Авторы:

Коробков Георгий Павлович

ученик 6 «А» класса

Фёдоров Дмитрий Сергеевич

ученик 6 «А» класса

Научный руководитель:

Загуменов Владимир Петрович

учитель математики

МАОУ «Математический лицей»

г. Хабаровск, Хабаровский край

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Аннотация*: тема исследования является актуальной, так как в работе рассматриваются теоретические вопросы одного из направлений развития современной математики. Цель исследования – изучить понятие логики в математике, которая изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем, которые лежат в основе работы любого компьютера. В статье рассматриваются математические символы и их исторический аспект. Методологической основой работы является обобщение изученной нормативно-справочная информации, учебно-методической литературы.*

Ключевые слова*: логика, математическая логика, элементы математической логики, математические символы.*

Математическая логика – один из важнейших разделов современной математики, который образует фундамент всего грандиозного здания математики. Слово логика означает совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления. Сам термин «логика» происходит от древнегреческого «logos», означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон». Еще древнегреческий философ Аристотель (384–322 гг. до н.э.) считал, что между математикой и логикой много общего, есть возможность применения исчисления высказываний.

Аристотель был родоначальником науки логики и достаточно близко подошёл к теории доказательств – одному из разделов математической логики. Математическая логика изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем.

Фундаментальный вклад в создание математической логики как науки, наряду с известными зарубежными учеными (П. Бернайс, Л. Брауэр, Б. Буля, Р. Ганди, К. Гедель, А. Гжегорчик, Д. Гильберт, С. Клини, Дж. Лось, Э. Пост, Б. Рассел, А. Тарский, А. Тьюринг, Л. Хенкин, А. Черч, Г. Фрёге, Э. Шрёдер), внесли и российские ученые (Ю.Л. Ершов, А.Н. Колмогоров, А.И. Мальцев, А.А. Марков, П.С. Новиков и многие другие известные математики) [1; 2].

Основателем символической логики (начальной стадии математической логики) стал немецкий философ, математик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716), который старался создать универсальный алгоритм для логических исчислений: арифметических и буквенно-алгебраических. Он считал, что можно заменить простые рассуждения действиями со знаками, и привел соответствующие правила.

Основой развития математической логики является система множества истинности. Суждения в математической логике называют высказываниями или логическими выражениями. Под высказыванием понимают предложение, которое может принимать только два значения «истина» или «ложь». Обозначаются высказывания малыми латинскими буквами: a, b,,…,x, или большими латинскими буквами A, B, C… В математической логике не рассматривается смысл высказываний, определяется только их логическое значение – «истина» или «ложь».

Основателем математической логики принято считать британского математика Джорджа Буля (1815–1864), предметом изучения которого была алгебра логики – один из разделов математической логики, в которой он изучал классы, соотношения между ними и связанные с этим операции. Учёный изобрел свою теорию – своеобразную систему обозначений, перенес на логику законы и правила алгебраических действий, поставил в логике классов основными операциями: логическое сложение (дизъюнкция или логическое ИЛИ), обозначается знаком «+», логическое умножение (конъюнкция или логическое И), обозначается знаком «х» и логическое отрицание (инверсия – логическое НЕ, обозначается знаком «-». Также Д. Буль ввел в свою систему логическое равенство (эквивалентность), которое обозначалось знаками «↔», «~». Результаты Д. Буля и его последователей обобщил известный немецкий математик и логик Эрнест Шрёдер (1841–1902). Он добавил новые по сравнению с Д. Булем символы и решил в качестве знака для обозначения ложного суждения использовать цифру «0», что в итоге привело к обозначению истины цифрой «1». Также в основу исчисления классов Эрнест Шрёдер, в отличие от Д. Буля, поставил не отношение равенства, а отношение включения класса в класс.

Немного позже немецкий математик Готлоб Фрёге (1846–1925) воспроизвел исчисление высказываний. В свою очередь американский математик, философ, логик Чарльз Пирс (1839–1914) сформулировал общую теорию отношений и пропорциональных функций. А итальянский математик Джузеппе Пеано (1858–1932) создал удобную систему обозначений, которую мы видим и используем сегодня в современной математической логике.

Основные математические символы представлены в таблице 1.

Таблица 1

Основные математические символы

Символ	Название	Значение
$\Rightarrow$	Следовательно	Если A верно, то B тоже верно $A \Rightarrow B$
$\rightarrow$	Если …то	Если A, то B; Когда A, тогда B. Всегда кроме случая, когда A истинно, а B ложно. $A \rightarrow B$
$\leftrightarrow$	A тогда и только тогда, когда	Когда A и B одновременно истинны или одновременно ложны $A \leftrightarrow B$
$\wedge$	и	Когда истинные одновременно высказывания A и B $A \wedge B$
$\vee$	или	Когда истинно A, либо B, либо A и A одновременно $A \vee B$
$\neg$	не	Когда исходное высказывание ложно $\neg A$
$\forall$	«Для любых», «Для всех», «Для всякого»	$\forall$ x, P (x) обозначает «P(x) верно для всех (x)».
$\exists$	«Существует»	$\exists$ x, P (x) означает «существует хотя бы один x такой, что верно P (x)»
$=$	«Равно»	x=y обозначает «x и y обозначают одно и то же значение».

:=	«Равно/равносильно по определению»	x := y означает «x по определению равен y».
{ }	«Множество…»	{a, b, c} означает множество, элементами которого являются a, b и c.
{|}	«Множество всех… таких, что верно…»	{x| P(x)} означает множество всех x таких, что верно P(x).
∅	«Пустое множество»	∅ означает множество, не содержащее ни одного элемента.
∈ ∉	«принадлежит», «из» «не принадлежит»	a ∈ S означает «a является элементом множества S» a ∉ S означает «a не является элементом множества S»
⊆ ⊂	«Является подмножеством», «включено в»	A ⊆ B означает «каждый элемент из A также является элементом из B».
⊇ ⊃	«Является надмножеством», «включает в себя»	A ⊇ B означает «каждый элемент из B также является элементом из A».
⊊	«Является собственным подмножеством», «строго включается в»	A ⊊ B означает A ⊆ B и A ≠ B.
⊋	«Является собственным надмножеством», «строго включает в себя»	A ⊋ B означает A ⊇ B и A ≠ B.
∪	«Объединение … и …», «…, объединённое с …»	A ∪ B означает множество элементов, принадлежащих A и B
⋂	«Пересечение … и … ", «…, пересечённое с …»	A ⋂ B означает множество одинаковых элементов, принадлежащих и A, и B.
\	«разность … и …», «минус», «… без …»	A \ B означает множество элементов, принадлежащих A, но не принадлежащих B.
→	Функция (отображение) «из … в …»	*f* : X →Y означает функцию *f* с областью определения X и областью значений Y.
N	«Эн» Натуральные числа	N означает множество {1, 2, 3, …}
Z	«Зед» Целые числа	Z означает множество {……-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ….}
< >	Сравнение «меньше чем», «больше чем»	X < y обозначает, что x строго меньше y. X > y означает, что x строго больше y.
⩽ или ≤ ⩾ или ≥	Сравнение «меньше или равно»; «больше или равно»	X ⩽ y означает, что x меньше или равен y. X ⩾ y означает, что x больше или равен y.
≈	«приблизительно равно»	*e*≈ 2,718 с точностью до $10–^{3}$ означает, что 2,718 отличается от *e* не больше чем на $10–^{3}$.

!	«n факториал»	n! означает произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно, то есть 1 x 2 x….. n
√	Арифметический квадратный корень «Корень квадратный из …»	√x означает неотрицательное действительное число, которое в квадрате даёт x.

Таким образом, математическая логика является одним из приоритетных направлений современной математики. Ее создание было связано как с проблемами оснований современной математики, так и с созданием математической теории, лежащей в основе таких фундаментальных понятий науки, как доказательство и истинность, вычислимость и алгоритм. На современном этапе основными приоритетными направлениями развития математической логии являются [3]: 1) теория формальных языков и исчислений; 2) теория моделей и другие математические методы и технологии построения математической теории семантики формальных языков; 3) теория вычислимости; 4) основания математики и теория множеств.

Список литературы

1. Гончаров С.С. О роли математической логики в образовании по математическим направлениям / С.С. Гончаров, Б.Н. Дроботун // Сибирский журнал чистой и прикладной математики. – 2008. Т. 8 – №1. – С. 15–25.

2. Ершов Ю.Л. Математическая логика: Учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям и специальностям «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Механика» / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. – 6-е изд., исп. – М., 2011. – 356 с.

3. Янкина Л.А. Использование элементов логики при изучении математических понятий / Л.А. Янкина // ПМНО: Поиск. Мастерство. Новаторство. Опыт.: Материалы всероссийской научно-практической конференции / Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева. – Саранск, 2013. – С. 122–125.