

Лукашева Елена Сергеевна

студентка

ФГБОУ ВО «Донской государственный

технический университет»

г. Ростов-на-Дону, Ростовская область

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ СТАЦИОНАРНЫМИ

ИСТОЧНИКАМИ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Аннотация: в работе проанализирована динамика выбросов вредных веществ от стационарных источников в атмосферный воздух по Российской Федерации за период с 1990 по 2016 годы. Найдена зависимость, которая отражает изменение загрязнений за выбранный интервал времени. Разработана и инициализирована соответствующая математическая модель, показана возможность ее использования для прогнозирования в пределах пятилетнего срока.

Ключевые слова: загрязнение атмосферы, математическая модель, статистические методы, оптимизация.

Загрязнение атмосферы несет огромный вред не только живым организмам, но и гидросфере, почвенно-растительному покрову, зданиям, сооружениям и другим объектам. У людей, которые проживают в местах с загрязненным воздухом часто возникают такие заболевания как аллергия, онкология, различные болезни легких. Вследствие этого существенно сокращается продолжительность жизни. Поэтому охрана атмосферного воздуха является одной из приоритетных задач нашего времени.

Основными источниками загрязнений атмосферы в России являются: промышленность, транспорт, коммунальное и сельское хозяйства. Уровень загрязнения воздуха зависит, как правило, от степени урбанизации и промышленного развития территории.

В работе проанализированы уровни вредных веществ, выброшенных стационарными источниками в атмосферный воздух за период с 1990 по 2016 годы. Данные брались из сборника «Россия в цифрах» [1].

Для выявления тренда в рассматриваемом временном ряде взят интервал с 1990 по 2004 годы с целью проверить пригодность построенной модели для прогнозирования по доступным данным [1] на период до 2009 года.

Чтобы обработать экспериментальный временной ряд была выбрана следующая регуляризация:

$$F(t) = A + Be^{-C(t-1990)}. \quad (1)$$

Основанием для такого решения служит то, что данный тренд похож на экспоненту. Для регуляризации использована трехпараметрическая формула, чтобы иметь возможность регулировать: предельное значение при $t \rightarrow \infty$, скорость спада трендовой линии и сдвигать начало отсчета. Соответственно подгоночными параметрами в искомой функции (1) являются коэффициенты A , B и C .

Для того, чтобы найти оптимальные значения подгоночных параметров будем минимизировать невязку. Невязка является функционалом, т.е. математическим оператором, который каждой функции ставит в соответствие некоторое число. Однако этот функционал для семейства функций (1) представляет собой функцию трех переменных, соответственно коэффициенты A , B и C находятся путем решения оптимизационной задачи:

$$F(A, B, C) = \sum_i (F(t_i) - F_i)^2 \rightarrow \min,$$

где t_i – значение аргумента (времени); $F(t_i) = A + Be^{-C(t_i-1990)}$; F_i – значение функции (загрязнения).

В явном виде оптимизационная задача имеет вид:

$$F(A, B, C) = \sum_i (A + Be^{-C(t_i-1990)} - F_i)^2 \rightarrow \min.$$

Оптимальные значения АВС находятся в соответствии с необходимым условием экстремума функции нескольких переменных:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(A,B,C)}{\partial A} = \sum_i (A + Be^{-C(t_i-1990)}) = 0 \\ \frac{\partial F(A,B,C)}{\partial B} = \sum_i (A + Be^{-C(t_i-1990)})e^{-C(t_i-1990)} = 0 \\ \frac{\partial F(A,B,C)}{\partial C} = B \sum_i (A + Be^{-C(t_i-1990)})(t_i-1990) = 0 \end{cases}$$

Решение этой системы найдено использованием функции «поиск решения» из пакета Microsoft Excel. Для обеспечения устойчивости счета и сокращения объема вычислений введены дополнительные ограничения для искомых коэффициентов:

$$\begin{cases} 16 \leq A \leq 20 \\ 13 \leq B \leq 20 \\ 0,25 \leq C \leq 0,5 \end{cases}$$

Окончательный вид тренда для нашего временного ряда имеет вид:

$$F(t) = 19,231 + 14,893 \cdot e^{-0,469(t-1990)}. \quad (2)$$

Соответствующая величина невязки составляет 4,35, среднеквадратическое отклонение 0,695 (3,5%) при коэффициенте корреляции исходных данных и трендовой зависимости 0,9888.

При прогнозировании согласно (2) объема выброса вредных веществ на период с 2005 по 2009 годы установлено, что погрешность прогноза носит также случайный характер при величине среднеквадратического отклонения 3,6%. Таким образом, модель демонстрирует пригодность для краткосрочного (на пять лет) прогнозирования. Если уточнить коэффициенты модели A , B и C за счет рассмотрения более длинного фрагмента доступных числовых значений – вплоть до настоящего времени, мы получим возможность прогнозировать объемы загрязнения атмосферы стационарными источниками на период до 2023 – 25 гг. с относительной погрешностью в пределах 5%.

Разработанная модель также может представлять интерес для прогнозирования некоторых иных техногенных воздействий на окружающую среду и в качестве одного из инструментов при разработке альтернативных моделей такого прогнозирования.

Список литературы

1. Россия в цифрах. Крат. стат. сб. / Под ред. А.Е. Сурикова [и др.]. – М.: Росстат, 2017. – 511 с.