Автор:

Ширтанова Валерия Александровна

ученица 2 «А» класса

Научный руководитель:

Кузьмина Полина Сергеевна

учитель начальных классов

МБОУ Экономико-математический лицей №29

г. Ижевск, Удмуртская Республика

DOI 10.21661/r-466398

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЙ ДЛЯ ИГРЫ «БЫКИ И КОРОВЫ». ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНОСТИ АЛГОРИТМА

Аннотация*: в данной статье проанализирована математическая игра «Быки и коровы». На основе простых вычислений предложен алгоритм решения игры. Построено древо решений. Определен критерий эффективности алгоритма. Статья популяризирует математические игры.*

Ключевые слова*: алгоритм, множество, древо решений, быки и коровы.*

Мы с родителями часто играем в интересные игры – лото, «крестики-нолики», шашки, шахматы. Все они так или иначе связаны с математикой. Математические игры развивают логику, формируют память и мышление в любом возрасте.

Мое внимание привлекла известная игра «Быки и коровы» (ее разновидность с цифрами от 0 до 5 без повторений).

«Быки и Коровы» – логическая, комбинаторная игра для двух игроков, завоевавшая огромную популярность во многих странах мира.

В классическом варианте правила просты. Играют два человека, каждый загадывает в тайне от соперника четыре цифры без повторений. Ноль также участвует в игре и может стоять на первом месте.

Игроки по очереди делают ходы и пытаются угадать задуманное противником число. Спрашивать они обязаны в виде четырёхзначного числа.

К примеру, я загадала число «2340». Меня спросят: «Твоё число 2015?» В ответ я должна сообщить количество быков и коров – «Один бык, одна корова».

«Бык» – это цифра, которая есть в загаданном числе и находится на том же месте. В нашем примере это цифра 2. «Корова» – это цифра, которая есть в нашем числе, но находится не на своём месте. В нашем примере это цифра 0. Далее буду спрашивать я, и так до тех пор, пока один из игроков не разгадает число полностью, получив в ответе «четыре быка». Несмотря на кажущуюся простоту, игра требует тонкого математического расчета, анализа, внимательности.

Первоначально игра была задумана для двух игроков, но с распространением компьютеров игрок отгадывает число, задуманное программой или наоборот.

В ходе изучения игры «Быки и Коровы» я задалась вопросом – сколько комбинаций цифр можно составить? Из условий игры известно, что первую цифру можно загадать шестью способами, вторую – пятью, третью – четырьмя, четвертую – тремя. Вычислим общее количество комбинаций:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

Назовем все возможные в игре комбинации первоначальным множеством.

Под множеством я понимаю некоторое количество элементов, объединенных каким-либо общим признаком. Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы.

В ходе исследования игры определены возможные стратегии:

1. «Хаотическая» – называть любые числа. Самая простая стратегия. Основана на везении.

2. «Множественная» – всегда выбирать число, принадлежащее множеству. Требует разделения на множества после каждого хода.

Предлагаемый мной алгоритм для игры «Быки и коровы» основан на второй стратегии, т.е. на выборе для следующего хода числа, принадлежащего множеству, до тех пора, пока комбинация не будет угадана.

Для первого хода в игре я использую любое число из 360 возможных. Например, самое первое число множества – 0123.

После первого хода первоначальное множество чисел разделяется в зависимости от ответа второго игрока на 11 множеств второго уровня – «4Б 0К» (содержит 1 число), «1Б 3К» (8 чисел), «2Б 2К» (6 чисел), «0Б 4К» (9 чисел), «3Б 0К» (8 чисел), «2Б 1К» (24 числа), «1Б 2К» (71 число), «0Б 3К» (89 чисел), «2Б 0К» (12 чисел), «1Б 1К» (48 чисел), «0Б 2К» (84 числа). Самое большое множество второго уровня «0Б 3К» состоит из 89 чисел, а самое маленькое «4Б 0К» – из одного (это и есть загаданное число).

Для каждого из множеств для следующего хода я выбираю число, которое входит в его состав. Например, для множества второго уровня «2Б 2К» вариант следующего хода выбирается из 6 чисел – 0132, 0321, 0213, 1023, 2103, 3120. Допустим, я выбрала ход 0132. Тогда получается 3 множества третьего уровня – «4Б 0К» (0132), «1Б 3К» (0321, 0213, 3120, 2103), «0Б 4К» (1023). Множество «4Б 0К» содержит ответ, а в множестве «0Б 4К» ответ находится за один ход, так как множество состоит из одного элемента. Для множества третьего уровня «1Б 3К», состоящего из четырех элементов, выбираю ход 0321. Получаю 3 множества четвертого уровня – «4Б 0К» (0321), «1Б 3К» (0213, 3120), «0Б 4К» (2103). Для множества четвертого уровня «1Б 3К» выбираю ход 0213. Все сделанные ходы записываю в таблицу. Итогом работы становится часть дерева решений игры для множества второго уровня «2Б 2К» (табл. 1). Для нахождения всех 6 чисел множества мне потребовалось сделать 21 ход.

Таблица 1

Дерево решений игры для множества второго уровня «2Б 2К»

<table>
<tr><td>II</td><td colspan="6">2Б2К (6)</td></tr>
<tr><td></td><td>0132</td><td>0321</td><td>0213</td><td>3120</td><td>2103</td><td>1023</td></tr>
<tr><td>Ход 2</td><td colspan="6">0132</td></tr>
<tr><td>III</td><td>4Б0К (1)</td><td colspan="4">1Б3К (4)</td><td>0Б4К (1)</td></tr>
<tr><td>Ход 3</td><td></td><td colspan="4">0321</td><td>1023</td></tr>
<tr><td>IV</td><td></td><td>4Б0К (1)</td><td colspan="2">1Б3К (2)</td><td>0Б4К (1)</td><td>4Б0К (1)</td></tr>
<tr><td>Ход 4</td><td></td><td></td><td colspan="2">0213</td><td>2103</td><td></td></tr>
</table>

V			4Б0К (1)	0Б4К (1)	4Б0К (1)	
Ход 5				*3120*		
VI				4Б0К (1)		
Ходы	2	3	4	5	4	3

Основываясь на этом алгоритме, мной были проведены аналогичные расчеты для всех множеств второго уровня и построено дерево решений для всей игры.

Ознакомиться с полной версией дерева решений вы можете по ссылке в сети Интернет: https://interactive-plus.ru/ru/action/482/action_articles

Таким образом, используя алгоритм и построенное на его основе дерево решений, можно узнать любое загаданное соперником число. Для этого в самом простом случае потребуется сделать 1 ход, в самом сложном – 6.

Рассчитаем среднее количество ходов, которое потребуется для угадывания любого числа. Для этого общее количество ходов, необходимых для определения всех чисел первоначального множества, разделим на количество чисел первоначального множества:

$$(1 + 21 + 32 + 34 + 29 + 42 + 88 + 381 + 368 + 190 + 304) / 360 = 1490 / 360 = 4{,}139$$

Этот показатель является оценкой оптимальности разработанного алгоритма. Чем меньше его значение, тем эффективнее алгоритм.

Уверена, что в будущем я найду способ оптимизировать алгоритм и уменьшить среднее число ходов.

Список литературы

1. Гик Е.Я. Занимательные математические игры / Е.Я. Гик. – М.: Знание, 1987. – 160 с.

2. Математика с нуля. Пошаговое изучение математики для начинающих [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.spacemath.xyz