Балукин Даниил Валерианович

магистрант

Титов Павел Леонидович

канд. физ.-мат. наук, доцент

ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет»

г. Владивосток, Приморский край

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КЛЕТОЧНОГО АВТОМАТА, ОСНОВАННОГО НА ПРОСТЫХ ПРАВИЛАХ

***Аннотация**: в работе приводится моделирование динамики клеточного автомата, для которого заданы альтернативные правила функционирования на замкнутой двумерной области. Показано, что в ряде случаев поведение системы сводится к периодическому. Определены коэффициенты корреляции между соседними состояниями системы для нескольких конфигураций области. Приведен вариант реализации кодирования сообщения на основе рассматриваемого клеточного автомата.*

***Ключевые слова**: клеточный автомат, хаотическая динамика, коэффициент корреляции, кодирование.*

Идея клеточных автоматов была предложена Конрадом Цузе и Станиславом Уламом, а воплощена на практике Джоном Фон Нейманом с целью воспроизвести поведение сложных пространственно протяженных систем. Игра «Жизнь» была придумана математиком Джоном Конвеем в 1970 году [1, с. 120], после того как он заинтересовался идеями Фон Неймана, о создании гипотетической машины, способной воспроизводить саму себя. Фактически она представляет собой двумерный клеточный автомат с довольно простыми правилами.

Правила для данного клеточного автомата довольно просты. Каждая клетка либо мертва «0», либо жива «1», и изменяет свое состояние в зависимости от состояний соседних восьми клеток: по прошествии единицы времени живая клетка останется живой, если рядом 2 или 3 живых клетки, в противном случае она погибает. Мертвая клетка становится живой, если вокруг нее ровно 3 живых клетки. На рисунке 1 можно увидеть один из огромного количества вариантов [2, с. 470].

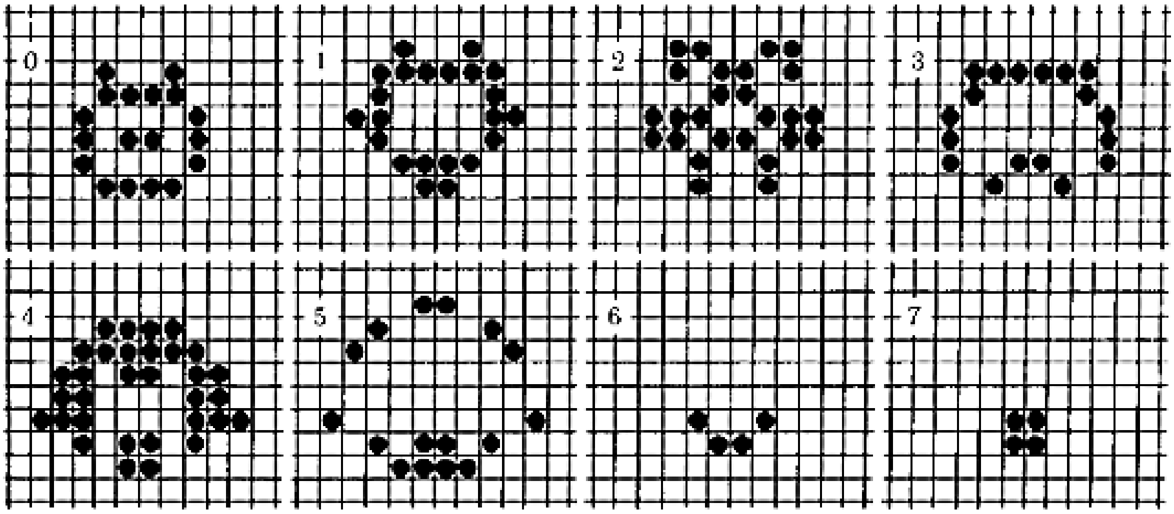

Рис. 1. Иллюстрация правил игры в жизнь

При данных начальных условиях (двоичное значение клетки и каждая клетка окружена 8 воздействующими на нее соседями) существует примерно 10^{154} различных законов. Помимо этого существует множество других законов [3], например зависимость от клетки от ее соседей по всей горизонтали, вертикали или диагонали, законы с элементами случайности. Можно внести некоторые фиксированные клетки, которые всегда остаются живыми и т. д.

Будем использовать те же начальные условия и простое правило: если вокруг клетки четное количество живых, то она будет жива на следующий ход, в противном случае она умирает. Мир считаем замкнутым, то есть клетки на краях зависят от состояния клеток на противоположных краях «вселенной» (рисунок 2). Возьмем за начальное состояние автомата заполненные клетки на границе «вселенной» (рисунок 3).

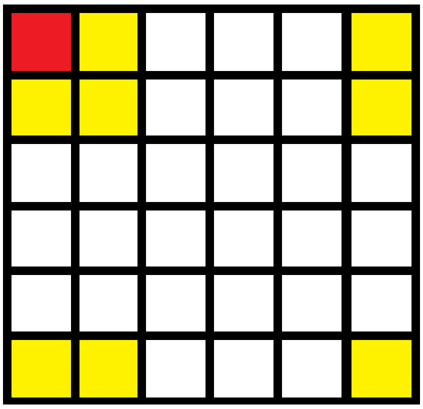

Рис. 2. Иллюстрация замкнутости. «Соседями» красной клетки являются клетки с противоположных углов, отмеченные на рисунке желтым цветом

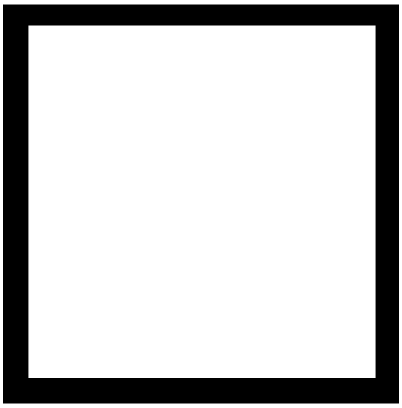

Рис. 3. Стартовое состояние клеточного автомата

Так как количество состояний конечно, то данные преобразования с этим правилом почти всегда приводят к периодической картине. Лишь в некоторых случаях все «живые» клетки вырождаются и остается лишь пустое пространство. Такая картина наблюдается для случая квадратных матриц, размеры которых являются степенями числа 2 (4 x 4, 8 x 8, 16 x 16, 32 x 32 и т. д.).

Квадратные матрицы обладают меньшим периодом в сравнении с прямоугольными с тем же количеством клеток. Например, матрица размером 20 x 5 имеет период 12, а матрица 10 x 10 имеет период 6. Матрица размером 10 x 11 обладает периодом 2046, а матрица размерностью 12 x 11 повторится всего лишь через 124 преобразования. Зависимость периода от размерности принимает сложный, иррегулярный характер. Даже при таком простом правиле два соседних состояния могут быть крайне непохожими друг на друга.

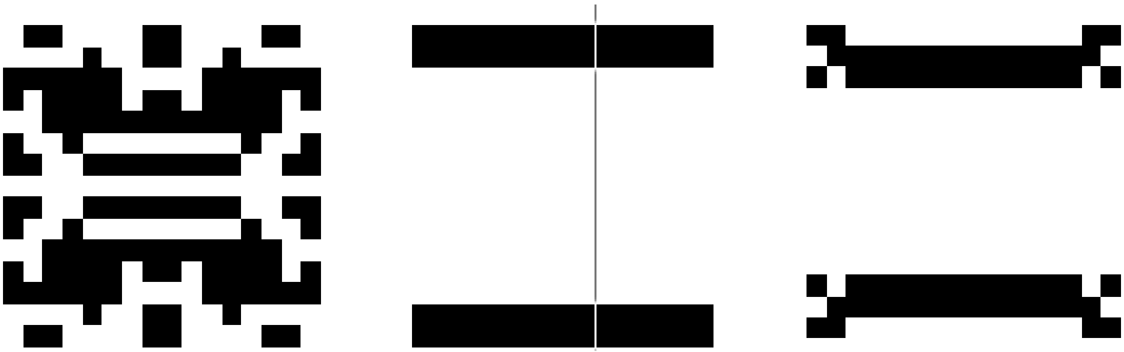

Рис. 4. Три состояния, следующих друг за другом (матрица 16 x 15)

Посчитаем степень похожести между представленными на рисунке 4 отображениями. Между состояниями 1 и 2 коэффициент корреляции равен 0.417, между состояниями 2 и 3 оный равен 0.767. Коэффициент корреляции между двумя ближайшими состояниями представлен на рис. 5.

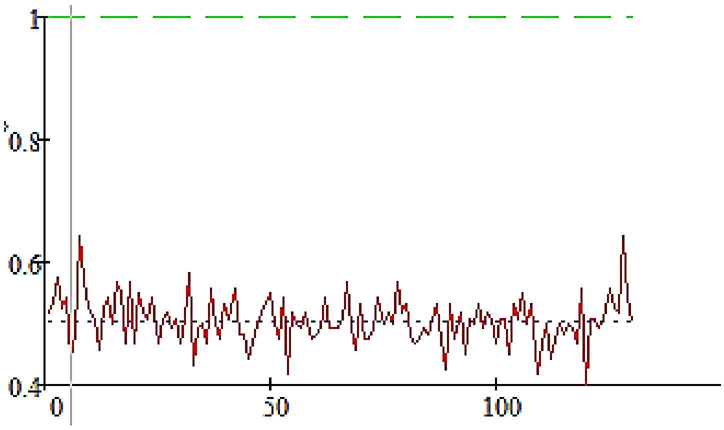

Рис. 5. Корреляция между двумя соседними отображениями
(матрица 16 x 15, 130 шагов)

Как видно из график, он колеблется около уровня 0.5, из чего можно сделать вывод, что наши отображения хоть и являются детерминированными, но внешне похожи на случайные преобразования. Как было упомянуто выше, данные преобразования периодичны. Если взять количество шагов для той же матрицы 1000, то получим следующую картину (рис. 6.).

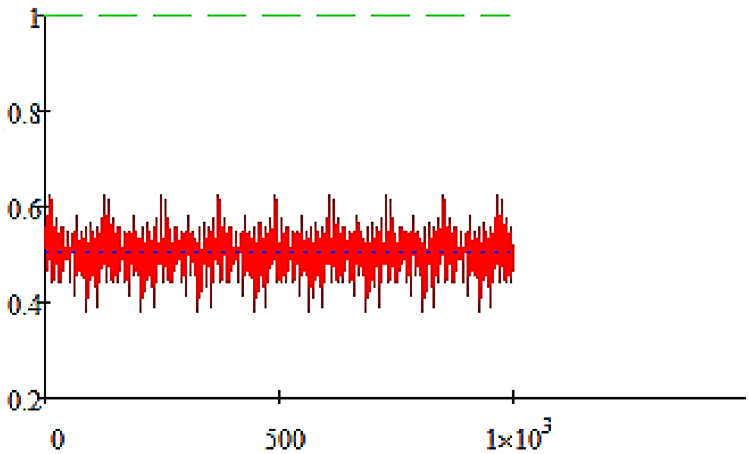

Рис. 6. Корреляция между двумя соседними отображениями
(матрица 16 x 15, 1000 шагов)

Рассмотрим простой вариант использования преобразований. Предположим, что мы имеем 120 бита для передачи, представим последовательность в виде матрицы 12 на 10, обозначенную IT и сложим по модулю 2 с матрицей той же размерности, которую обозначим MK. Матрицу MK получим как результат нескольких шагов, рассмотренного выше преобразования из исходной матрицы, которую обозначим d. Получившуюся в результате матрицу обозначим OT (рисунок 7).

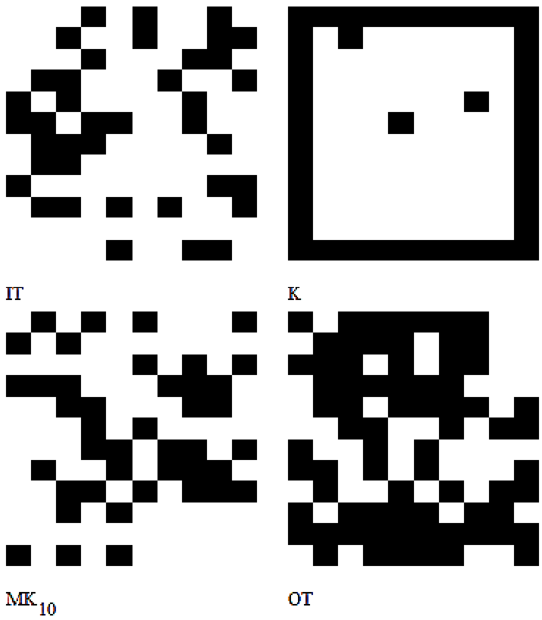

Рис. 7. Преобразование на передающей стороне. Сигнал необходимый для передачи IT, матрица-ключ K, матрица-ключ после 10 шагов MK, результат операции «логическое И» между сигналом IT и матрицей MK

Для приема на входной стороне нужно знать тип преобразования, номер шага и матрицу-ключ. Обратный процесс получения исходного сигнала представлен на рисунке 8. Зная количество шагов, из матрицы K, мы получаем матрицу MK и при помощи операции «логического И» восстанавливаем исходное сообщение.

Фактически для восстановления сигнала нужны все компоненты. Зная лишь вид преобразования, восстановить исходный сигнал, пытаясь найти предыдущие состояния, будет крайне трудно, так как мы имеем в данном случае 12 x 10 неизвестных, но что более существенно одному состоянию могут соответствовать несколько предыдущих. Более того необходим будет как ключ, так и знание шага преобразования, из чего следует, что для большей надежности независимо от преобразования стоит применять матрицы с большим периодом.

На рисунке 9 представлены результаты попытки восстановления сигнала с ключом, изменённым в одном символе. Коэффициент корреляции между полученным результатом и закодированным 0.867. В случае ошибки в два бита он равен 0.733. Для трех битов он равен 0.6 и стремится к 0.5 с повышением некорректных битов в матрице-ключе.

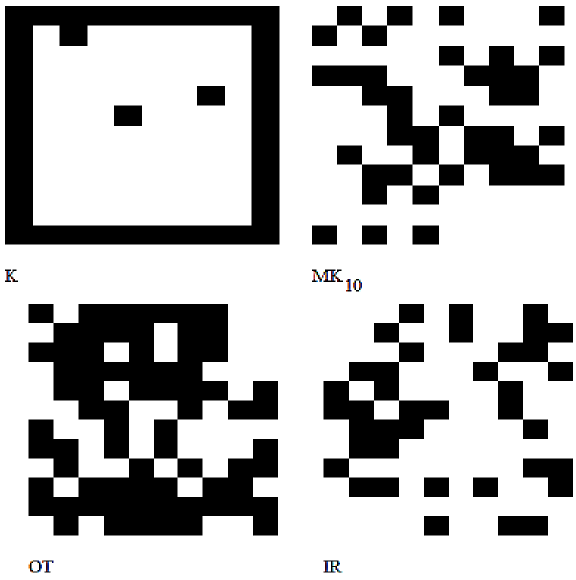

Рис. 8. Процесс восстановления исходного сигнала

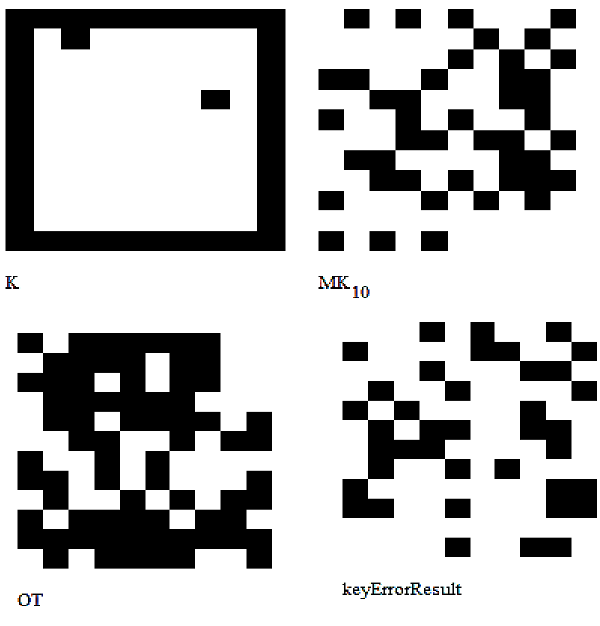

Рис. 9. Процесс восстановления исходного сигнала
с одним ошибочным битом в ключе

Даже применение такого просто пошагового правила дает огромное множество вариантов. Декодирование сигнала без ключа, шага и метода преобразования становится сложным, однако даже имея в наличии что-либо из этого, декодирование остается крайне трудной задачей. Возможно, выбранное правило и начальные условия являются далеко не самыми оптимальными, однако они служат иллюстрацией предложенного способа использования детерминированных, но иррегулярных преобразований для применения в кодировании.

Системы, подобные рассмотренной в данной работе, обладают высокой степенью непредсказуемости в связи с существенной нелинейностью правил эволюции. Поэтому такие системы характеризуются также слабой автокорреляцией, что позволяет их использовать в качестве псевдослучайных «паттернов» для кодирования сообщений и генерации сложных, шумоподобных сигналов, что может найти применение, например, в технике связи.

Список литературы

1. Martin Gardner. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game «life» // Scientific American. – Vol. 223. – №4 (October 1970).

2. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – Ижевск: Перевод НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.

3. Andrew Adamatzky. Game of Life Cellular Automata. – Springer-Verlag London, 2010.