

Руденко Виктория Алексеевна

канд. экон. наук, научный сотрудник

ФГБУН Центральный экономико-

математический институт РАН

г. Москва

DOI 10.21661/r-463909

МОДЕЛЬ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ ПРИ СЛАБОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОМПОНЕНТ ОШИБКИ

***Аннотация:** на сегодняшний день многие исследователи отмечают возможность применения аппарата копула-функций для улучшения качества оценок в моделях стохастической границы. Но в связи с тем, что использование копул значительно усложняет вычисления, вопрос о необходимости их применения для каждой конкретной модели остается открытым. В данной работе приведены модели, наиболее часто возникающие в исследованиях стохастической производственной функции, – с невысокой степенью коррелированности компонент ошибки. На их примере предложен способ анализа необходимости применения копула-функций.*

***Ключевые слова:** копула-функции, зависимость случайных величин, стохастическая производственная функция, техническая эффективность.*

В работе [1, с. 3–18] на примере трехфакторных моделей стохастической производственной функции доказана необходимость учета зависимости случайных составляющих ошибки в случае выявления их высокой корреляции при решении задач, связанных с оценкой технической эффективности. Мы будем рассматривать тот же класс моделей вида $R_i = \beta_0 \cdot (K_i)^{\beta_1} \cdot (L_i)^{\beta_2} \cdot (I_i)^{\beta_3} \cdot e^{V_i - U_i}$, где R_i – объем производства i -ой компании, K_i и I_i – объемы физического и интеллектуального капиталов соответственно, L_i – объем труда, i – число компаний в выборке. Компоненты $V_i \sim N(0; \sigma_V^2)$ и $U_i \sim N^+(\mu; \sigma_U^2)$ могут быть статистически зави-

симы. Для обоснования выводов анализ проводится с использованием смоделированных данных – при моделировании V_i и U_i выбирается значение коэффициента корреляции Спирмена $\rho = \rho(V_i, U_i)$. Параметр $\hat{\rho} = \hat{\rho}(V_i, U_i)$ – оценка ρ , вычисленная с помощью двух видов копул (нормальной и Франка). Величина $\hat{s} = \hat{s}(T\hat{E}_i, e^{-U_i})$ – оценка коэффициента корреляции между полученными при построении модели техническими эффективностями $T\hat{E}_i = E(e^{-U_i} | V_i - U_i)$ и истинными значениями эффективности e^{-U_i} , которые являются известными, что позволяет оценить качество полученных оценок.

В Таблице 1 приведены результаты оценивания двух моделей с невысокой степенью корреляции компонент ошибки – 0.39 и 0.16 (результаты для более высоких показателей можно найти в [2, стр.59–65]). Также представлены результаты проверки гипотез H_r о равенстве нулю параметра r в нормальной копуле (о близости нулю параметра α в копуле Франка) для моделей M_r и M_α соответственно.

В случае $\rho = 0.39$ для нормальной копула-функции статистика разности логарифмов правдоподобия $Lr = 2(\ln L(H_r^A) - \ln L(H_r)) = 1.270$, для копула-функции Франка $Lr = 2(\ln L(H_r^A) - \ln L(H_r)) = 1.492$, критический уровень квантиля $\chi_{1-2\alpha}^2(1) = 1.6424$. Таким образом, для обеих копул гипотезу H_r не следует отвергать. Заметим, что значение тестовых статистик достаточно близко к критическому уровню. В связи с этим, для получения обоснованных оценок параметров модели в зависимости от целей исследования возможно рассмотрение какой-либо другой копула-функции.

При меньшем коэффициенте корреляции $\rho = 0.16$ обе статистики равны 0.120, что значительно меньше критического уровня квантиля и свидетельствует об обоснованном принятии нулевой гипотезы.

Также проделанные в ходе исследования вычисления показывают, что оценки параметров факторов производства во всех трех рассматриваемых моде-

лях являются достаточно близкими, а оценки технической эффективности положительно коррелированы с истинными значениями при использовании копула-функций.

Таблица 1

Некоторые результаты построения моделей для различных $\rho(V_i, U_i)$

Значения ρ	$\rho = 0.39$			$\rho = 0.16$		
Сравниваемые модели	M_1	M_r	M_α	M_1	M_r	M_α
<i>Оценки параметров факторов производства</i>						
$\ln K$	0.690	0.694	0.691	0.806	0.802	0.802
$\ln L$	0.216	0.212	0.215	0.123	0.125	0.126
$\ln I$	0.145	0.144	0.145	0.137	0.140	0.139
$const$	1.427	1.491	1.445	1.77	1.78	1.78
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>						
$\hat{\mu}$	0	0.062	0.030	0	0.029	0.030
$\hat{\sigma}_V$	0.354	0.365	0.358	0.275	0.267	0.267
$\hat{\sigma}_U$	0.023	0.022	0.009	0.644	0.646	0.645
$\hat{\rho}$	0	0.472	0.557	0	-0.011	-0.041
$\hat{s}(T\hat{E}, e^{-U})$	-0.15	0.13	0.17	0.36	0.36	0.36
Логарифм функц. правд.	-30.424	-29.789	-29.678	-52.11	-52.05	-52.05
$H_r : \begin{cases} r = 0 \\ \text{или} \\ \alpha \rightarrow 0 \end{cases}$		прин.	прин.		прин.	прин.

Выводы

1. Классическая модель стохастической производственной функции может быть использована при решении задач, связанных с оценкой основных параметров факторов производства. В остальных случаях следует учитывать возможную зависимость компонент ошибки.

2. В случае отсутствия обоснования некоррелированности компонент ошибки в модели стохастической производственной функции, при решении задач оценки технической эффективности можно проводить вычисления с использованием копула-функций.

3. В случае значительного отличия величины тестовой статистики от критического уровня квантиля гипотезу о независимости компонент ошибки следует принять. В противном случае, при близких значениях данных показателей, следует провести дополнительные расчеты с использованием других видов копул, выбор которых должен быть обусловлен целями исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 17–18–01080).

Список литературы

1. Aivazyan S.A., Afanasiev M.Y., Rudenko V.A. Analysis of dependence between the random components of a stochastic production function for the purpose of technical efficiency estimation. Applied econometrics. – 2014. – №34 (2). – P. 3–18.

2. Aivazyan S.A., Afanasyev M. Y., Rudenko V.A. Application of copula concept to the analysis of dependence between the components of random error in the stochastic frontier model. Modeling of Artificial Intelligence. – 2014. – №2 (2). – P. 59–65.