Лихоузов Кирилл Игоревич

магистрант

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт

(Национальный исследовательский университет)»

г. Москва

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ФОРМУЛАМИ И СХЕМАМИ В БАЗИСЕ ПОЛИНОМА ЖЕГАЛКИНА

Аннотация*: в статье рассмотрены оригинальные методы синтеза различных полиномов Жегалкина. Разработан алгоритм минимизации сложности полинома Жегалкина. Результаты могут быть использованы в области математической логики и проектировании базы данных.*

Ключевые слова*: булевые функции, дискретная математика, полином Жегалкина, показатель сложности, минимизация показателя сложности, декомпозиция.*

В основе дискретной математики, являющейся одной из самых значимых математических дисциплин, лежит теория булевых (логических) функций. Эти функции представляют собой самые простые объекты дискретной природы.

Язык булевых функций достаточно хорошо приспособлен для декомпозиции задач. Поэтому он широко используется в различных областях человеческих знаний: математика, кибернетика, в том числе теория распознавания образов, а также биология.

В работе рассмотрены вопрос минимизации булевой функции, заданной полиномом Жегалкина. Исследования, проводимые в данном направлении, показывают, что для получения приемлемого решения необходимо использовать алгоритмы переборного характера, применение которых приводит к большим затруднениям поиска данного решения или даже к невозможности найти его уже для функций небольшой размерности [1, с. 7]. Таким образом, возникает необходимость для создания новых алгоритмов и методов решения, которые должны обладать значительно меньшей трудоемкостью, по сравнению с алгоритмами переборного метода.

Эффективность алгоритмизации булевых функций формулами и схемами в базисе полинома Жегалкина обеспечивается благодаря развитому математическому аппарату, включающему в себя функциональные уравнения, которые применяются для синтеза булевых функций, а также для их декомпозиции.

Ниже в статье представлен алгоритм минимизации булевой функции, заданной в виде полинома Жегалкина.

Представим полином Жегалкина $F^{(n)} = K_1 \oplus K_2 \oplus \dots \oplus K_m$ в виде таблицы, в которой строками являются переменные x_i множества X, из которых состоит полином Жегалкина, а столбцами элементарные конъюнкции Жегалкина. Так как полином имеет размер m с n числом переменных, то таблица будет иметь размер $n * m$.

Заполнение таблицы необходимо производить по следующему алгоритму:

1) если переменная x_i встречается в конъюнкции K_j полинома Жегалкина $F^{(n)}$, то записываем в таблицу значение 1, иначе 0.

2) в пересечении $i + 1$ строки и j столбца записывается число различных переменных, представленных в конъюнкции K_j, т. е. ранг элементарной конъюнкции:

$$r_i = r_{i,n+1} = \sum_{j=1}^{n} K_{i,j}.$$

3) в пересечении $j + 1$ столбца и i строки записывается число повторений переменной x_i в формуле полинома Жегалкина и найдем переменную, встречающуюся в полиноме Жегалкина максимальное число раз:

$$p_i = p_{m+1,j} = \sum_{i=1}^{m} K_{i,j}.$$

Получим вектор $p = (p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n)$ повторяемости переменных $\mathrm{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n\}$ из множества в формуле $\mathrm{F}^{(\mathrm{n})}$, т. е. переменная $\mathrm{x_j}, \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{n}}$ повторяется в формуле $F^{(n)}$ $\mathrm{p_i}$ раз.

4) в ячейку (m + 1, n + 1) записывается число букв, имеющихся в формуле полинома Жегалкина, т. е. $L_B = \sum_{i=1}^{m} r_i$.

5) удаляем из таблицы строку, содержащую переменную с максимальной повторяемостью и столбец, соответствующий конъюнкции, в котором эта переменная отсутствует. Записываем эту строку в результирующую таблицу. Необходимо провести эту операцию до тех пор, пока в таблице не останутся только переменные с числом повторяемости не больше 1.

6) на основе результирующей таблицы выводим формулу, обладающую минимальной сложностью. Первой строке таблицы будет соответствовать переменная, обладающая максимальной повторяемостью.

Результаты, полученные в работе, рекомендуется использовать в области математической логики, в частности, для таких исследований, как «агентные системы», которые являются одним из направлений искусственного интеллекта [1, с. 14]. Данные системы способны производить декомпозицию задачи, т. е. сводить решение трудно решаемой задачи в решение системы взаимосвязанных задач, обладающих более легким решением. Такой метод осуществляется за счет специальных программ, в том числе и рекурсивных, создание которых – искусство программирования. Также результаты работы могут быть использованы в проектировании базы данных и знаний области приложений дискретной математики.

Список литературы

1. Чебурахин И.Ф. Алгоритмизация представления булевых функций формулами и схемами минимальной сложности в базисе Жегалкина // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – №12.