площадь трапеции, если диагонали равны 3 и 5 см, а отрезок соединяющий середины оснований равен 2 см. (рис. 2).

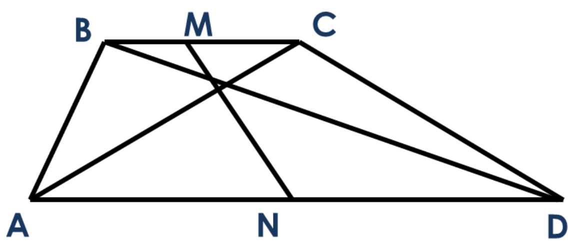

Рис. 2

Для нахождения площади трапеции нам необходимо либо воспользоваться известной формулой $S = \frac{(a+b)}{2}h$ и найти элементы, входящие в эту формулу, либо воспользоваться эвристиками, то есть для нахождения площади трапеции нужно найти фигуру равную по площади ей [3].

Для решения этой задачи очень сложно найти характеристики a, b и h, поэтому мы воспользуемся эвристикой для трансформации нашей формулы. Для нахождения характеристик трапеции можно рассмотреть

1) параллельный перенос на вектор. В данной задаче параллельный перенос на вектор BC позволяет построить треугольник ACK со сторонами равными диагоналям (рис. 3).

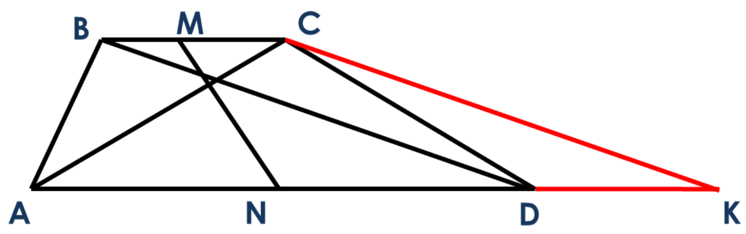

Рис. 3

2) Если в задаче рассматриваются середины отрезков, можно рассмотреть средние линии треугольника или трапеции, медианы треугольника, параллелограмм и свойства диагоналей параллелограмма. В нашей задаче можно рассмотреть медиану CL равную отрезку MN (рис. 4).

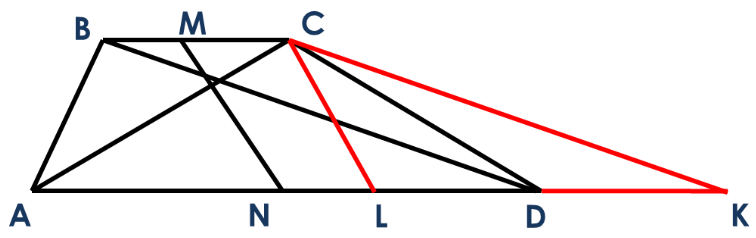

Рис. 4

Далее благодаря полученным данным мы можем трансформировать нашу формулу нахождения площади трапеции: $S=S_{ACK}$.

Если медиана CL делит треугольник ACK на два равновеликих треугольника, то: $S=S_{ACK} = 2S_{CLK}$.

У треугольника CLK известно две стороны, но для того, чтобы найти площадь необходимо найти или высоту, или угол. Легче найти угол, воспользуемся снова эвристикой. Если дана середина L можно построить среднюю линию. В треугольнике CLX у нас все стороны известно, поэтому можем найти угол XCL и можем найти площадь треугольника CLK, а с помощью неё найти площадь трапеции ABCD (рис. 5).

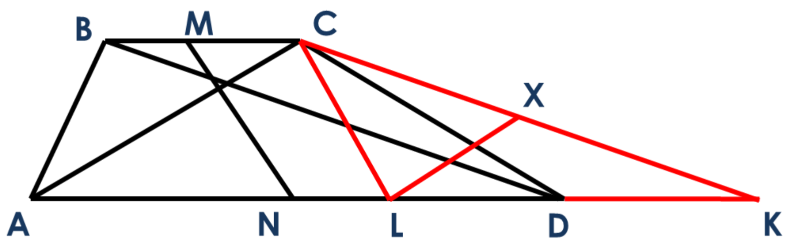

Рис. 5

Анализ этой задачи показывает, что работу по нахождению эвристик можно использовать при решении каждой задачи.

После решения каждой задачи используем задания на выделение математических фактов, используемых при решении и установление взаимосвязи между ними.

Формирование у учащихся умений выделения следствия, применения логических операций, методами научного познания, такими как аналогия, обобщение, синтез, анализ позволяет добиваться учащимся успеха при решении задач. Эти умения являются составляющими решения любой задачи, но решение задач повышенной трудности, в случае, когда решение состоит из нескольких взаимосвязанных (или не взаимосвязанных) шагов, основано на логических операция, умениях выводить следствия, обобщать или выделять частные случае. При решении задач повышенной трудности необходимо особое внимание уделить этапу исследования решения задачи. На этапе исследования необходимо:

– выделить этапы решения – это позволяет сформировать умения формулировать подзадачи, выявить структуру задачи;

– выделить основные понятия и математические факты, используемые для доказательства решения – это задание позволяет систематизировать знания, выделить эвристики, используемые при решении, найти другой способ решения задачи;

– сформулировать задачу-обобщение, задачу-аналог, обратную задачу, подзадачи данной задачи – при рассмотрении данных задач можно выявить методы решения целого класса задач.

Приведем пример задачи:

Задача 2. В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) проведена биссектриса CD. На прямых AC и BC отметили точки E и F соответственно так, что угол CDE – прямой, а отрезки DF и AC параллельны. Докажите, что CE=2DF.

Подзадачами данной задачи будут являться:

а) в треугольнике ABC на сторонах AB и BC отметили точки D и F соответственно так, что отрезки DF и AC параллельны. Докажите, что

∠CDF=∠DCS.

б) в треугольнике ABC проведена биссектриса CD. На прямых AB и BC отметили точки D и F соответственно так, что отрезки DF и AC параллельны. Докажите, что DF=FC.

в) треугольник CDE прямоугольный. Угол CDE – прямой, DS – медиана. Докажите, что DS=1/2 CE [1].

Рассмотрев данные подзадачи ученикам довольно просто решить усложненную задачу, которая объединяет условия нескольких задач. Её решение мы можем организовать несколькими способами.

1. Составление цепочки, которая включает в себя рассмотрение позадач, как подводящих к решению задачи повышенной трудности.

2. Рассмотрение задачи повышенной трудности изначально, в результате учащиеся сталкиваются с проблемой и с помощью учителя составляют план решения.

3. (когда умения уже сформированы) Предложить решить самостоятельно данную задачу и проанализировать решение в формате фронтальной, индивидуальной, групповой работы.

В ходе решения учащимся предлагается ответить на следующие вопросы и выполнить задания:

1) выделите, этапы решения данной задачи.
2) какие подзадачи были решены?
3) какие математические факты были использованы при решении задачи?
4) сформулируйте аналогичную задачу, обратную задачу и т. д.

Список литературы

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.

2. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учеб. деятельности: книга для учителя / О.Б. Епишева, В.И. Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.

3. Кохась К.П. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике: сборник задач / К.П. Кохась, С.Л. Берлов, Ф.В. Петров, А.И. Храбров. – М.: МЦНМО, 2016. – 128 с.

4. Саранцев Г.И. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студентов бакалавриата вузов по направлению «Педагогическое образование». – Казань: Центр инновационных технологий, 2011. – 220 с.