Никандров Алексей Александрович

магистрант

Семёнов Юрий Матвеевич

д-р физ.-мат. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Чувашский государственный

университет им. И.Н. Ульянова»

г. Чебоксары, Чувашская Республика

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПСЕВДОГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА РАЗМЕРНОСТИ 4

Аннотация*: в данной статье исследователями приведено оптимальное управление псевдогармонического осциллятора размерности 4.*

Ключевые слова*: оптимальное управление, псевдогармонический осциллятор.*

Исследуем линейную управляемую систему вида

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = -x^2 + x^3 \\ \dot{x}^2 = x^1 + x^4 + u \\ \dot{x}^3 = -x^4 \\ \dot{x}^4 = x^3 + u \end{cases}, \quad \overrightarrow{u(t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u(t) \end{bmatrix}, u(t) \in [-1,1] \quad (1)$$

Матрица системы (1) имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица, сопряжённая к матрице A, записывается в виде:

$$-A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Система, сопряжённая к системе (1), имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\psi}^1 = \quad - \ \psi^2 \\ \dot{\psi}^2 = \psi^1 \\ \dot{\psi}^3 = -\psi^1 \quad\quad\quad - \ \psi^4 \\ \dot{\psi}^4 = \quad - \ \psi^2 + \ \psi^3 \end{cases} .$$

Общее решение сопряжённой к системе (1) системы запишется в виде:

$$e^{-A^T t} = \begin{bmatrix} Cos\,t & -Sin\,t & 0 & 0 \\ Sin\,t & Cos\,t & 0 & 0 \\ -t\,Cos\,t & t\,Sin\,t & Cos\,t & -Sin\,t \\ -t\,Sin\,t & -\,t\,Cos\,t & Sin\,t & Cos\,t \end{bmatrix}.$$

$$\psi(t) = e^{-A^T} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cos\,t & -Sin\,t & 0 & 0 \\ Sin\,t & Cos\,t & 0 & 0 \\ -t\,Cos\,t & t\,Sin\,t & Cos\,t & -Sin\,t \\ -t\,Sin\,t & -\,t\,Cos\,t & Sin\,t & Cos\,t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \psi^1(t) = D_1 Cos\,t - D_2 Sin\,t \\ \psi^2(t) = D_1 Sin\,t + D_2 Cos\,t \\ \psi^3(t) = -D_1\,t\,Cos\,t + \ D_2\,t\,Sin\,t + D_3 Cos\,t - D_4 Sin\,t \\ \psi^4(t) = -D_1\,t\,Sin\,t - D_2\,t\,Cos\,t + \ D_3 Sin\,t \ + D_4 Cos\,t \end{cases}$$

Оптимальное управление u(t) задаётся функцией:

$$u(t) = sgn[\psi(t), u(t)] = sgn[-D_1\,t\,Sin\,t - D_2\,t\,Cos\,t + \ D_3 Sin\,t + D_4 Cos\,t]$$

Пусть $D_1 = 1, D_2 = 0, D_3 = 1, D_4 = 0$, тогда u(t) = sgn$[-t\,Sin\,t + Sin\,t]$ = = sgn$[Sin\,t(-t + 1)]$. Точки t $= \pi k$ и t = 1 будут являться точками переключения управления u(t).

Пусть $D_1 = 0, D_2 = 1, D_3 = 0, D_4 = 1$, тогда u(t) = sgn$[-t\,Cos\,t + Cos\,t]$ = = sgn$[Cos\,t(-t + 1)]$. Точки t $= \frac{\pi}{2} + \pi k$ и t = 1 будут являться точками переключения управления u(t).

Пусть $D_1 = 1, D_2 = 1, D_3 = 0, D_4 = 0$, тогда u(t) = sgn$[-t\,Sin\,t - t\,Cos\,t]$ = = sgn$[-t(Sin\,t + Cos\,t)]$. Точки t $= -\frac{\pi}{4} + \pi k$ и t = -1 будут являться точками переключения управления u(t).

Пусть $D_1 = 0, D_2 = 0, D_3 = 1, D_4 = 1$, тогда u(t) = sgn$[Sin\,t + Cos\,t]$. Точка

t $= -\frac{\pi}{4} + \pi k$ будет являться единственной точкой переключения управления u(t).

Список литературы

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст]: 4-е изд., стереотипное: Учебник / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1983. – 393 с.

2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст]: 4-е изд.: Учебник. – М.: Наука, 1974. – 244 с.