Приходько Рим Александрович
студент
ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный
политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова»
г. Новочеркасск, Ростовская область
Растеряев Николай Васильевич
канд. техн. наук, доцент
ФГБОУ ВО «Донской государственный
технический университет»
г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕННИКА ДЛЯ ПРЯМОТОКА В СРЕДЕ ПАКЕТА MATHCAD

Аннотация*: в данной статье представлены результаты моделирования теплообменных процессов в прямоточных теплообменниках. Построена математическая модель теплообменника, представляющая собой систему дифференциальных уравнений. Решение системы производилось в среде MathCAD методом Рунге-Кутты 4-го порядка с фиксированным шагом. В результате получены графики изменения температур холодного и горячего потоков по длине рассматриваемого теплообменника.*

Ключевые слова*: математическое моделирование, теплообменный аппарат, дифференциальные уравнения, численные методы.*

Аппараты теплообмена играют большую роль среди технологического оборудования в нефтехимической и смежных отраслях промышленности. Объем теплообменного оборудования, среди прочего, составляет 15–18% на предприятиях химической промышленности. В нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности – 50% [1]. Это объясняется тем, что подавляющее большинство процессов химической технологии (выпаривание, ректификация, сушка и др.) связаны с необходимостью подвода или отвода теплоты [2; 3].

Актуальность работы заключается в том, что использование математических моделей, численных методов и ЭВМ является необходимым условием при решении задач моделирования, расчета и проектирования процессов и аппаратов нефтехимической промышленности. От эффективной работы расчета достаточно сильно зависит протекание всего технологического процесса и качества конечной продукции нефтехимической промышленности.

Далее рассматривается моделирование распространенного в химической технологии теплообменника «труба в трубе» (рис. 1), структура его потоков соответствует модели «вытеснение-вытеснение».

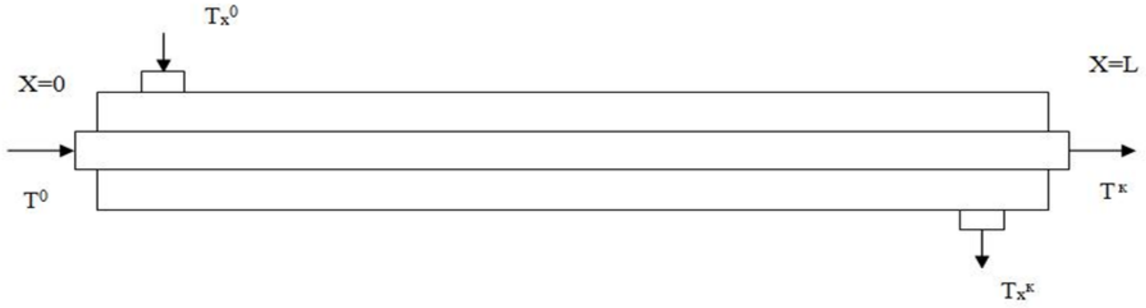

Рис. 1. Теплообменник типа «труба в трубе»

Данный теплообменник является прямоточным. Его математическая модель имеет следующий вид:

$$S_{B1} \cdot C_{p1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = -v_1 \cdot C_{p1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial l} - \frac{F}{L} \cdot K \cdot \Delta T,$$

$$S_{B2} \cdot C_{p2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = -v_2 \cdot C_{p2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial l} + \frac{F}{L} \cdot K \cdot \Delta T,$$

где $\Delta T = T_1 - T_2$.

При этом значения T_1 и T_2 изменяются по длине соответствующих зон идеального вытеснения. Цель работы – построить математическую модель и рассчитать теплообменный аппарат с известной структурой потоков.

При заданных параметрах горячего и холодного потоков теплообменника требуется решить следующие задачи:

1) рассчитать его длину, необходимую для эффективного охлаждения при прямотоке;

2) построить графики изменения температур холодного и горячего потоков по длине рассматриваемого теплообменника.

Рассмотрим математическое описание распространенного в химической технологии теплообменного аппарата при следующих допущениях:

– структура потоков соответствует модели «вытеснение-вытеснение»;

– перенос тепла происходит в стационарном режиме;

– плотность, теплоемкость и теплопроводность для каждого теплоносителя постоянны;

– теплообмен с внешней средой не происходит;

– термическим сопротивлением стенки теплообменника можно пренебречь.

Принятые выше допущения в значительной степени упрощают математическую модель, позволяя перейти от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами.

Исходные данные для моделирования:

1) конструкционные параметры и тип теплообменника;

2) тепловая нагрузка на теплообменник (тепло горячего потока):

$$Q = v \cdot C_p \cdot \rho \cdot (T^{\circ} – T^{K}),$$

где v – объемная скорость потока (расход);

3) параметры хладагента.

При математическом описании теплообменника требуются уравнения теплового баланса по обоим потокам:

$$\frac{dT}{dX} = \frac{K_T \cdot F}{V \cdot C_p \cdot \rho} \cdot (T_x\text{-}T),$$

$$\frac{dT_x}{dX} = \frac{K_T \cdot F}{V_x \cdot C_{px} \cdot \rho_x} \cdot (T\text{-}T_x),$$

где: T и Tx – текущие значения температур, соответственно горячего и холодного потоков, °С; X – текущее значение длины теплообменника, м; K_T – коэффициент теплопередачи от горячего потока хладагенту, ккал / (м^{2}час); $F = \pi \cdot d$ – поверхность теплообмена на единицу длины, м^2; d – диаметр внутренней трубы, м; V, *Vx* – объемные скорости горячего и холодного потоков, м^3/с; *Cp, Cpx* – теплоемкость горячего и холодного потоков соответственно, ккал/ (кг. °С); ρ, ρ_x – плотности горячего и холодного потоков соответственно, кг/м^3.

Запишем начальные условия для данной системы:

$X = 0$,

$T_{X=0} = T^0$, $T = T^0$;

$T_{x\,X=0} = T_x^0$, $T_x = T_x^0$;

где T^0, T_x^0 – начальные значения температур горячего и холодного потоков, соответственно.

Краевые условия получены из уравнения теплового баланса:

$V \cdot C_p \cdot \rho(T^0 - T^K) = V_x \cdot C_{px} \cdot \rho_x\left(T_x^{\,K} - T_x^{\,0}\right)$, отсюда выводим формулу для расчета конечной температуры холодного потока:

$$T_x^{\,K} = T_x^{\,0} + \frac{V \cdot C_p \cdot \rho}{V_x \cdot C_{px} \cdot \rho_x}(T^0\text{-}T^K).$$

Для вывода дифференциальных уравнений записывается тепловой баланс теплообменника (рис. 2).

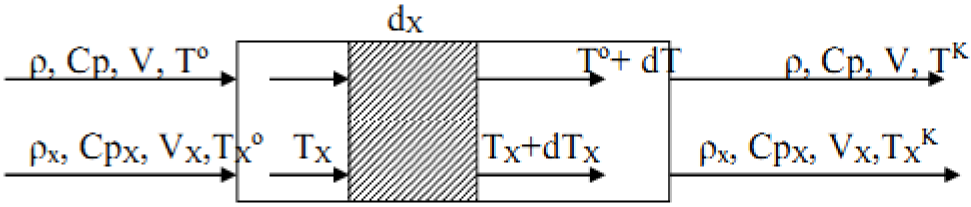

Рис. 2

Для горячего потока

$\rho \cdot Cp \cdot V \cdot T - \rho \cdot Cp \cdot V \cdot (T+dT) + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T_X - T) \cdot d_X = 0$,

$\rho \cdot Cp \cdot V \cdot T - \rho \cdot Cp \cdot V \cdot T - \rho \cdot Cp \cdot V \cdot dT + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T_X - T) \cdot d_X = 0$,

$- \rho \cdot Cp \cdot V \cdot dT + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T_X - T) \cdot d_X = 0$,

окончательно получаем:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{K_T \cdot \pi \cdot d}{\rho \cdot Cp \cdot V} \cdot (T_x - T)$$

Для холодного потока

$\rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot T_X - \rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot (T_X + dT_X) + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T - T_X) \cdot d_X = 0$,

$\rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot T_X - \rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot (T_X + dT_X) + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T - T_X) \cdot d_X = 0,$

$\rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot T_X - \rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot T_X - \rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot dT_X + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T - T_X) \cdot d_X = 0,$

$-\rho_X \cdot Cp_X \cdot V_X \cdot dT_X + K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (T - T_X) \cdot d_X = 0$, окончательно:

$$\frac{dT_X}{dx} = \frac{K_T \cdot \pi \cdot d}{\rho \cdot Cp_X \cdot V_X} \cdot (T - T_x)$$

Для движущей силы: в случае горячего потока внешней является *Tx*; а для холодного потока – внешней является *T;*

$\rho \cdot Cp \cdot V \cdot T$ – количество тепла, вносимого потоком V в элементарный объем dV внутренней трубы;

$\rho \cdot Cp \cdot V \cdot (T + dT)$ – количество тепла, которое уносит поток V; элементарный объем dV внутренней трубы;

$K_T \cdot \pi \cdot d \cdot (Tx - T) \cdot d_X = q$ – количество тепла, которое передается за счет теплопередачи через поверхность $S = \pi \cdot d \cdot d_X$ внутренней трубы.

Таким образом, для математического моделирования стационарного теплового поля кожухотрубного прямоточного теплообменника была получена система дифференциальных уравнений с соответствующими краевыми условиями.

Для численного решения полученной системы уравнений в среде Mathcad используется встроенная функция rkfixed(y,x1,x2,m,D) [4].

Эта функция реализует численный алгоритм метода Рунге-Кутты четвертого порядка с фиксированным шагом разбиения отрезка интегрирования. Так же, пакет Mathcad содержит большой набор функций для численного решения дифференциальных уравнений, которые используют специфические свойства конкретного ДУ, для обеспечения достаточного быстродействия и точности при поиске решения.

Математическое описание теплообменника для прямотока состоит из уравнений теплового баланса для обоих потоков:

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dX} = \dfrac{K_T \cdot F}{V \cdot C_p \cdot \rho} \cdot (T_x - T), \\ \dfrac{dT_x}{dX} = \dfrac{K_T \cdot F}{V_x \cdot C_{px} \cdot \rho_x} \cdot (T - T_x), \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dX} = a \cdot (T_x - T), \\ \dfrac{dT_x}{dX} = a_x \cdot (T - T_x), \end{cases}$$

где

$$a = \frac{K_T \cdot F}{V \cdot C_p \cdot \rho},$$

и

$$a_x = \frac{K_T \cdot F}{V_x \cdot C_{px} \cdot \rho_x}.$$

Систему ДУ дополним краевыми условиями – температурой соответствующего потока на входе теплообменника при X = 0.

Начальная температура горячего потока T^0 составляет 31°C, а холодного Tx^0 –15°C.

Таким образом, краевые условия для системы дифференциальных уравнений для режима прямотока имеет следующий вид:

$$T_{X=0} = T^0 \text{ и } T_{X\ X=0} = T_X^0.$$

Mathcad – документ решения системы дифференциальных уравнений с помощью встроенной функции rkfixed представлен на рисунке 2.

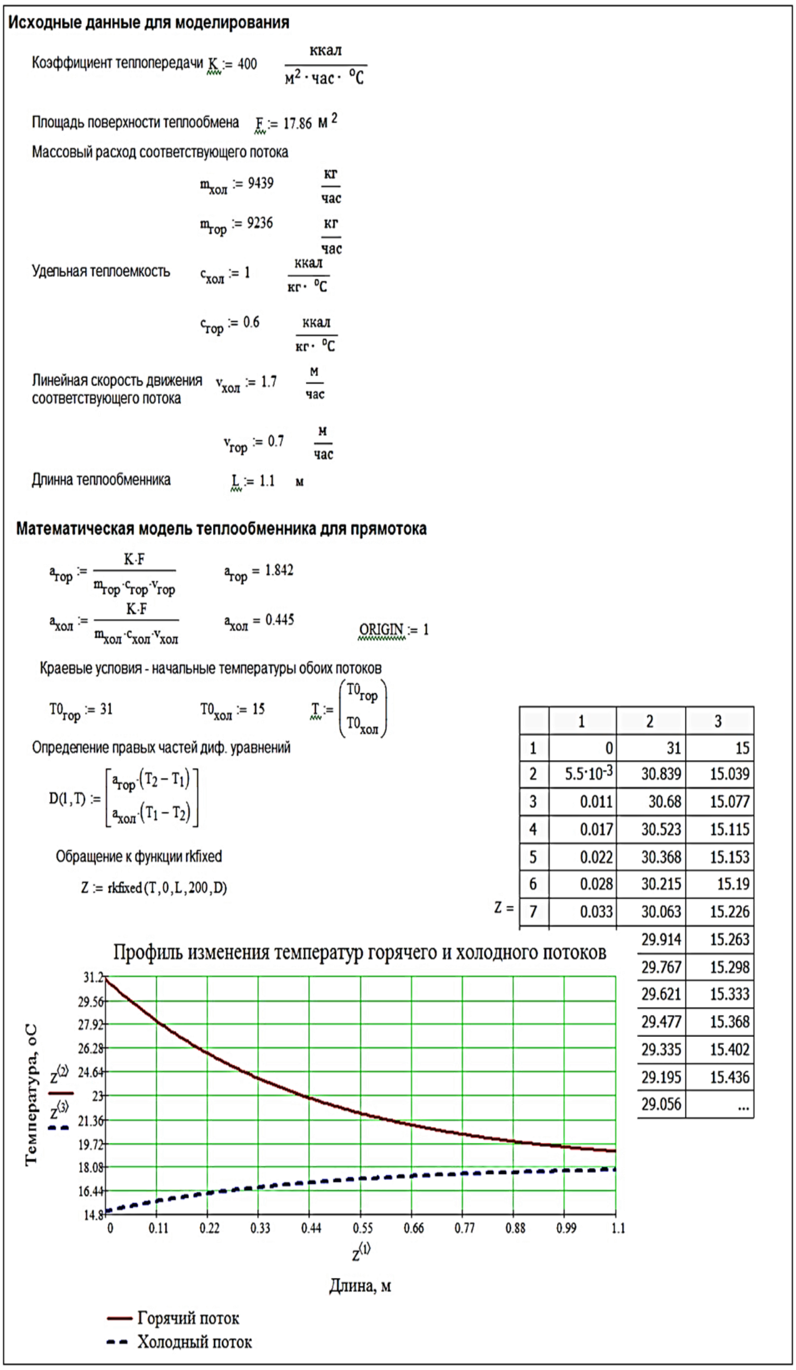

Рис. 3. Mathcad – документ расчета профиля температур

Таким образом, в данной работе представлена математическая модель теплообменных процессов в прямоточных теплообменниках, постановка краевой задачи для теплообменника «труба в трубе». Приведены алгоритмы и Mathcad – документ реализации математической модели в среде пакета, расчеты математической модели кожухотрубного теплообменника для прямотока.

Список литературы

1. Фролов В.Ф. Лекции по курсу «Процессы и аппараты химической технологии» [Текст] / В.Ф. Фролов. – СПб.: Химиздат, 2003. – 608 с.

2. Павлов К.Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии [Текст]: учеб. пособие / К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков. –Химия, 1987. – 576 с.

3. Дытнерский Ю.И. Процессы и аппараты химической технологии [Текст]: Учебник для вузов: в 2-х кн.: Часть 1. Теоретические основы процессов химической технологии. Гидромеханические и тепловые процессы и аппараты / Ю.И. Дытнерский. –2-е изд. – М.: Химия, 1995. – 400 с.

4. Глушаков С.В. Математическое моделирование. Mathcad 2000. Matlab 5.3. Учебный курс [Текст] / С.В. Глушаков, И.А. Жакин, Т.С. Хачиров. – М.: Фолио, 2001. – 528 с.