Автор:

Додонов Глеб Михайлович

ученик 7 класса

Научный руководитель:

Андреева Елена Михайловна

учитель математики

МБОУ «Школа №58»

г. Самара, Самарская область

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Аннотация: *в работе рассматривается экономическая задача об эффективном расходовании ограниченных ресурсов, позволяющего получить максимальную прибыль при производстве некоторого продукта. Задача решается в терминах линейного программирования с помощью графического метода.*

Ключевые слова: *линейное программирование, графический метод, экономическая задача, ограниченные ресурсы, эффективное использование, максимизация прибыли.*

Введение

На мой взгляд изучение школьных предметов – особенно математики, физики, информатики – должно способствовать не только развитию мышления и получению хороших оценок, но и помогать в жизни решать конкретные практические проблемы. Я хочу стать бизнесменом, вести свое дело, приносить пользу людям и иметь финансовую возможность устроить свою жизнь. Без математических расчетов здесь, конечно, не обойтись. Но сейчас существует большое количество специальных программ, которые помогают вести финансовую деятельность, многие из них предполагают определенную подготовку пользователя.

Поэтому математика и информатика для меня очень важные предметы в школе. На летних каникулах я с удовольствием продолжил заниматься программированием: я уже могу писать несложные программы в Pascal, имею опыт работы с электронными таблицами Exel. Но от математики хотел отдохнуть. Однако на одном электронном ресурсе мне встретилось понятие «*линейное программирование*». С таким видом программирования я был не знаком и решил разобрать, что же это такое. Теперь я знаю, что это мощный математический способ, который позволяет находить наиболее выгодные из множества решений и может помочь оптимизировать финансовую деятельность.

Цель моей работы – применить графический метод линейного программирования для решения экономической задачи.

Для достижения цели поставим следующие задачи:

1. Дать определение модели задачи линейного программирования.

2. Сформулировать экономическую задачу о наиболее эффективном расходовании ресурсов.

3. Решить поставленную задачу графическим методом.

Модель задачи линейного программирования

Линейное программирование – математическая дисциплина, посвящённая теории и методам нахождения *экстремальных* (*наибольших и наименьших*) *значений* некоторой линейной функции, на аргументы которой наложены ограничения, задаваемые системами линейных уравнений и неравенств.

Моделью задачи линейного программирования называется совокупность, состоящая из:

– целевой функция;

– системы ограничений на аргументы целевой функции.

Приведем пример построения модели задачи линейного программирования.

Экономическая задача об эффективном расходовании ресурсов

Пусть начинающий бизнесмен в своей столярной мастерской изготавливает скалки для теста и разделочные доски. При этом скалку он может реализовать по

180 рублей за штуку, а доску – по 300 рублей. Но количество материала для изготовления ограничено и составляет 60 условных единиц. На изготовление одной скалки расходуется 2 условных единицы материала, а на изготовление доски – 3 условных единицы. То есть имеющегося материала хватит либо на 30 скалок, либо на 20 досок. Легко видно, если наш бизнесмен будет выпускать только один вид продукции, он получит прибыль

$$180 \cdot 30 = 5\,400 \text{ рублей (при изготовлении скалок)}$$

или

$$300 \cdot 20 = 6\,000 \text{ рублей (при изготовлении досок).}$$

Однако, для ведения успешной деятельности важно не только производство, но и реализация продукции. Предположим, проведя маркетинговое исследования рынка, наш бизнесмен выяснил, что спрос на скалки выше, чем на разделочные доски, разделочных досок он сможет продать не более 10 разделочных досок, а скалок не более 21.

Как спланировать производство, чтобы получить максимальную прибыль?

Составим математическую модель.

Пусть x – количество скалок, а y – количество досок, планируемых к производству. Тогда предполагаемая прибыль

$$180x + 300y \to max.$$

Расход материала на изготовление скалок составит $2x$, на изготовление досок – $3y$ условных единиц материала, так как его количество ограничено, то

$$2x + 3y \le 60.$$

Так как спрос на скалки больше, чем на разделочные доски, то

$$x \ge y.$$

Кроме того, $y \le 10, x \le 21$.

Таким образом математическая модель имеет вид:

$180x + 300y \to max$ – целевая функция:

$$\begin{cases} 2x + 3y \le 60 \\ x \ge y \\ y \le 10 \\ x \le 21 \end{cases} \quad \text{– система ограничений на аргументы целевой функции.} \qquad (1)$$

Задача заключается в нахождении таких значений x и y, для которых выполняются все неравенства и значение целевой функции наибольшее.

Графический метод решения задач линейного программирования

Наиболее простым и наглядным методом решения задач линейного программирования является графический метод. Он применяется для задач с двумя переменными.

Найдем графическое решений неравенств системы ограничений. Значения переменной x будем откладывать по горизонтальной оси, а значения переменной y – по вертикальной оси координат.

Рассмотрим первое неравенство из системы ограничений

$$2x + 3y \le 60. \tag{2}$$

В случае равенства $2x + 3y = 60$ можно выразить $y = 20\text{-}\frac{2}{3}x$, а это прямая линия, проходящая через точки:

x	6	9
y	16	14

Эта прямая разделит координатную плоскость на две полуплоскости.

Для того, чтобы узнать в какой из них будет выполнятся неравенство (2) выберем точку, например, (0,0) и подставим в неравенство

$2x + 3y \le 60$ значения $x = 0, y = 0$:

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \le 60$$

$0 \le 60$ – верное утверждение,

следовательно, точка (0,0) лежит в той полуплоскости, для которой неравенство (2) выполняется.

Область решения неравенства показана на рисунке 1.

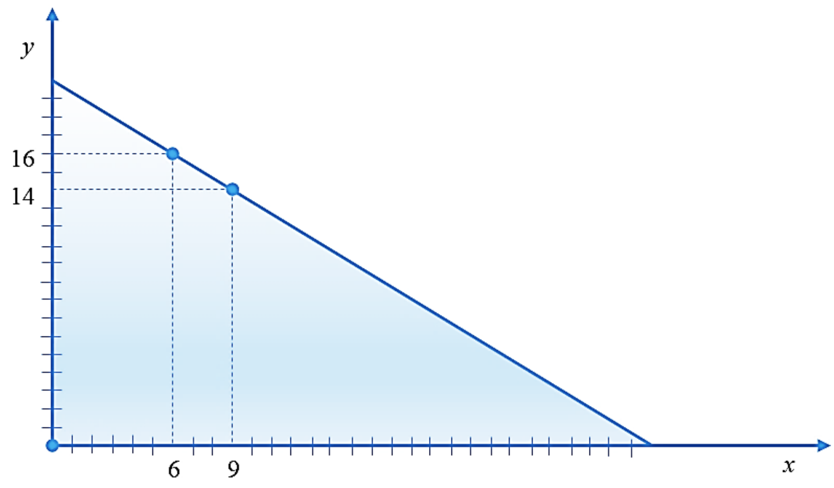

Рис. 1. Область решения неравенства 2x + 3y $\leq$ 60

Рассмотрим следующее неравенство из системы ограничений

$$x \geq y \tag{3}$$

В случае равенства $x = y$ получаем прямую линию – биссектрису 1-го координатного угла. Эта прямая разделит координатную плоскость на две полуплоскости. Для того, чтобы узнать в какой из них будет выполнятся нужное нам неравенство выберем точку, например, (1,0) и подставим в неравенство

$x \geq y$ значения $x = 1, y = 0$: $1 \geq 0$ – верное утверждение,

следовательно, точка (1,0) лежит в нужной нам полуплоскости.

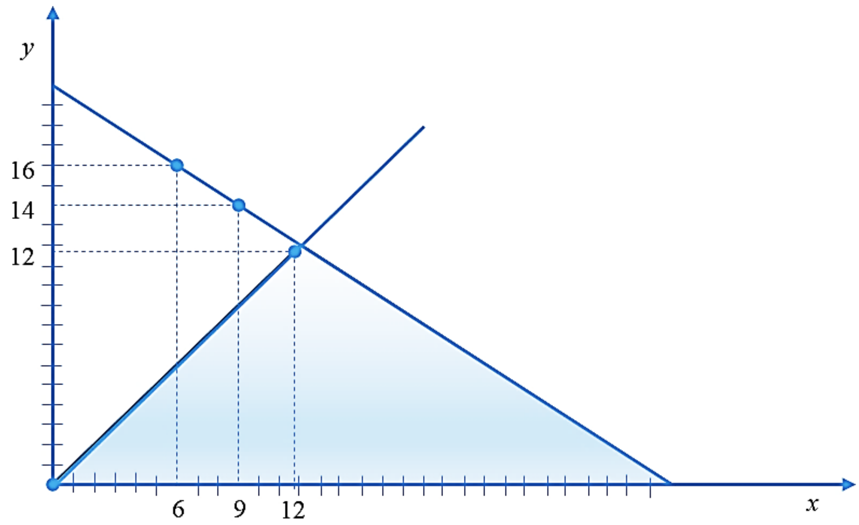

Рис. 2. Область решения неравенств 2x + 3y $\leq$ 60 и x $\geq$ y

Область решения системы неравенств (2) и (3) показана на рисунке 2.

Оставшиеся неравенства $y \leq 10, x \leq 21$ описывают точки координатной плоскости, лежащие ниже горизонтальной прямой $y = 10$ и левее вертикальной прямой $x = 21$.

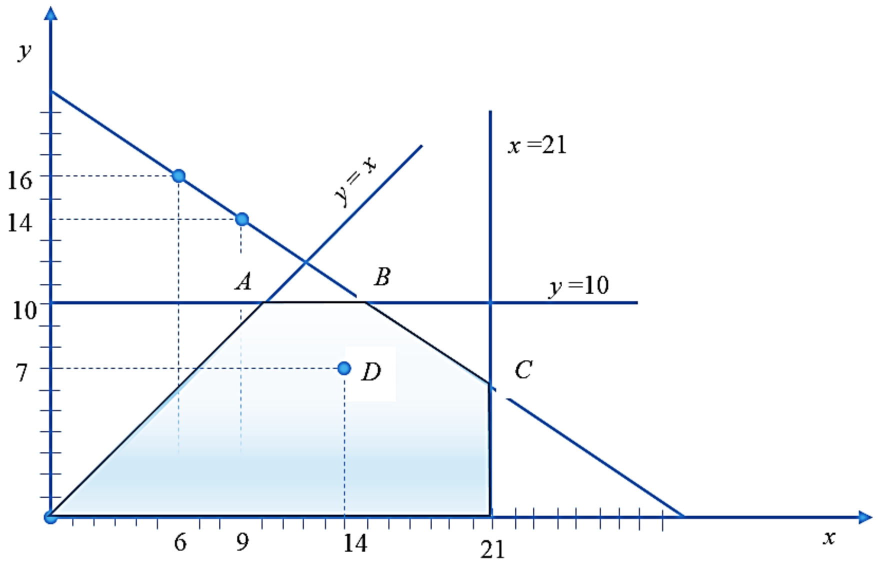

Рис. 3. Область решения неравенств системы ограничений (1)

Таким образом, множество решений системы неравенств (1) имеет вид, представленный на рисунке 3.

Для более точной характеристики данной области найдем координаты точек A, B, C.

Точка A является пересечением прямых $x = y$ и $y = 10$, следовательно координаты точки A – решение системы:

$$\begin{cases} x = y \\ y = 10 \end{cases}, \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases}, A(10;\,10).$$

Точка B является пересечением прямых $2x + 3y = 60$ и $y = 10$, следовательно координаты точки B – решение системы:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 60 \\ \quad y = 10 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 3 \cdot 10 = 60 \\ \quad y = 10 \end{cases}, \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases} B(15;\,10).$$

Точка C является пересечением прямых $x = 21$ и $2x + 3y = 60$,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 60 \\ \quad x = 21 \end{cases}, \begin{cases} 2 \cdot 21 + 3 \cdot y = 60 \\ \quad x = 21 \end{cases}, \begin{cases} x = 21 \\ y = 6 \end{cases} B(15;\,10).$$

следовательно координаты точки C (21; 10).

Любая точка области, представленной на рисунке 3 является допустимым решением задачи о расходовании ресурсов. Но в разных точках будет различным значение целевой функции, которая описывает прибыль от производства. В таблице 1 приведем значения целевой функции в различных точках области допустимых значений.

Таблица 1

Значения целевой функции

точка	координата x	координата y	значение функции $180x + 300y$
A	10	10	4 800
B	15	10	5 700
C	21	6	5 580
D	14	7	4 620

Как видно из анализа значений целевой функции, наибольшее значение достигается в точке B и составляет 5 700 рублей. В курсе «Высшей математики» доказывается, что наибольшее значение целевая функция принимает в граничных точках области допустимых решений, а значит мы нашли оптимальное решение:

Для получения наибольшей прибыли необходимо выпустить 15 скалок и 10 разделочных досок. В этом случае расход ресурса составит $2 \cdot 15 + 3 \cdot 10 = 60$ условных единиц (то есть израсходован будет весь ресурс), а прибыль составит 5 700 рублей.

Выводы

В ходе проведенного исследования я познакомился с базовыми понятиями линейного программирования, используя умения решать системы уравнений, неравенств и построение графиков линейных функций, смог разобраться с графическим методом решения задач линейного программирования, сформулировал экономическую задачу, представил ее как модель задачи линейного программирования и решил графическим методом.

Полученный опыт убедил меня в важности добросовестного изучения школьного курса математики и в возможности его практического применения для осуществления успешной деятельности в будущем.

Список литературы

1. Красс М.С. Математика для экономистов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2007. – 464 с.

2. Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org